بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

بررسی تونل زنی نوسانی در لیزرهای کوانتومی آبشاری

حسین رضا یوسف وند[۱]، وحید احمدی[۲]

[۱]استادیار الکترونیک، دانشگاه آزاداسلامی واحد اسلامشهر، تهران.

[۲]استاد الکترونیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران.

چکیده – در این مقاله مدلسازی و تحلیل لیزرهای کوانتومی آبشاری *(QC)* در گستره مادون قرمز میانی و در سامانه *GaInAs/AlInAs* ارائه شده است. بر اساس حل توام معادلات شرودینگر- پواسن با احتساب اثرات غیرسهموی بودن ترازهای انرژی و وابستگی مکانی جرم موثر، ساختار نوار انرژی ناحیه فعال لیزر *QC* محاسبه می شود و با ترکیب معادلات ترابری همدوس و معادلات نرخ سه-سطحی، یک الگوی کارآمد به منظور توصیف تونل زنی نوسانی در لیزرهای *QC* ارائه می شود. با استفاده از الگوی ارائه شده مشخصه های الکتریکی و نوری لیزر تحلیل می شوند و نشان داده می شود که نتایج حاصل از الگو با نتایج تجربی از تطابق خوبی برخوردارند.

کلید واژه- ترابری همدوس، تونل زنی نوسانی، لیزر کوانتومی آبشاری، معادلات نرخ.

Investigation of Resonant Tunneling in Quantum Cascade Lasers

Hossein Reza Yousefvand[1] and Vahid Ahmadi[2]

[1]Department of Electrical engineering, Islamic Azad University, Eslamshahr Branch, Tehran.

[2]Department of Electrical and Computer, Tarbiat modares University, Tehran.

Abstract- In this paper, modeling and analysis of GaInAs/AlInAs-based mid-infrared (MIR) quantum cascade (QC) lasers is presented. The band structure of the laser utilizing techniques with both material-dependent effective mass and band non-parabolicity is calculated by solving the Schrodinger–Poisson equations self-consistently. With combination of coherent transport and three-level rate equations model, we present a theory describing the resonant tunneling in QC lasers. By using the presented model the optical and electrical characteristics of the laser are analyzed, and the results of the model are in agreement with experiment.

Keywords: coherent transport, quantum cascade laser, rate equations, resonant tunneling.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

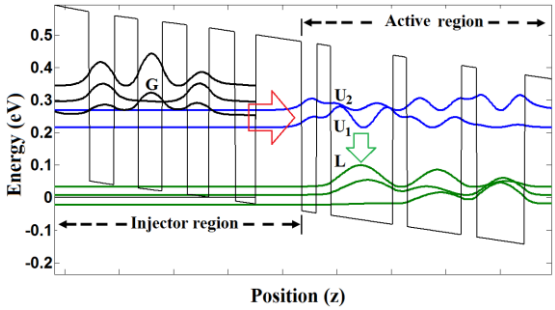
۱ – مقدمه

لیزرهای کوانتومی آبشاری (QC) نوعی از لیزرها می باشند که از لایه های نازک نیمه هادی با ساختار نامتجانس ساخته شده اند[۱]. در این دسته از لیزرها، فوتون ها از طریق گذار بین زیرنوارهای موجود در نوار هدایت گسیل می شوند و انتخاب طول موج تابشی با طراحی مناسب پهنای چاه ها و ضخامت سدهای یک ابرشبکه صورت می گیرد. تک قطبی بودن و شمای آبشاری از مشخصه های منحصر به فرد یک لیزرQC محسوب می شوند و این ویژگی زیرنواری بودن گذارهاست که باعث می شود طیف بهره در این لیزرها باریکتر و متقارن تر و جریان آستانه در این لیزرها حساسیت کمتری به دما داشته باشد [۲]. امروزه لیزرهای QC به عنوان منابع نوری در محدوده طول موج های میانی و بالای مادون قرمز از اهمیت زیادی در صنعت، تصویر برداری پزشکی و شناسائی گازها برخوردار می باشند[۳] و بهبود عملکرد این دسته از لیزرهای نیمه هادی محققان تجربی این زمینه را به تکاپو کشانده است.بنابراین تحلیل و مدلسازی دقیق رفتار این افزاره به منظور تعیین عوامل اثر گذار بر عملکرد آن ضروری است. در این مقاله تونل زنی نوسانی (RT) به عنوان یکی از عوامل اثر گذار بر عملکرد لیزرهای QC مورد مطالعه قرار گرفته است. ابتدا با استفاده از حل خودسازگار معادلات شرودینگر-پواسن با احتساب اثرات غیرسهموی بودن سطوح انرژی و وابستگی مکانی جرم موثر، توابع موج و سطوح انرژی مرتبط با ناحیه فعال یک لیزر آبشاری کوانتومی محاسبه می شوند. با ترکیب تئوری ترابری همدوس و با استفاده از تونل زنی های نوسانی متوالی و تئوری پراکندگی حاملها بوسیله معادلات نرخ الگوی جدیدی به منظور توصیف رفتار افزاره ارائه می شود. الگوی ارائه شده توانائی پیش بینی وقوع RT در لیزرهای آبشاری کوانتومی را دارا می باشد. در بخش دوم این مقاله تئوری الگو ارائه می شود و در بخش سوم نتایج حاصل از الگو بحث می شوند.

۲ – تئوری

۲-۱- ساختار نوار انرژی

لیزر آبشاری کوانتومی مورد مطالعه در این مقاله ساختاری است که به عنوان یک منبع نوری برای تولید طول موج 6.9μm ساخته شده است[۴]. در این ساختار چاههای کوانتومی از جنس $Ga_{0.47}In_{0.53}As$ و سدها از ماده $Al_{0.48}In_{0.52}As$ با آفست انرژی0.52eV در نوار هدایت می باشند. مهمترین ویژگی این ساختار خروج سریع الکترونها با استفاده از فرایند پراکندگی الکترون-فونون دوگانه از تراز پائین لیزر می باشد. برای محاسبه ساختار باند انرژی، معادلات شرودینگر-پواسن با استفاده از روش تفاضل محدود و بصورت عددی حل می شوند. شکل ۱ دیاگرام نوار انرژی و مربع اندازه توابع موج محاسبه شده ناحیه ترزیق کننده و ناحیه فعال یک طبقه از ساختار آبشاری را تحت میدان اعمالی 50 kV/cm نشان میدهد. ضخامت لایه ها برحسب آنگستروم از سمت چپ به راست به ترتیب: **34/22/23/21**/24/19/25/18/42/13/14/56/14/49 /15/43/36 (لایه های تغلیظ شده با چگالی حجمی $4\times10^{17}cm^{-3}$ بصورت Bold نشان داده شده اند).



شکل ۱: توزیع پتانسیل الکتریکی و مربع اندازه توابع موج محاسبه شده یک طبقه از لیزر آبشاری کوانتومی.

در شکل ۱ سطوح $U_{1,2}$ معرف دو سطح بالائی لیزر و G متناظر با پائین ترین سطح انرژی ناحیه تزریق و L متناظر با سطح پائین لیزر می باشد. به ترتیب بیانگر پائین ترین سطح انرژی ناحیه تزریق کننده و بالا و تراز پائین گذار نوری لیزر می باشند.

۲-۲- ترابری همدوس و تونل زنی متوالی (sequential resonant tunneling)

طبق تئوری ماتریس چگالی، جریان عبوری از سد تزریق (فصل مشترک بین ناحیه تزریق و ناحیه فعال) **تابعی از**

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]

میدان الکتریکی اعمالی بوده و بصورت زیر بیان می شود [۵]، [۶]:

$$J_{G,i} = d_{G,i} q \frac{2\Omega_{G,i}{}^2 \gamma}{\Delta_{G,i}^2 + (2\gamma)^2} \times \{\theta(\Delta_{G,i})[n_G - n_i \exp(-\beta|\Delta_{G,i}|)] + \theta(-\Delta_{G,i})[n_G \exp(-\beta|\Delta_{G,i}|) - n_i]\} \quad (۱)$$

که در آن $J_{G,i}$ معرف چگالی جریان تزریق شده از سطح G به سطح i می باشد($i = U_1 , U_2$)، q بار الکترون، $d_{G,i}$ و $\Delta_{G,i}$ به ترتیب بیانگر فاصله مکانی (مراکز توابع موج) و اختلاف انرژی سطوح G و i می باشند و بر حسب میدان اعمالی محاسبه می شوند. γ میزان پهن شدگی سطوح انرژی، $\Omega_{G,i}$ تزویج مابین سطوح G و i می باشد، $\theta(x)$معرف تابع Heaviside می باشد که در آن $\theta(x^+)= 1$, $\theta(x^-)= 0$, $\theta(0)=0.5$ و $\beta=1/kT$، k ثابت بولتزمن و T حرارت می باشد. n_G و n_i به ترتیب چگالی الکترونها در سطوح G و i می باشند.

۲-۳- معادلات نرخ

با توجه به شکل ۱ الکترونها از تراز G به تراز بالای لیزر (U_1 , U_2) تزریق می شوند و پس از یک گذر نوری به تراز پایین لیزر (L) وارد شده و از طریق پراکندگی الکترون- فونون از تراز پایین خارج می شوند. سیستم معادلات نرخ برای چگالی الکترونهای $N_{U1,2}$ و N_L مربوط به ترازهای $U_{1,2}$ و L و تعداد بر واحد حجم فوتونها n_P را می توان به صورت زیر بیان نمود [۷]، [۸]

$$\frac{dn_{U2}}{dt} = WL\frac{J_{G,U2}}{q} - \frac{n_{U2}}{\tau_{U2,L}} - \frac{n_{U2}}{\tau_{U2,U1}} \quad (۲)$$

$$\frac{dn_{U1}}{dt} = WL\frac{J_{G,U1}}{q} - \frac{n_{U1}}{\tau_{U1,L}} - \Gamma_P \frac{c'\sigma_{U1,L}}{V_P} \times (n_{U1} - n_L)n_P \quad (۳)$$

$$\frac{dn_L}{dt} = \frac{n_{U1}}{\tau_{U1,L}} - \frac{n_L}{\tau_{LO}} + \Gamma_P \frac{c'\sigma_{U1,L}}{V_P}(n_{U1} - n_L)n_P \quad (۴)$$

$$\frac{dn_P}{dt} = -\frac{n_P}{\tau_P} + \Gamma_P N \frac{c'\sigma_{U1,L}}{V_P} \times (n_{U1} - n_L)n_P \quad (۵)$$

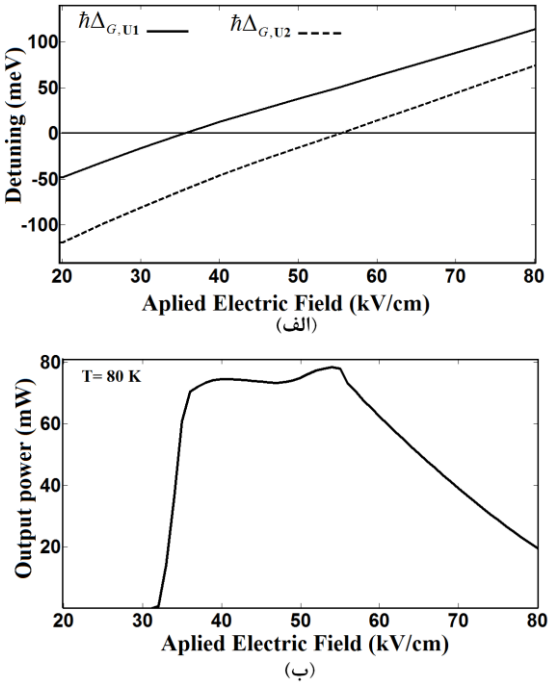
در معادلات فوق N تعداد طبقات، V_P حجم ناحیه فعال یکی از طبقات، Γ_P ضریب محصورشدگی نوری، c' سرعت نور در کاواک و $\sigma_{U1,L}$ سطح مؤثر تابش برانگیخته می باشد. τ_p طول عمر فوتونها،$\tau_{i,j}$ زمان پراکندگی الکترون- فونون از تراز i به تراز j و τ_{LO} زمان پراکندگی تشدید دو- فونون در ساختار مربوطه می باشد. در این مقاله زمانهای پراکندگی الکترون- فونون بر حسب میدان الکتریکی اعمالی محاسبه شده اند و توان نور خروجی بصورت زیر بیان می شود:

$$P_p = n_p \frac{\hbar\omega_p}{\tau_p}\frac{V_m}{\Gamma_p}\eta_p \quad (۶)$$

که در آن $\hbar\omega_p$ انرژی فوتون، V_m حجم کاواک و η_p ضریب تزویج توان نور خروجی می باشد.

۳- نتایج و بحث

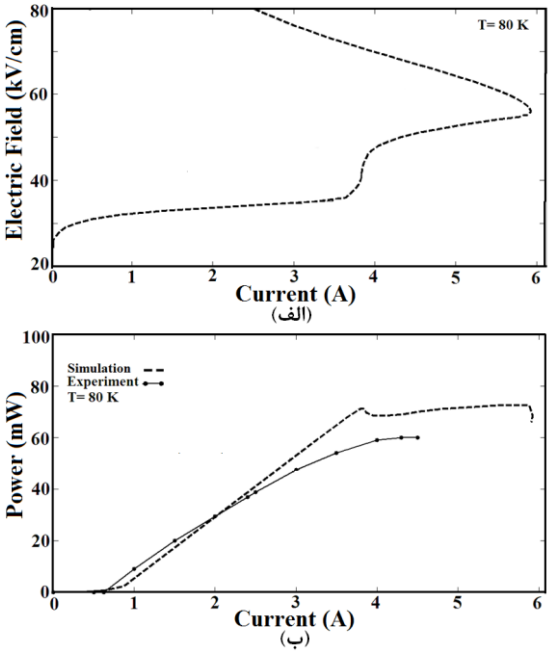
در شکل ۲ (الف) اختلاف انرژی بین ترازهای G و $U_{1,2}$ ($\hbar\Delta_{G,i}= E_G - E_i$) به صورت تابعی از میدان الکتریکی اعمالی نشان داده شده است و در شکل ۲ (ب) مشخصه توان نور خروجی بر حسب میدان الکتریکی اعمالی (L-F) افزاره مشاهده می شود.



شکل ۲: (الف) اختلاف سطوح انرژی ناحیه تزریق و ناحیه فعال برحسب میدان الکتریکی اعمالی و (ب) مشخصه توان نوری خروجی بر حسب میدان الکتریکی اعمالی (L-F) در لیزر QC.

با توجه به شکل ۲(الف) مشاهده می شود که در میدان اعمالی 38 kV/cm سطوح انرژی G و U_1 روبروی هم واقع

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]



شکل ۳: (الف) مشخصه میدان اعمالی بر حسب جریان تزریقی (F-I) و (ب) مقایسه مشخصه توان نوری بر حسب جریان تزریقی(L-I) حاصل از شبیه سازی و داده های تجربی [۴].

شده و اولین رزونانس در تونل زنی رخ می دهد، با افزایش میدان الکتریکی اختلاف بین این سطوح بیشتر شده و در میدان الکتریکی F=57 kV/cm سطح G روبروی سطح U_2 قرار می گیرد و رزونانس دوم اتفاق می افتد. با توجه به مشخصه L-F مشاهده می شود که آستانه لیزر در میدان F=33 kV/cm قرار دارد و افزایش میدان تا محدوده 37 kV/cm با شیب تندی توان خروجی را افزایش می دهد و این به خاطر نزدیک بودن سطوح انرژی G و تراز اصلی لیزر (U_1) در این محدوده از میدان اعمالی حاصل می شود. با افزایش میدان و تا مرز F=57 kV/cm کوپلینگ G و U_1 تضعیف شده و کوپلینگ G و U_2 که به سطوح پیوستار نزدیک تر است قوی می گردد و بازده کوانتومی افت می کند. در میدانهای بالاتر از F=57 kV/cm کوپلینگ سطوح G و U_2 کم می شود و G به سطوح پیوستار نزدیک می گردد و الکترونها را بطور مستقیم به نوار پیوستار می کشاند و توان نوری را کاهش می دهد و این واقعیت در شکل ۳ نیز منعکس شده است. در شکلهای ۳(الف) و ۳(ب) به ترتیب منحنی مشخصه های میدان الکتریکی اعمالی بر حسب جریان تزریقی (F-I) و توان نور خروجی بر حسب جریان تزریقی (L-I) نشان داده شده است. منحنی F-I لیزر نشان می دهد که پیک اول جریان در میدان اعمالی 37kV/cm مشاهده می شود و پیک دوم جریان در میدان بالاتر (57 kV/cm) صورت می گیرد و در میدانهای بالاتر جریان تزریقی به ترازهای بالای لیزر ($U_{1,2}$) کاهش می یابد.

علاوه بر این در شکل ۳(ب) مشخصه (L-I) حاصل از الگوی ارائه شده با داده های تجربی [۴] مقایسه شده است. ملاحظه می گردد که جریان های آستانه و بازده های کوانتومی با هم مطابقت می کنند و این مقایسه ارزش الگوی ارائه شده را نشان می دهد.

٤ – نتیجه گیری

در این مقاله بر اساس حل خودسازگار معادلات شرودینگر-پواسن ساختار نوار انرژی یک لیزر آبشاری کوانتومی تحلیل و با ترکیب تئوری های ترابری همدوس و معادلات نرخ سه-سطحی یک الگوی کارآمد به منظور توصیف پدیده تونل زنی متوالی در این دسته از لیزرها ارائه گردید. نتایج حاصل از الگوی ارائه شده نشان می دهند که عملکرد افزاره متاثر از میدان الکتریکی اعمالی بوده و بالاترین بازده کوانتومی در حالتی رخ می دهد که سطح فرمی ناحیه تزریق روبروی سطح اصلی ناحیه فعال لیزر قرار گیرد و مقایسه نتایج L-I حاصل از شبیه سازی و داده های تجربی اعتبار الگوی جدید را نشان می دهد.

مراجع

[1] J.Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, C. Sirtori, A. L. Hutchinson, and A. Y.Cho, *Quantum Cascade Lasers*, **Science**, vol. 264 (1994) 553-556.

[2] J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, and A. Y. Cho, *Intersubband Transition in Quantum wells*, Physics and Device, Application II, ch. VIII, New York: Academic, 2000.

[3] F. Capasso, C. Gmachl, R. Paiella and A. Tredicucci, *New Frontiers in Quantum Cascade Lasers and Applications*, **IEEE, J. Sel. Top. Quantum. Electron.** 6 (2000) 931-947.

[4] M. Troccoli, A. Belyanin, F. Capasso, E. Cubukcu, D. L. Sivco, and A. Y. Cho, *Raman injection laser*, **Nature**, 433 (2005) 845–848.

[5] R. Terazzi and J. Faist, *A density matrix model of transport and radiation in quantum cascade lasers*, **New. J. Phys.** 12 (2010) 033045-1-033045-10.

[6] R. Terazzi, T. Gresch , A. Wittmann, and J. Faist, *Sequential resonant tunneling in quantum cascade lasers*, **Phys. Rev. B.** 78 (2008) 155328-1-155328-5.

[7] A. Hamadou, S. Lamari, and J.-L Thobel, *Dynamic modeling of a mid-infrared quantum cascade laser*, **J. Appl. Phys.** 105 (2009) 093116-1-093116-6.

[8] H. R. Yousefvand, V. Ahmadi, and K .Saghafi, *Static and Dynamic Response Analysis of Raman Injection Quantum Cascade Laser Using Circuit Level Modeling*, **J. Light Wave Tec.** 28 (2010) 3142-3148.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]