بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

اندازه‌گیری ضریب‌شکست و ارتفاع لایه‌های نازک شفاف با استفاده از پراش فرنل از پله فازی

مرتضی جعفری سیاوشانی[۱و*]، محمد تقی توسلی[۲و۳]، احسان احدی اخلاقی[۱و۳] و سید روح‌الله حسینی[۲]

۱- دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، کد پستی ۶۶۷۳۱-۴۵۱۹۵.
۲- دانشکده فیزیک، دانشگاه تهران، تهران.
۳- مرکز پژوهشی اپتیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، کد پستی ۶۶۷۳۱-۴۵۱۹۵.

چکیده – تعیین دقیق ثابت‌های نوری لایه‌های نازک، از چالش‌های موجود در علوم و صنایع مدرن به حساب می‌آید. در این مقاله روشی جدید برای به‌دست آوردن ضریب‌شکست و ضخامت لایه‌های نازک دی‌الکتریک، ارائه داده‌ایم. این روش بر پراش فرنل از پله فازی عبوری استوار است. با ثبت نقش پراش پله فازی در زوایای مختلف فرودی و تحلیل آن‌ها، نمودار نمایانی بر حسب زاویه فرود به‌دست می‌آید. ضریب‌شکست و ارتفاع، از طریق برازش داده‌های شبیه‌سازی شده به منحنی تجربی (نمایانی بر حسب زاویه فرودی) تعیین می‌شوند. با استفاده از این روش، دقت اندازه‌گیری ضریب شکست و ضخامت لایه‌های نازک میکرومتری به ترتیب ۰/۵ و ۰/۱ درصد است.

کلید واژه- پله فازی، پراش فرنل، ضخامت، ضریب‌شکست، لایه‌های نازک.

Measuring refractive index and thickness of transparent thin films using Fresnel diffraction from phase step

M. Jafari Siavashani[1,*], M. T. Tavassoly[2,3], E. A. Akhlaghi[1,3] and S. R. Hosseini[2]

۱- Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, ۴۵۱۳۷-۶۶۷۳۱, Iran.
۲- Department of Physics, Faculty of Science, University of Tehran, North Kargar Avenue, Tehran, Iran.
۳- Optics Research Center, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, ۴۵۱۳۷-۶۶۷۳۱, Iran.

Abstract- Measuring optical parameters of thin films with high accuracy is a challenge in modern science and industry. We introduce a new method to obtain refractive index and thickness of transparent dielectric layer. This method is based on Fresnel diffraction from the phase step in transmission. By recording and analyzing the diffraction pattern versus incident angle, the diagram of visibility versus incident angle is obtained. Therefore by fitting simulated data to experimental ones (visibility versus incident angle), refractive index and height of phase step is determined. The uncertainties of determination of refractive index and thickness are about ۰,۵٪ and ۰,۱٪, respectively.

Keywords: Fresnel Diffraction, Phase step, Thickness, Thin films, Refractive index.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-30]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

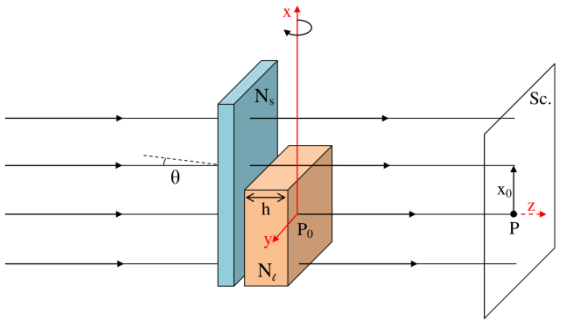
امروزه روش‌های بسیاری برای تعیین ضریب‌شکست و ضخامت‌سنجی مواد به‌کار می‌رود. به عنوان مثال می‌توان از روش خودهم‌سوسازی (روش منشور) [۱]، روش تداخل‌سنجی [۲] و روش بیضی‌سنجی [۳] نام برد. روش‌های مورد اشاره از دقت‌های زیادی در تعیین پارامترهای نوری و ضخامت‌سنجی برخوردارند. همچنین از معایب این روش‌ها می‌توان به تهیه دشوار نمونه، احتیاج به وسایل اپتیکی دقیق و گران‌قیمت و محدوده کاری کوچک اشاره نمود. در دهه اخیر و با تلاش توسلی و همکاران، پراش از پله فازی مورد مطالعه قرار گرفته است [۴-۹]. به دلیل اهمیت فراوان تعیین ضریب‌شکست لایه‌های نازک و همچنین ضخامت‌سنجی آن‌ها، در این مقاله روشی جدید برای تعیین هم‌زمان این دو پارامتر ارائه می‌شود. به عبارت روشن‌تر نمودار نمایانی تجربی حاصل از پراش از پله فازی بر حسب زاویه فرود تعیین می‌گردد. از برازش نمودار نظری نمایانی بر حسب زاویه فرود (به نمودار تجربی)، ضریب‌شکست و ضخامت لایه به‌دست می‌آید.

در این مقاله، ابتدا مبانی نظری پراش از پله فازی ارائه می‌گردد. در ادامه روش جدید تعیین ضریب‌شکست و ضخامت‌سنجی لایه‌های نازک توضیح داده می‌شود. در انتها چیدمان آزمایش و نتایج تجربی مطرح می‌شوند.

۲- مبانی نظری

هنگامی که جبهه‌موج در ناحیه‌ای دچار یک تغییر ناگهانی گردد، پراشی از نوع فرنل مشاهده می‌شود [۴]. این تغییر ناگهانی می‌تواند به دلیل بازتاب از یک پله فیزیکی و یا عبور از تغیه‌ای شفاف باشد، که در لبه آن تغییر ناگهانی ضخامت و یا ضریب‌شکست رخ می‌دهد. با تغییر زاویه فرودی، اختلاف فاز باریکه‌های عبور کرده از دو سمت پله، تغییر می‌کند. همچنین با تغییر فاز به صورت تناوبی، نقش پراش تکرار می‌شود. با تحلیل این رفتار می‌توان ثابت‌های نوری و ضخامت پله فازی را اندازه‌گیری کرد.

فرض می‌شود باریکه‌ای تک‌فام و موازی به پله فازی شفافی می‌تابد. این پله در حالت کلی از زیرلایه‌ای با ضریب شکست N_s، یک لایه بسیار نازک هوا و لایه فوقانی با ضریب شکست N_l تشکیل شده است (شکل ۱). ارتفاع این لایه برابر h فرض شده است. قابل اثبات است، ضخامت لایه هوا و زیرلایه، تاثیری در نتایج ندارند. به دلیل تغییر ضخامت و ضریب‌شکست در لبه پله فازی، دو باریکه عبور کرده از وجه‌های بالا و پایین پله دچار اختلاف فاز ناگهانی می‌شوند. در نتیجه برروی صفحه مشاهده (Sc.) الگوی پراش قابل رویت است.



شکل ۱: نمایی از یک پله فازی، که از قرار گرفتن لایه‌ای نازک برروی زیرلایه تشکیل شده است. در بسیاری از روش‌های لایه‌نشانی، لایه‌ای نازک از هوا بین دوسطح زیرلایه و لایه قرار می‌گیرد (که در شکل بالا لحاظ شده است).

دامنه میدان پراشیده شده از این پله فازی در نقطه دل‌خواه P از صفحه مشاهده را می‌توان با استفاده از انتگرال فرنل-کیرشهف به صورت،

$$u_P = AK\left[t_d \int_{-\infty}^{x_0} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} + t_u\, e^{-i\phi} \int_{x_0}^{+\infty} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}}\right], \qquad (۱)$$

بیان کرد [۱۰]. در این رابطه، A دامنه باریکه فرودی و K ضریب انتشار است. t_d و t_u به ترتیب ضرایب عبور قسمت پایین و بالا از لبه پله فازی هستند. همچنین k عدد موج و r اندازه بردار موقعیت نقطه P از مبدا مختصات (P_0) است. اختلاف فاز دو باریکه عبور کرده از قسمت پایین و بالای لبه از رابطه،

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} h\left[\sqrt{N_l^2 - \sin^2(\theta)} - \cos(\theta)\right], \qquad (۲)$$

به‌دست می‌آید [۸ و ۹]. در این رابطه، θ زاویه باریکه فرودی نسبت به خط عمود بر سطح پله فازی و λ، طول‌موج باریکه تک‌فام فرودی است. با استفاده از تغییر متغیرهای مناسب،

$$u_0 \equiv \frac{K\,A}{\sqrt{r}} e^{-ikr} \qquad v_i \equiv \sqrt{\frac{2r}{\lambda}} x_i;\ \ i = 0,1,2$$
$$\int_0^{v_0} e^{-i\pi v^2/2} dv = C_0 + iS_0, \qquad (۳)$$

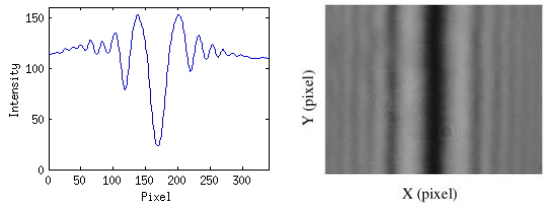
دامنه میدان پراشی (رابطه (۱)) به صورت ساده‌تری بیان می‌شود [۴]. در این روابط v_i بیان‌گر فاصله‌های به‌هنجار از مبدا مختصات است. C_0 و S_0 نیز توابع انتگرال فرنل هستند. بنابراین با استفاده از رابطه $I = u\,u^*$، الگوی شدت پراشیده شده به صورت زیر به‌دست می‌آید [۸]:

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-30]

(۴)

$$I_p = I_0 t_d t_u \left[\cos^2\frac{\phi}{2} + 2(C_0^2 + S_0^2)\sin^2\frac{\phi}{2} - (C_0 - S_0)\sin\phi \right] + \frac{I_0}{2}\left[(\frac{1}{2} + C_0^2 + S_0^2)(t_d - t_u)^2 + (C_0 + S_0)(t_d^2 - t_u^2) \right].$$

در رابطه (۴)، I_0 اندازه شدت فرودی است (مقداری ثابت). شکل ۲ منحنی تجربی شدت الگوی پراشیده شده از پله فازی است که با رابطه (۴) در تطابق است.



شکل ۲: الگوی پراش حاصل از پله‌ای با ارتفاعی در حدود ۳ میکرومتر. اختلاف فاز در این حالت 5π است.

با تغییر زاویه فرود θ، اختلاف فاز ϕ تغییر می‌کند (رابطه (۲)). تغییر در مقدار ϕ باعث ایجاد الگوی پراش جدیدی از پله فازی می‌شود (رابطه (۴)). به عبارت دیگر با تغییر پیوسته زاویه باریکه فرودی، الگوی پراش نیز به صورت پیوسته تغییر می‌کند. این تغییر دارای تناوب 2π است. با استفاده از رابطه (۴) و منحنی شدت، نمایانی میانگین سه فریز مرکزی الگوی پراش به صورت زیر معرفی می‌شود [۴]:

$$V = \frac{\frac{I_{L,max} + I_{R,max}}{2} - I_{C,min}}{\frac{I_{L,max} + I_{R,max}}{2} + I_{C,min}}. \qquad (۵)$$

در رابطه فوق $I_{C,min}$ شدت فریز تاریک مرکزی، $I_{L,max}$ و $I_{R,max}$ به ترتیب شدت فریزهای روشن سمت چپ و راست از فریز تاریک مرکزی هستند (شکل ۲). ضرایب فرنل t_d و t_u در هر زاویه به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۱۰]:

$$t_p = \frac{2n\cos(\theta)}{n^2\cos(\theta) + \sqrt{n^2 - \sin^2(\theta)}}; \quad n \equiv \frac{N}{N'}$$
$$t_s = \frac{2\cos(\theta)}{\cos(\theta) + \sqrt{n^2 - \sin^2(\theta)}} \quad ; \quad n \equiv \frac{N}{N'} \qquad (۶)$$

زیروندهای p و s به ترتیب قبطش‌های موازی و عمود بر صفحه فرود را معین می‌کنند. در روابط فوق N ضریب‌شکست محیطی است که باریکه نور به آن وارد می‌شود. N' نیز ضریب شکست محیط اولیه باریکه فرودی است. به منظور تعیین ضریب‌شکست و ارتفاع یک پله فازی (به مانند شکل ۱)، ابتدا نمودار نمایانی بر حسب زاویه فرود را به‌دست می‌آوریم. به عبارت دقیق‌تر زاویه فرود را با گام‌هایی مشخص تغییر می‌دهیم. به دلیل این تغییرات، مقدار اختلاف فاز و در نتیجه الگوی شدت نیز تغییر می‌کنند. سپس با استفاده از رابطه (۵) نمایانی مربوط به الگوی پراش در هر زاویه مشخص به‌دست می‌آید. در ادامه توسط یک برنامه کامپیوتری دو مقدار ضریب‌شکست و ارتفاع با گام‌هایی کوچک تغییر می‌کنند. در هر گام شدت الگوی پراش و نمایانی آن از روابط (۴) و (۵) محاسبه شده، سپس نمودار نمایانی بر حسب زاویه فرود توسط برنامه به‌دست می‌آید. در انتها داده‌های شبیه سازی شده نمایانی بر حسب زاویه فرود با مقادیر تجربی مقایسه می‌شوند. جواب نهایی نموداری است که کمترین اختلاف را از داده‌های تجربی دارد. به عبارت دیگر، ضریب‌شکست و ارتفاعی که در ازای آن‌ها داده‌های نمایانی شبیه‌سازی شده و داده‌های نمایانی تجربی کمترین میزان اختلاف را دارند، جواب نهایی است. به بیان ریاضی، برای هر نمودار شبیه‌سازی شده مقدار عبارت میانگین قدرمطلق خطاها (MAE) محاسبه می‌شود:

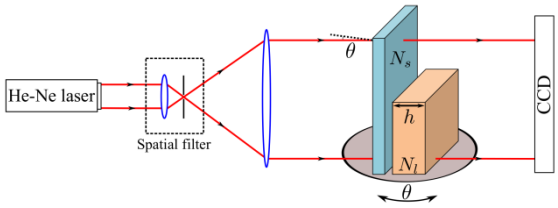
$$\mathrm{MAE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |V_s(\theta_i) - V_e(\theta_i)|. \qquad (۷)$$

جواب نهایی، ضریب‌شکست و ارتفاعی است که کمترین مقدار MAE را به خود اختصاص دهند. در رابطه (۷)، V_s و V_e به ترتیب داده‌های به‌دست آمده از شبیه‌سازی کامپیوتر و نتایج تجربی هستند. با استفاده از روابط ریاضی اثبات کرده‌ایم که جواب به‌دست آمده از این روش یکتا است. بنابراین انتظار داریم با استفاده از یک چیدمان ساده اپتیکی (ارائه شده در بخش بعد) و با استفاده از روش مطرح شده، ضریب‌شکست لایه‌ها نازک (میکرومتری) را با دقت رقم سوم بعد از اعشار و ارتفاع آن را با دقتی در محدوده ۱۰ نانومتر به‌دست آوریم.

۳- نتایج تجربی

چیدمان آزمایش با پله فازی به ترتیب از یک منبع نور (لیزر هلیوم-نئون)، فیلتر فضایی، عدسی باریکه گستر، پله فازی شفاف، گونیومتر و CCD تشکیل شده است (شکل ۳). نور موازی شده بعد از عدسی باریکه گستر به نمونه شفاف می‌تابد و طرح پراش ایجاد شده توسط CCD هشت بیت ثبت می‌گردد. نمونه بروی یک گونیومتر قرار دارد که با استفاده از آن می‌توان پله فازی را با گام‌هایی معین و دقیق چرخاند (گونیومتر دارای دقت ۳۰ ثانیه قوسی است).

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-30]



شکل ۳: نمایی از چیدمان آزمایش پراش فرنل از پله فازی عبوری.

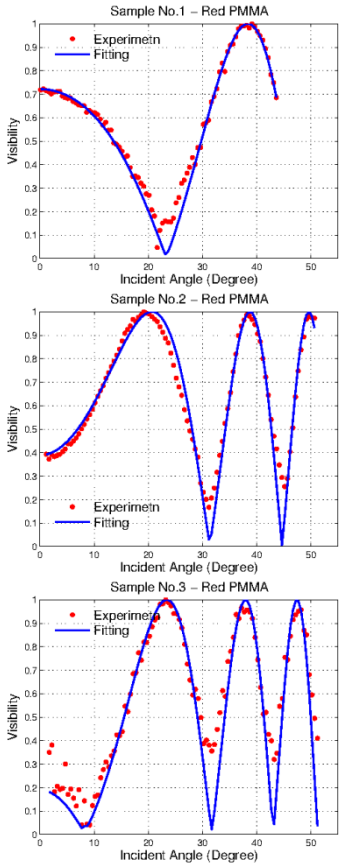
پله فازی مورد نظر از جنس پلیمر شفاف PMMA است. ابتدا این ماده را در حلال دی‌کلرومتان حل نموده و سپس توسط روش Dip coating بروی لام‌های تمیز شده، لایه نشانی می‌کنیم. ضخامت این لایه‌های پلیمری در محدوده ۱ الی ۲۰ میکرومتر هستند. به صورت معمول لایه‌های میکرومتری دارای افت و خیزهایی از مرتبه یک درصد در ضخامت خود هستند. بنابراین ضریب‌شکست از مرتبه سه الی چهار رقم بعد از اعشار قابل تعیین است. در ادامه با استفاده از یک محلول پلیمری (با غلظتی مشخص)، سه نمونه با ضخامت‌های متفاوت ساخته‌ایم. انتظار داریم با استفاده از روشی که معرفی نموده‌ایم ضریب‌شکست سه نمونه را برابر و ارتفاع‌های آن‌ها را متفاوت به‌دست آوریم. هم‌خوانی ضرایب‌شکست تعیین شده با مقدارهای معتبر جهانی این ماده، تصدیق کننده این روش است. نتایج نهایی به‌دست آمده، در جدول ۱ نمایش داده شده‌اند. همچنین داده‌های تجربی و بهترین نمودارهای به‌دست آمده از شبیه سازی در شکل ۴ نمایش داده شده‌اند.

جدول ۱: نتایج به‌دست آمده برای ضریب‌شکست و ضخامت نمونه‌ها پلیمری با استفاده از روش پله فازی.

شماره نمونه	ضریب‌شکست	ضخامت (میکرومتر)
۱	۱,۵۰۰	۵,۸۹
۲	۱,۴۹۱	۱۰,۴۸
۳	۱,۵۰۷	۱۲,۳۹

۴- نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج به‌دست آمده، پراش فرنل از پله فازی شفاف روشی دقیق، ساده و کم هزینه به منظور تعیین ضریب‌شکست و ضخامت لایه‌های شفاف میکرومتری است. در این مقاله با استفاده از روش جدید ارائه شده بر اساس پراش از پله فازی، ضخامت و ضریب‌شکست لایه‌های نازک (میکرومتری) را به ترتیب با دقت‌های ۰,۱ و ۰,۵ درصد اندازه‌گیری کردیم.



شکل ۴: منحنی نمایانی بر حسب زاویه فرود. نقاط، نشان دهنده داده‌های تجربی (پس از حذف نمودن نوفه‌های زمینه) و خط ممتد، بهترین نمودار نظری برازش شده است.

سپاس‌گزاری

لازم است از آقای دکتر مهاجرانی و خانم اسلامی بابت کمک در تهیه لایه‌ها به صورت پله و در اختیار گذاشتن نمونه‌ها پلیمری تشکر نماییم.

مراجع

[۱] Cheng,C.C. *Refractive index measurement by prism autocollimation*.**Am. J.Phys.**, ۸۲(۳):۲۱٤–۱٦,۲۰۱٤.

[۲] Betzler, K. et al. *Interferometric measurement of refractive indices*.**Rev. Sci.Instrum.**, ٥۹(٤):٦٥۲–۳, ۱۹۸۸.

[۳] Jung, J. et al. *Ellipsometery*. Aalborg Uinuversity, Denmark, ۲۰۰٤.

[٤] Amiri, M. and Tavassoly, M.T. *Fresnel diffraction from ۱D and ۲D phase steps in reflection and transmission modes*.**Opt. Commun.**, ۲۷۲(۲):۳٤۹–۳٦۱, ۲۰۰۷.

[٥] Tavassoly, M.T. et al. *Application of Fresnel diffraction from a phase step to the measurement of film thickness*.**Appl. Opt.**, ٤۸(۲۹):٥٤۹۷–٥۰۱, ۲۰۰۹.

[٦] Tavassoly, M.T. et al. *Optical diffractometry*.**J. Opt. Soc. Am. A. Opt. Image Sci. Vis.**, ۲٦(۳):٥٤۰–۷, ۲۰۰۹.

[۷] Tavassoly, M.T. and Saber, A. *Optical refractometry based on Fresnel diffraction from a phase wedge*.**Opt. Lett.**, ۳٥(۲۱):۳٦۷۹–۸۱, ۲۰۱۰.

[۸] Tavassoly, M.T. et al. *Applications of Fresnel diffraction from the edge of a transparent plate in transmission*.**Appl. Opt.**, ٥۱(۳۰):۷۱۷۰–٥, ۲۰۱۲.

[۹] Tavassoly, M.T et al. *High precision refractometry based on Fresnel diffraction from phase plates*.**Opt. Lett.**, ۳۷(۹):۱٤۹۳–٥, May ۲۰۱۲.

[۱۰] Pedrotti, F. and Pedrotti, L. *introduction to optics*. Prentice-Hall International Inc., USA, ۲nd ed., ۱۹۹۳.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-30]