



لیگ
دانشکده
پژوهش و فناوری
فوتونی

بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



الکترودینامیک کاواک بر مبنای اسپین و فوتون

مسلم علیدوستی شهرکی، سینا خراسانی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشکده فنی دانشگاه تهران، تهران

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

چکیده - در این مقاله روشی بدیع برای شبیه‌سازی و بررسی سیستم‌های کوانتم نوری بر مبنای درهم‌تنیدگی اسپین و فوتون ارائه می‌شود. الکترودینامیک کاواک مربوطه را برای این نوع از سیستم‌ها توسعه داده‌ایم. براساس آن سیستمی واقعی را که متشکل از یک نقطه کوانتمی با کیوبیت اسپینی در حضور میدان مغناطیسی خارجی در برهم‌کنش با یک مد کاواک اشغال شده با کیوبیت فوتونی، شبیه‌سازی گردید. در ادامه مقادیر درهم‌تنیدگی سیستم و احتمال حضور سیستم محاسبه و رسم شدند. نتایج حاصل تا حد بسیار نزدیکی مشابه با نتایج ازمایشگاهی سیستم واقعی هستند. با این روش امکان محاسبه ضریب جفت شدگی در سیستم فراهم گردید.

کلید واژه- الکترودینامیک کوانتمی کاواک، درهم‌تنیدگی، کیوبیت اسپینی، کیوبیت فوتونی

Spin-Photon Based Cavity Quantum Electrodynamics

Moslem Alidoosty Shahraki, Sina Khorasani

School of electrical engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

School of electrical engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

Abstract- In this paper a novel method dealing the quantum optic systems having spin and photon entanglement is presented. Cavity quantum electrodynamics was expanded for such systems. Then a real system consists of a quantum dot with spin qubit in the presence of an external magnetic field in interaction with a cavity mode occupied with photon qubit was simulated precisely. In the simulation entanglement and presence probability values were measured and compared with those of real experiments. Results are very close to the experimental results. Our method made it possible to measure the coupling constant of the experimental system.

Keywords: Cavity Quantum Electrodynamics, Entanglement, Photon Qubit, Spin Qubit,

۱- مقدمه

تنیدگی با یک کیوبیت فوتونی با طول موج مخابراتی داشته باشد [۱-۲]. به عنوان مثال در پردازش‌گرهای کوانتمی ایده-ی محاسبات کوانتمی توزیع شده وجود دارد، به این ترتیب که نودهای پردازشگر کوانتمی با استفاده از تک فوتون‌هایی که با کیوبیت‌های اسپینی درهم‌تنیدگی دارند متصل شده‌اند [۳]. دو تکنولوژی کلیدی در شبکه‌های مخابرات و پردازش‌گرهای کوانتمی با پایه مخابرات کوانتمی، اول انتقال کوانتمی از کیوبیت فوتونی به کیوبیت ماده می‌باشد و دوم تکرار کننده کوانتمی می‌باشد که وظیفه خلق و ذخیره سازی حالت‌های درهم‌تنیده کیوبیت‌های ماده را داشته باشد [۴]. این دو تکنولوژی اصلی وابسته به توان تولید درهم‌تنیدگی مابین کیوبیت ماده و کیوبیت فوتون در فواصل بلند می‌باشند. در کارهایی که تاکنون برای بررسی و شبیه‌سازی درهم‌تنیدگی

شبکه‌ها و مخابرات کوانتمی، انتقال کوانتمی فاصله دور^۱، پردازش اطلاعات کوانتمی و بسیاری از دیگر کاربردهای در حال ظهور به عنوان قسمتی از لبه‌های دانش بشر بدون شک وابسته به توسعه الکترودینامیک کوانتمی کاواک و خصوصاً از نوع بر مبنای اسپین- فوتون می‌باشند. در همه این زمینه‌های علمی لازم است که بیت کوانتمی (کیوبیت) مبتنی بر ماده (سیستم ساطع کنند مانند نقطه کوانتمی) دارای در هم

^۱ Long-distance quantum teleportation

$$\begin{aligned}
 |\varphi(t)\rangle &= \sum_{A,F} \phi(A,F) |A\uparrow\rangle |A\downarrow\rangle |F\uparrow\rangle |F\downarrow\rangle \\
 |A\uparrow\rangle &= \bigotimes_{n=1}^k \left| \begin{array}{c} n \\ r_n \end{array} \uparrow \right\rangle = \left| \begin{array}{c} 1 \\ r_1 \end{array} \uparrow \right\rangle \left| \begin{array}{c} 2 \\ r_2 \end{array} \uparrow \right\rangle \dots \left| \begin{array}{c} k \\ r_k \end{array} \uparrow \right\rangle \quad 1 \leq r_n \leq B_n \\
 |A\downarrow\rangle &= \bigotimes_{n=1}^k \left| \begin{array}{c} n \\ r_n \end{array} \downarrow \right\rangle = \left| \begin{array}{c} 1 \\ r_1 \end{array} \downarrow \right\rangle \left| \begin{array}{c} 2 \\ r_2 \end{array} \downarrow \right\rangle \dots \left| \begin{array}{c} k \\ r_k \end{array} \downarrow \right\rangle \\
 |F\uparrow\rangle &= \bigotimes_{v=1}^{\omega} |f_v\uparrow\rangle = |f_1\uparrow\rangle |f_2\uparrow\rangle \dots |f_\omega\uparrow\rangle \quad 0 \leq f_v \leq N_v \\
 |F\downarrow\rangle &= \bigotimes_{v=1}^{\omega} |f_v\downarrow\rangle = |f_1\downarrow\rangle |f_2\downarrow\rangle \dots |f_\omega\downarrow\rangle
 \end{aligned} \tag{1}$$

در معادله (۱) کت $\langle A\downarrow |$ و $|A\uparrow \rangle$ حالت‌های سطوح انرژی مختلف گسیلندهای نور کوانتومی تشکیل شده از حالت‌های ویژه $|A\rangle$ هستند. این حالت‌ها ناشی از میدان مغناطیسی خارجی هستند. تعداد گسیلندهای نور کوانتومی n ، و r_n سطح انرژی نقطه‌ی کوانتومی n است. تعداد فوتون‌های کاواک با n نشان داده می‌شود می‌تواند که دارای دو حالت ویژه $|F\downarrow\rangle$ و $|F\uparrow\rangle$ براساس نوع قطبش هستند. هامیلتونی در این سیستم با توجه به [۸] به صورت معادله (۲) نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned}
 \hat{H} &= \hat{H}_0 + \hat{H}_{r,E} + \hat{H}_{r,r} \\
 \hat{H}_0 &= \sum_{n,i} \left(E_{i\uparrow}^n \hat{\sigma}_{i\uparrow}^n + E_{i\downarrow}^n \hat{\sigma}_{i\downarrow}^n \right) + \\
 &\quad \sum_v \left(\hbar \Omega_{v\uparrow} \hat{a}_{v\uparrow}^\dagger \hat{a}_{v\uparrow} + \hbar \Omega_{v\downarrow} \hat{a}_{v\downarrow}^\dagger \hat{a}_{v\downarrow} \right) \\
 \hat{H}_{r,E} &= \sum_{n,i < j} \left(\gamma_{nij} \hat{\sigma}_{i\uparrow,j\downarrow}^n + \gamma_{nij}^* \hat{\sigma}_{j\downarrow,i\uparrow}^n \right) \times \\
 &\quad \sum_v \left(g_{nij,v\uparrow} \hat{a}_{v\uparrow} + g_{nij,v\uparrow}^* \hat{a}_{v\uparrow}^\dagger \right) \\
 &\quad + \sum_{n,i < j} \left(\gamma_{nij} \hat{\sigma}_{i\downarrow,j\uparrow}^n + \gamma_{nij}^* \hat{\sigma}_{j\uparrow,i\downarrow}^n \right) \times \\
 &\quad \sum_v \left(g_{nij,v\downarrow} \hat{a}_{v\downarrow} + g_{nij,v\downarrow}^* \hat{a}_{v\downarrow}^\dagger \right) \\
 \hat{H}_{r,r} &= \sum_{n < m} \left(\begin{array}{l} \left(\eta_{nij} \hat{\sigma}_{i\uparrow,j\uparrow}^n + \alpha_{nij} \hat{\sigma}_{i\downarrow,j\downarrow}^n + \delta_{nij} \hat{\sigma}_{i\uparrow,j\downarrow}^n \right) \\ \times \left(\eta_{mij} \hat{\sigma}_{i\uparrow,j\uparrow}^m + \alpha_{mij} \hat{\sigma}_{i\downarrow,j\downarrow}^m + \delta_{mij} \hat{\sigma}_{i\uparrow,j\downarrow}^m \right) \end{array} \right)
 \end{aligned} \tag{2}$$

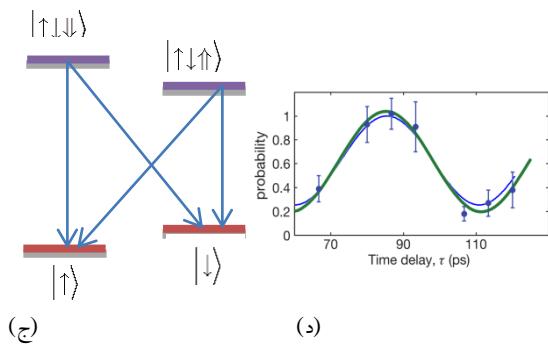
در (۲)، \hat{H}_0 انرژی سیستم را بدون هر گونه برهمنشی بیان می‌کند. $\hat{H}_{r,E}$ مربوط به برهمنش نور و گسیلنده است و $\hat{H}_{r,r}$ توصیف‌کننده برهمنش مابین هر دو گسیلنده است. γ_{nij} عناصر ماتریس عملگر دوقطبی گسیلنده n است، شدت برهمنش دوقطبی مابین گسیلنده n و مد v ام فوتون قطبیده شده عمودی و افقی در انتقال از تراز انرژی n به v ، $g_{nij,v\uparrow}$ و $g_{nij,v\downarrow}$ است. η_{nij} متناسب با شدت دوقطبی تولید شده هنگام متحمل شدن انتقال از تراز n به v است. $E_{i\uparrow}^n$ دلالت می‌کند به مقدار سطح انرژی n گسیلنده i ام

کوانتومی اسپین و فوتون مشاهده شده است، سیستم‌ها ساده و محدودی هستند که به طور فیزیکی ساخته شده‌اند مانند [۵] که بسیار محدود می‌باشد. بنابراین به منظور شبیه سازی و امکان مطالعه دقیق این سیستم‌ها ابتدا در کارهای [۷] هامیلتونی جینس-کامینگز-پاول را برای یک سیستم دلخواه معرفی و نمادگذاری کردیم و در آن ضعف فضای هایزنبرگ را در مطالعه این سیستم‌ها با تقریب موج چرخنده در رژیم جفت شدگی بسیار قوی را نشان دادیم. سپس در کار [۸] موفق به ارائه شبیه‌سازی الکترودینامیک کوانتومی کاواک در فضای اصلی شرودینگر در سیستم‌های چندبخشی دلخواه بدون هیچ تقریبی شدیم و نشان دادیم چرا تقریب موج چرخنده در رژیم بسیار قوی مناسب نیست و مهم‌ترین اینکه رفتار آشوب در رژیم بسیار قوی در این سیستم‌ها را مشاهده کردیم. در کار بعدی [۹-۱۱] موفق به شبیه‌سازی یک سیستمی کوانتومی نه‌بخشی و متشکل از هشت نقطه کوانتومی با نحوه قرار گیری زنجیره‌ای و تقریب عدم برهمنش نقاط کوانتومی غیرهمساایه با یکدیگر گردیدیم و رفتار آشوب در رژیم بسیار را با محاسبه آنتروبی مرتبه دوم کولموگرو ثابت کردیم. در ادامه با توجه به لزوم بررسی درهم‌تنیدگی کیوبیت‌های اسپینی و فوتونی و بنا به دلایلی که پیشتر ذکر شد به توسعه هامیلتونی توصیف کننده ارائه شده در [۸] برای این سیستم‌ها پرداختیم. سپس برای اثبات عملی دقیق نظریه مربوط این روش مدل فیزیکی و واقعی آزمایش شده در [۴] را با استفاده از روش جدید و الگوریتم موجود در [۸] شبیه‌سازی کردیم.

در این مقاله به گزارش تغییرات فضای حالت و هامیلتونی جدید با در نظر گرفتن حالت‌های مربوط به کیوبیت‌های اسپینی و فوتونی خواهیم پرداخت. سپس شبیه‌سازی آزمایش [۴] شامل محاسبه احتمال حضور و پارامتر همنوایی با استفاده از روش تکامل یافته‌ی ارائه خواهد شد. نشان خواهیم داد که نتایج شگفت‌انگیز حاصله بسیار نزدیک به نتایج مدل فیزیکی هستند. در نتیجه با نزدیکی پاسخ‌ها امکان برآورد مقدار ثابت جفت شدگی در سیستم واقعی فراهم گردیده است.

۲- شبیه‌سازی عددی درهم‌تنیدگی اسپینی

در این قسمت، به ارائه نحوه گسترش الکترودینامیک کوانتومی کاواک برای سیستم‌های مد نظرمان می‌پردازیم. فضای حالت‌ها به همان روش [۸] و به صورت زیر تکمیل شده است. در فضای حالت‌ها مربوطه حالت‌های ویژه اسپین‌ها و مدهای کاواک مربوط به فوتون‌ها قطبیده شده نیز در نظر گرفته شده‌اند.



شکل ۱: (الف) احتمال حضور، (ب) پارامتر همنوایی بر حسب زمان، (ج) دو سیستم گسیلنده جفت‌شده (د) مقایسه احتمال حضور در شبیه سازی انجام شده (آی) با نتیجه آزمایشگاهی (سیز) [۴].

$$|\varphi(t)\rangle = \sum_{A\uparrow=g\uparrow, g\downarrow, e\uparrow\downarrow} \sum_{A\downarrow=g\downarrow, g\uparrow, e\uparrow\downarrow} \sum_{F_{11}=0}^1 \left\{ \sum_{F_{1\downarrow}=0}^1 \phi(A, F) |A\uparrow\rangle |A\downarrow\rangle |F_1\uparrow\rangle |F_1\downarrow\rangle \right\} \quad (1)$$

و هامیلتونی توصیف کننده سیستم با توجه به معادله ۲ به صورت زیر خواهد بود.

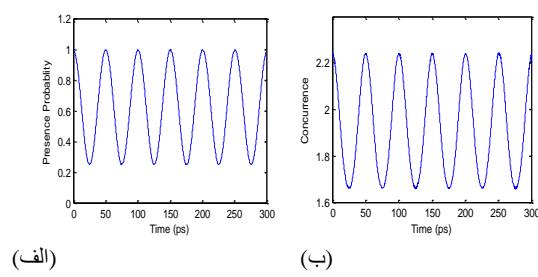
$$\hat{H}_0 = \sum_{1,i=g\uparrow, g\downarrow, e\uparrow\downarrow, e\downarrow\uparrow} \left(E_{i\uparrow}^1 \hat{\sigma}_{i\uparrow}^1 + E_{i\downarrow}^1 \hat{\sigma}_{i\downarrow}^1 \right) + \sum \left(\hbar \Omega_{\nu\uparrow} \hat{a}_{\nu\uparrow}^{\dagger} \hat{a}_{\nu\uparrow} + \hbar \Omega_{\nu\downarrow} \hat{a}_{\nu\downarrow}^{\dagger} \hat{a}_{\nu\downarrow} \right) \hat{H}_{r,E} = \sum_{1,i=g\uparrow, g\downarrow < j=e\uparrow\downarrow, e\downarrow\uparrow}^v \left\{ \left(\gamma_{ij} \hat{\sigma}_{i\uparrow, j\downarrow}^1 + \gamma_{ij}^* \hat{\sigma}_{j\downarrow, i\uparrow}^1 \right) \times \left(g_{ij\nu_1\uparrow} \hat{a}_{\nu_1\uparrow} + g_{ij\nu_1\downarrow}^* \hat{a}_{\nu_1\downarrow}^{\dagger} \right) \right\} + \sum_{1,i < j} \left\{ \left(\gamma_{ij} \hat{\sigma}_{i\downarrow, j\uparrow}^1 + \gamma_{ij}^* \hat{\sigma}_{j\uparrow, i\downarrow}^1 \right) \times \left(g_{ij\nu_1\downarrow} \hat{a}_{\nu_1\downarrow} + g_{ij\nu_1\uparrow}^* \hat{a}_{\nu_1\uparrow}^{\dagger} \right) \right\} \quad (2)$$

توجه شود که در رابطه ۴، j, i مربوط به حالت‌های انرژی هستند به نحوی که هر ترم i اشاره می‌کند سطح انرژی که پایین تر از سطح انرژی j می‌باشد. $\uparrow \nu_1$ و $\downarrow \nu_1$ اشاره می‌کند به مدهای کاواک که با فوتون قطبیده شده H و V اشغال شده است. ضمناً از آنجایی که $\hat{H}_{r,E}$ مربوط به برهم‌کنش نقاط کوانتومی مجاور است و در اینجا در واقع یک نقطه کوانتومی داریم این قسمت از هامیلتونی را در نظر نمی‌گیریم. اکنون با استفاده از اعمال هامیلتونی و استفاده از روش تشریح شده در [۸] و حل معادله وابسته به زمان شروع‌دهنگر در فضای اصلی آن، ماتریس ضرایب حالت‌ها را بدون هر گونه تقریبی

در اسپین بالا و پایین به ترتیب \hat{a}_{ν}^{\dagger} و \hat{a}_{ν} به ترتیب اپراتورهای خلق و نابودی فوتونی هستند و $\hat{a}_{s,k}^{\dagger}$ اپراتور گذار اتمی از تراز s به k است.

۳- شبیه‌سازی عددی در هم‌تنیدگی اسپین-فوتون سیستم واقعی

در این قسمت از مقاله به نحوی شبیه‌سازی در هم‌تنیدگی مشاهده شده در [۴] به روش ارائه شده خواهیم پرداخت. با توجه به آزمایش صورت گرفته در [۴] یک سیستم کوانتومی مشکل از یک گسیلنده نور کوانتومی دو ترازه از نوع InAs در یک میکروکاواک دو وجهی قرار گرفته است و در برهم‌کنش با یک مد کاواک است که با یک فوتون اشغال شده است. نقطه کوانتومی در حضور میدان مغناطیسی عمود بر جهت رشد آن به دو سیستم گسیلنده نوع L جفت‌شده تبدیل خواهد شد. همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، هر یک از دو نقطه کوانتومی مشکل از حالت‌های انرژی پایه و برانگیخته مجزا هستند. و هر یک از حالت‌های برانگیخته دارای دو الکترون جفت‌شده و یک حفره جفت‌نشده $|\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\rangle$ و $|\downarrow\downarrow\uparrow\uparrow\rangle$ می‌باشد. و هر یک از آن‌ها به مانند شکل ۱ به دو حالت انرژی پایه دارای اسپین بالا و پایین $|\uparrow\rangle$ و $|\downarrow\rangle$ جفت‌اند. دو سیستم گسیلنده حاصل شده در برهم‌کنش با کیوبیت فوتونی (فوتون-های قطبیده شده H ، V) در طول موج 910.10nm می‌باشند. با توجه به [۴] اختلاف انرژی مابین دو سیستم گسیلنده حاصل شده ناشی از میدان مغناطیسی 3T مطابق با فرکانس زاویه‌ای $2\pi \times 17.6\text{GHz}$ می‌باشد. براساس رابطه ۱ فضای حالت این سیستم به صورت زیر خواهد بود.



- [4] K. D. Greve et al., "Quantum-dot spin-photon entanglement via frequency downconversion to telecom wavelength," *Nature*, doi:10.1038/nature11577
- [5] J. Cai, A. Retzker, F. Jelezko, M. B. Plenio, "A large-scale quantum simulator on a diamond surface at room temperature," *Nature Phys.*, vol. 9, pp. 168–173, 2013.
- [6] A. H. Sadeghi, A. Naqavi, and S. Khorasani, Interaction of "Quantum Dot Molecules with Multi-mode Radiation Fields," *Scientia Iranica*, vol. 17, pp. 59-70, 2010.
- [7] E. Ahmadi, H. R. Chalabi, A. Arab, S. Khorasani, Cavity Quantum Electrodynamics in the Ultrastrong Coupling Regime, *Scientia Iranica*, vol. 18F(3), pp. 820-826, 2011.
- [8] M. Alidoosty, M. H. Aram, S. Khorasani, "Simulation of Multiparticle Cavity Quantum Electrodynamics," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 49, no. 12, pp. 1066-1079, 2013.
- [9] M. Alidoosty Shahraki, S. Khorasani, and M. H. Aram, "Theory and Simulation of Cavity Quantum Electro-Dynamics in Multi-particle Quantum Complex Systems," *Applied Physics A*, vol. 115, no. 2, pp. 595-603 (2014).
- [10] M. Alidoosty, S. Khorasani, "Calculation of Kolmogorov Entropy in Cavity Quantum Electrodynamics," *International Journal of Optics and Photonics*, vol. 7, no. 2, pp. 65-70, 2014.
- [11] M. Alidoosty Shahraki, S. Khorasani, "Calculation of Kolmogorov Entropy in Cavity Quantum Electrodynamics," *Proceedings of 20th Iranian Conference on Optics and Photonics (online)*, pp. 225-228, 2014.
- [12] W. B. Gao, P. Fallahi, E. Togan, J. Miguel-Sanchez, and A. Imamoglu, "Observation of entanglement between quantum dot spin and a single photon," *Nature*, vol. 491, pp.426-430, 2012.
- [13] A. Arab and S. Khorasani, "Fully automated code for exact and efficient analysis of quantum optical systems in the regime of ultrastrong coupling," *Proc. SPIE*, vol. 8268, 82681M, 2012
- [14] S. J. Akhtarshenas, "Conurrence vectors in arbitrary multiparticle quantum systems," *J. Phys. A: Math. Gen.*, vol. 38, no. 30, pp. 67-77 2005.

استخراج می‌کنیم. در حل معادله وابسته به زمان شرودینگر، شرایط اولیه با فرض قرار داشتن سیستم کوانتومی در حالت پایه به شرطی که کیوبیت اسپین بالا و پایین در حال برهم-کش با یک مد کواک اشغال شده توسط یک فوتون قطبیده شده‌ی H در رژیم جفت شدگی ضعیف هستند در نظر گرفته شده است.

احتمال حضور سیستم با توجه به رابطه ارائه شده در [۸] در حالتی که به عنوان شرط اولیه در نظر گرفته شد، محاسبه و در شکل ۱ رسم شده است. همچنین پارامتر همنوایی سیستم با توجه به [۱۴-۱۳] محاسبه و در شکل ۱ رسم شده است. همان طور که از مشاهدات آزمایشگاهی در کارهای [۱۲و۱۴] در انتظار داشتیم و با در نظر گرفتن جفت شدگی 7meV در سیستم مورد شبیه سازی خود، رفتار سینوسی احتمال حضور سیستم با پریود 50ps شبیه سازی گردید. که برابر با مقدار آزمایش شده $50 \pm 5\text{ps}$ [۴] می‌باشد. با نتیجه به دست آمده و مرتبه ثابت جفت شدگی در نظر گرفته شده در شبیه‌سازی اعتقاد داریم که رژیم جفت شدگی سیستم آزمایش شده در [۴] در رژیم جفت شدگی قوی است. همچنین مشاهده رفتار سینوسی در پارامتر همنوایی تایید کننده صعود و نزول دره-تنیدگی ما بین اسپین الکترون در نقطه کوانتومی و فوتون قطبیده شده می‌باشد. همان طور که در شکل ۱ مشاهده می-شود تغییرات احتمال مابین ۰.۲۵ تا ۱ می‌باشد در حالی که مقدادر آزمایش شده در [۴] 0.20 ± 0.05 تا ۱ می‌باشند.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله زیربنای نظریه‌ی الکترودینامیک کوانتومی کواک، شامل فضای حالت‌های سیستم و هامیلتونی توصیف‌کننده‌ی آن برای سیستم‌های بر مبنای درهم‌تنیدگی اسپین و فوتون گسترش داده شد. یک سیستم کوانتومی واقعی که اخیراً در این رابطه مورد آزمایش قرار گرفته شده بود مورد شبیه‌سازی با روش نظری ارائه شده، قرار گرفت. نتایج با تقریب بسیار قابل قبولی نزدیک به هم بودند (انحراف احتمال حضور حدود ± 0.05 از احتمال ۰.۲ و انحراف پریود حدود 5ps پریود 50ps). با توجه به مشابه بودن نتایج امکان استخراج ثابت جفت شدگی در سیستم واقعی به دست آمد و نتیجه گیری شد که سیستم آزمایشگاهی در رژیم جفت شدگی قوی بوده است.

مراجع

- [1] Ritter, S. et al., "An elementary quantum network of single atoms in optical cavities," *Nature* 484, 195-200, 2012.
- [2] Togan, E. et al. Quantum entanglement between an optical photon and a solid state spin qubit. *Nature* 466, 730-734, 2012
- [3] J. Cirac et al. "Distributed quantum computation over noisy channels," *Phys. Rev. A* 59, 4249-4254-1999