بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

محاسبه فاصله کانونی مؤثر عدسی شکل گرفته در محیط‌های غیرخطی در اثر تابش باریکه‌های لیزری

محمدرضا رشیدیان وزیری

پژوهشکده لیزر و اپتیک، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، تهران

چکیده – در این مقاله، با استفاده از نظریه انتشار امواج گاؤسی، فاصله کانونی مؤثر عدسی شکل‌گرفته در محیط‌های غیرخطی در اثر برهم‌کنش آن‌ها با باریکه‌های لیزری محاسبه شده است. به این منظور، نقش محیط غیرخطی در القا کردن فازی غیرخطی در رابطه مربوط به موج تابشی روی سطح آن درنظر گرفته شده است. با استفاده از تقریب بی‌ابیراهی و بسط تیلور جمله اختلاف فاز غیرخطی، فاصله کانونی عدسی شکل گرفته به دست آمده است. محاسبات نشاندهنده آن است که رابطه مربوط فاصله کانونی به دست آمده بایستی دربردارنده ضریبی اصلاحی به منظور درنظرگرفتن نقش جملات مرتبه بالاتر حذف شده در بسط باشد. نتایج آزمایشات تجربی که پیش از این به انجام رسیده نشاندهنده آن است که بزرگی این ضریب اصلاحی می‌تواند بین ۳/۷۷ تا ۶/۴ متغیر باشد. در صورتی که از این ضریب اصلاحی برای محاسبه بزرگی ضریب شکست غیرخطی اجسام در آزمایش‌هایی که به همین منظور پایه‌ریزی می‌شوند صرف‌نظر شود، مقدار محاسبه شده خطای نسبی با بزرگی حدود ۷۳/۵ تا ۸۴/۴ درصد خواهد داشت.

کلید واژه- اپتیک غیرخطی، اثر کر، عدسی گرمایی.

Obtaining the effective focal length of the shaped lens in nonlinear media in their interaction with laser beams

Mohammad Reza Rashidian Vaziri

Laser and optics research school, NSTRI, Tehran, Iran

Abstract- In this paper, the effective focal length of the formed lens in nonlinear media as a result of their interaction with the laser beams is obtained. To this end, it is assumed that the nonlinear medium induces a nonlinear phase in the impinging wave. Using the aberration-free theory and the Taylor series expansion of the nonlinear phase shift, the lens focal length is obtained. It is shown that the focal length must contain a correction factor to precisely consider the role higher order omitted terms in the Taylor expansion. Previously performed experiments showed that the mentioned correction factor may take on values between 3.77 and 6.4. If this correction factor be ignored in determination of the value of the nonlinear refractive index, in the experiments that are mostly used in this case, the determined values may contain relative errors as large as 73.5- 84.4%.

Keywords: Nonlinear optics, Kerr effect, Thermal lens.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-30]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

مواد در برهم‌کنش با نور معمولی رفتار خطی دارند. اما در برهم‌کنش با باریکه‌های لیزری، بیش‌تر مواد رفتار غیرخطی نوری از خود نشان می‌دهند. همدوسی بالای مکانی باریکه‌های لیزری و واگرایی اندک آن‌ها، شدت نوری بالایشان را در فواصل طولانی در امتداد مسیر انتشار به همراه خواهد داشت. پاسخ اکثر مواد به این تابش لیزری پرشدت از نوع غیرخطیت نوع کِر است. این نوع از غیرخطیت را می‌توان با تغییرات ضریب شکست و طبق رابطه زیر بیان نمود:

$$n = n_0 + n_2 I \qquad (1)$$

که در آن n_0 و n_2 به ترتیب ضریب شکست‌های خطی و غیرخطی و I شدت لیزر تابشی است. چون شدت خروجی بیش‌تر لیزرها را می‌توان با تابع گاؤسی تقریب زد، بر حسب مثبت یا منفی بودن علامت ضریب شکست غیرخطی ماده، بزرگی ضریب شکست روی محور انتشار بیشینه یا کمینه خواهد بود و با دور شدن از محور انتشار مقدار آن کاهش و یا افزایش خواهد یافت. بنابراین دربرهم‌کنش با باریکه‌های لیزری پرشدت، بیش‌تر مواد به صورت عدسی محدب یا مقعر عمل می‌کنند. عدسی شکل گرفته می‌تواند قطر باریکه لیزری عبوری از میان آن را دستخوش تغییر نماید. فاصله کانونی عدسی شکل گرفته متناسب با بزرگی ضریب شکست غیرخطی ماده است. بنابراین با اندازه‌گیری میزان تغییرات قطر باریکه پس از عبور ازمیان ماده غیرخطی، می‌توان بزرگی ضریب شکست غیرخطی ماده را تعیین نمود. پایه و اساس بیش‌تر روش‌هایی که برای اندازه‌گیری ضریب شکست غیرخطی ماده به کار می‌روند برپایه همین اصل ساده استوار است. روش‌های پرکاربردی نظیر روبش z [۱]، عدسی گرمایی [۲] و ماره در دوحالت زاویه‌دار [۳] و موازی [۴] بر پایه همین اصل استوار هستند. اندازه‌گیری دقیق ضریب شکست غیرخطی ماده با استفاده از این روش‌ها وابسته به دقت تقریب به کار گرفته شده برای محاسبه فاصله کانونی عدسی شکل گرفته است.

در این کار با استفاده از نظریه انتشار باریکه‌های گاؤسی، مقدار دقیق فاصله کانونی مؤثر عدسی شکل گرفته به علت خاصیت غیرخطی ماده به دست خواهد آمد [۵]. در ادامه، نشان داده خواهد شد که فاصله کانونی مؤثر نسبت به آنچه که در روش‌های ذکرشده به کار گرفته می‌شود بایستی دربردارنده پارامتری اصلاحی باشد. بدون درنظر گرفتن این پارامتر اصلاحی، مقادیر اندازه‌گیری شده برای ضریب شکست غیرخطی خطای چشمگیری خواهند داشت.

۲- محاسبه فاصله کانونی

قدرت میدان الکتریکی مختلط باریکه لیزری که در امتداد محور z درحال انتشار باشد را می‌توان به شکل زیر درنظر گرفت [۶]:

$$E(z,r) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(\frac{-r^2}{w^2(z)} - \mathrm{i}\frac{kr^2}{2R(z)}\right) \times \exp\left(-\mathrm{i}kz + \mathrm{i}\,\mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right)\right) \qquad (2)$$

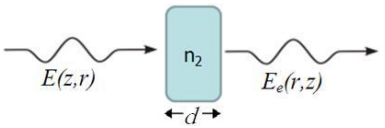
که در آن $w(z) = w_0[1 + (z/z_0)^2]^{1/2}$ شعاع باریکه و $R(z) = z[1 + (z/z_0)^2]$ شعاع انحنای موج در فاصله z است. z_0 طول رایلی، k عددموج و E_0 نیز شدت میدان الکتریکی در محل کمر باریکه است. اگر ماده غیرخطی کِر را در موقعیت z درنظر بگیریم (شکل ۱)، با فرض نازک بودن نمونه ($d<<z_0$)، z_0 طول رایلی، میدان خروجی از ماده را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱ و ۶]:

$$E_e(r,z) = E(z,r)\exp(\mathrm{i}\Delta\varphi(z,r)) \qquad (3)$$

در نوشتن این رابطه فرض شده است که با درنظر گرفتن ضخامت کم نمونه، مقادیر شعاع باریکه و شعاع انحنای موج پس از خروج از ماده با مقادیر آن‌ها روی سطح ورودی یکسان است. اختلاف فاز غیرخطی ظاهرشده در رابطه قدرت میدان الکتریکی برابر است با:

$$\Delta\varphi(z,r) = \frac{\Delta\Phi_0}{1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \exp\left(\frac{-2r^2}{w^2(z)}\right) \qquad (4)$$

که در آن $\Delta\Phi_0 = kn_2 I_0 (1-\exp(-\alpha d))/\alpha$ و α ضریب جذب ماده است. در رابطه (۳) تنها اثر ماده غیرخطی در اعمال یک جابه‌جایی فاز غیرخطی در میدان الکتریکی باریکه لیزری عبوری از میان آن درنظر گرفته شده است [۷].



شکل ۱: میدان ورودی و خروجی از نمونه غیرخطی کِر. در تقریب اپتیک هندسی میدان خروجی از نمونه تنها یک ضریب فاز غیرخطی نسبت به میدان ورودی اضافه خواهد داشت.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-30]

تابع عبور نوری برحسب نسبت بزرگی میدان‌های الکتریکی عبوری و تابشی به سطح یک ماده تعریف می‌شود [۸]:

$$t(z,r)=\frac{E_e(r,z)}{E(z,r)}=\exp\left(\mathrm{i}\Delta\varphi(z,r)\right) \qquad (5)$$

اگر در رابطه (۴) از بسط تیلور برای جمله نمایی استفاده کنیم خواهیم داشت:

$$\Delta\varphi(z,r)=\frac{\Delta\Phi_0}{1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2}\left(1-2\frac{r^2}{w^2(z)}+\ldots\right) \qquad (6)$$

در صورتی‌که نسبت $r^2/w^2(z)$ به اندازه کافی کوچک باشد، حفظ کردن تنها دوجمله از بسط فوق تقریب مناسبی خواهد بود. با این وجود بایستی دقت داشت که در آزمایش‌هایی که برپایه عدسی شکل گرفته در مواد غیرخطی و برای اندازه‌گیری ضریب شکست غیرخطی آن‌ها پایه‌ریزی می‌شوند شعاع باریکه بسیار کوچک و لذا کسر $r^2/w^2(z)$ به نسبت بزرگ است. در آزمایش‌های روبش z و اندازه‌گیری‌های برپایه روش ماره و عدسی گرمایی، از عدسی برای متمرکز کردن باریکه لیزر و افزایش شدت آن استفاده می‌شود تا به افزایش بزرگی جمله دوم رابطه (۱) درمقایسه با جمله اول آن کمک نماید. تحت چنین شرایطی، تعداد بیش‌تری از جملات بایستی در بسط حفظ شوند و استفاده از دوجمله اول تقریب دقیقی نخواهد بود. در تقریب سهموی یا تقریب بی‌ابیراهی، با معرفی ضریبی اصلاحی برای درنظرگرفتن نقش جملات بالاتر حذف شده، می‌توان از دو جمله نخست بسط استفاده کرد. بنابراین در این تقریب می‌توان رابطه (۶) را به شکل زیر نوشت [۹ و ۱۰]:

$$\Delta\varphi(z,r)\approx\frac{\Delta\Phi_0}{1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2}\left(1-2\frac{r^2}{aw^2(z)}\right) \qquad (7)$$

که در آن a ضریب اصلاحی درنظر گرفته شده برای برآورد نقش جملات مرتبه بالاتر حذف شده است. با جایگذاری رابطه (۷) در رابطه (۵) و با درنظر گرفتن شرط نازک بودن نمونه $d \ll z_0$، می‌توان تابع انتقال دامنه‌ی مختلط را به شکل زیر نوشت:

$$t(z,r)\approx\exp\left(-\mathrm{i}k\frac{4n_2Pd_{\mathrm{eff}}}{a\pi w^4(z)}r^2\right) \qquad (8)$$

که در آن ضخامت مؤثر ماده به صورت $d_{\mathrm{eff}}=\left(1-\exp(-\alpha d)\right)/\alpha$ وارد شده است. می‌توان نشان داد که تابع انتقال دامنه برای یک عدسی نازک به شکل زیر است [۸]:

$$t(z,r)\approx\exp\left(-\mathrm{i}k\frac{r^2}{2f}\right) \qquad (9)$$

با مقایسه رابطه‌های (۸) و (۹) می‌توان فاصله کانونی مؤثر عدسی کِر شکل گرفته به علت پاسخ غیرخطی ماده را به صورت زیر به دست آورد:

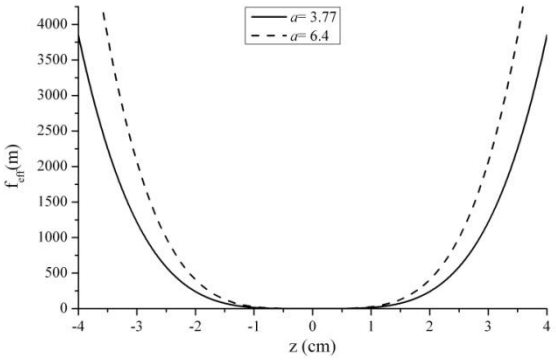
$$f_{\mathrm{eff}}(z)=\frac{a\pi w^4(z)}{8n_2Pd_{\mathrm{eff}}} \qquad (10)$$

با توجه به رابطه به دست آمده، با افزایش ضریب شکست غیرخطی ماده، عدسی قوی‌تری با فاصله کانونی کوتاه‌تر حاصل می‌آید. علاوه بر این با افزایش بزرگی کمر باریکه و دور کردن ماده از محل کمر باریکه، قدرت عدسی کِر شکل گرفته به شدت دچار افت می‌شود. نکته مهم در ارتباط با رابطه (۱۰)، وارد شدن ضریبی تصحیحی a در آن به منظور درنظر گرفتن نقش جملات مرتبه بالاتر حذف شده در رابطه (۶) است. رابطه (۱۰) نسبت به روابط مشابهی که پیش از این برای فاصله کانونی مؤثر ماده غیرخطی ارائه شده‌اند [۳ و ۴]، دربردارنده ۲ تفاوت اصلی است. علاوه بر ضریب تصحیحی a، در مخرج کسر نیز ضخامت ماده با ضخامت مؤثر آن جایگزین شده است. می‌توان نشان داد که حتی رابطه (۱۰) را نیز درصورتی می‌توان به کار گرفت، که ضخامت ماده غیرخطی تحت بررسی نسبت به طول رایلی باریکه لیزری مورد استفاده در آزمایش بسیار کوچک باشد.

۳- نتایج

نتایج محاسبات عددی و بررسی‌های تجربی نشان‌دهنده آن است که بزرگی ضریب اصلاحی a می‌تواند بین ۳/۷۷ تا ۶/۴ متغیر باشد [۹]. به ازای این دو مقدار حدی برای ضریب اصلاحی a، تغییرات فاصله کانونی مؤثر بر حسب فاصله از محل کمر باریکه لیزری در شکل ۲ ترسیم شده است. در آزمایش‌های روبش z و اندازه‌گیری‌های برپایه روش ماره و عدسی گرمایی، ماده غیرخطی در امتداد محور z جابه‌جا شده و با ثبت اثر تغییرات فاصله کانونی مؤثر بر پارامترهای قابل اندازه‌گیری در این آزمایش‌ها، می توان ضریب شکست غیرخطی ماده را به دست آورد. با توجه به شکل ۲، با تغییر مقدار ضریب اصلاحی a، فاصله کانونی مؤثر عدسی کِر به شدت دستخوش تغییر می‌شود.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-30]

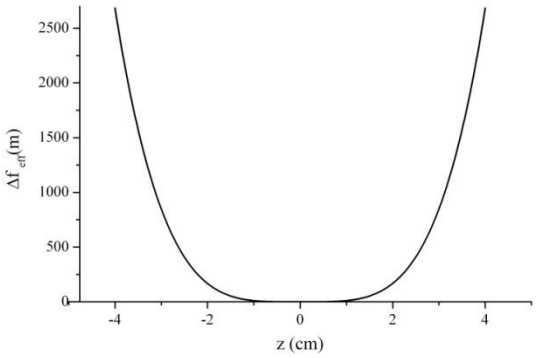


شکل ۲: تغییرات فاصله کانونی مؤثر ماده غیرخطی برحسب فاصله از محل کمر باریکه لیزری. فاصله‌های کانونی برای دومقدار حدی ضریب اصلاحی a در رابطه (۱۰) رسم شده‌اند. افت شدید قدرت کانونی کنندگی عدسی؛ با دور شدن از محل کمر باریکه مشهود است.

این تغییر فاصله کانونی برای فاصله‌های دورتر از محل کمر باریکه چشمگیرتر است. به منظور مشاهده دقیق‌تر این تغییرات، در شکل ۳ تغییرات فاصله کانونی مؤثر برحسب فاصله و به ازای دو مقدار حدی ضریب اصلاحی a رسم شده است. با توجه به این دو شکل، چون بزرگی ضریب شکست غیرخطی ماده با ثبت اثر تغییرات فاصله کانونی مؤثر ماده و برازش بر روی داده‌های حاصل محاسبه می‌شود، در صورت درنظر نگرفتن ضریب اصلاحی a، خطای اندازه‌گیری بسیار بزرگ خواهد بود. می‌توان نشان داد که بدون درنظرگرفتن این ضریب، خطای نسبی از مرتبه بزرگی ۷۳/۵ تا۸۴/۴ درصد در تعیین مقدار ضریب شکست غیرخطی مواد رخ خواهد داد. چنین خطای بزرگی در اندازه‌گیری یک کمیت فیزیکی به هیچ عنوان قابل قبول نیست. برای مواد با ضخامت کم ($d \ll z_0$)، ضخامت مؤثر ماده را می‌توان با ضخامت عادی آن یکسان گرفت و این ضریب اصلاحی است که در رابطه (۱۰) بزرگی ضریب شکست غیرخطی اندازه‌گیری شده را تحت تأثیر خود قرار می‌دهد.

۴- نتیجه‌گیری

در این کار، با استفاده از نظریه انتشار امواج گاؤسی، فاصله کانونی دقیق عدسی که در مواد غیرخطی کِر و به هنگام عبور باریکه‌های لیزری شکل می گیرد محاسبه شده است. نتایج محاسبات نشاندهنده آن است که فاصله کانونی ذکر شده بایستی دربردارنده ضریبی اصلاحی باشد. بدون درنظر گرفتن این ضریب در محاسبات مربوط به تعیین



شکل ۳: اختلاف فاصله‌های کانونی مؤثر ماده‌ای غیرخطی برای دو مقدار حدی ضریب اصلاحی و برحسب فاصله از محل کمر باریکه لیزری.

ضریب شکست مواد غیرخطی در آزمایش‌های روبش z و اندازه‌گیری‌های برپایه روش ماره و عدسی گرمایی، نتایج با خطای بزرگی همراه خواهند بود. بدون درنظرگرفتن این ضریب، خطای نسبی از مرتبه بزرگی ۷۳/۵ تا۸۴/۴ درصد در تعیین مقدار ضریب شکست غیرخطی مواد رخ خواهد داد.

مراجع

[1] M. Sheik-Bahae, A.A. Said, T.H. Wei, D.J. Hagan, E.W. Van Stryland, *IEEE J. Quantum Electron.* **26** (1990) 760.
[2] C. Hu and J.R. Whinnery, *Appl. Optics* **12** (1973) 72-79.
[3] K. Jamshidi-Ghaleh, N. Mansour, *Opt. Commun.* **234** (2004) 419.
[4] S. Rasouli, H. Ghasemi, M. T. Tavassoly, and H. R. Khalesifard, *Appl. Opt.* **50** (2011) 2356.
[5] M. R. Rashidian Vaziri, "Comment on Nonlinear refraction measurements of materials using the moiré deflectometry" *Opt. Commun.* (2014), http://dx.doi.org/10.1016/j.optcom.2014.09.017i
[6] M.R. Rashidian Vaziri, *Appl. Optics* **52**(20), 4843-4848 (2013).
[7] M.R. Rashidian Vaziri, F. Hajiesmaeilbaigi and M.H. Maleki, *J. Opt.* **15**(2), 025201 (2013).
[8] B.E.A. Saleh, M.C. Teich, Fundamentals of photonics, 2nd ed. (Wiley 2007), p.p 51-57.
[9] M. Sheik-Bahae, A.A. Said, D.J. Hagan, M.J. Soileau, M.J. Van Stryland, *Opt. Eng.* **30**, (1991) 1228.
[10] M.R. Rashidian Vaziri, Laser Phys. **23** (2013) 105401.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-30]