بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

درهمتنیدگی مدهای اپتیکی و ریزموج ابررسانا در تقریب موج چرخان

عاطفه الف‌خانی[۱]، مجتبی مظاهری[۲]، وحید فیاض[۱]
۱.گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد همدان، همدان، ایران.
۲. دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی همدان، همدان، ایران.

چکیده – ما در این مقاله سامانه‌ای شامل مدهای اپتیکی و ریزموج ابررسانا را مطالعه می‌کنیم که از طریق نوسانگر مکانیکی با همدیگر برهمکنش دارند. کاواک های‌اپتیکی و ریزموج به ترتیب در باندهای واکوکی آبی و قرمز راه‌اندازی شده‌اند. ما نشان می‌دهیم که سامانه، درهمتنیدگی قوی بین مدهای اپتیکی و ریزموج در رژیم موج چرخان و مد بد کاواک از خود بروز می‌دهد.

کلید واژه- تقریب موج چرخان، درهمتنیدگی، کاواک اپتیکی، کاواک ریزموج، معادله لانژوین کوانتومی.

Entangling optical and superconducting microwave cavity modes in rotating wave approximation

Atefeh Alefkhani[1], Mojtaba Mazaheri[2], Vahid Fayaz[1]

1.Department of Physics, Faculty of Sciences ,Hamedan Branch, Islamic Azad University, Hamedan, Iran.

2. Department of Science, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran.

Abstract-In this paper, we consider a system containing an optical cavity and a superconducting microwave cavity interacting via a nanomechanical resonator. Optical and microwave cavity modes are subsequently set at the blue-detuned and red-detuned regimes. We show the system exhibits an strong entanglement between optical and microwave modes in the bad cavity mode and rotating wave approximation.

Keywords: Rotating wave approximation, Entanglement, Optical cavity, Microwave cavity, Quantum Langevian equation.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱. مقدمه

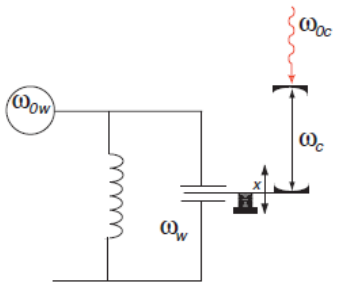
درهمتنیدگی می‌تواند به عنوان بخشی از طرح‌های بازخوانی در پردازش اطلاعات کوانتومی بکار رود[۱]. در این مقاله سیستم تشدیدگر نانومکانیکی متصل به کاواک اپتیکی و کاواک ابررسانا معرفی می‌شود که شامل سه مد مکانیکی، اپتیکی و ریزموج ابررساناست که به صورت دو به دو درهمتنیده شده‌اند. تشدیدگرهای نانومکانیکی می‌توانند به طور مؤثر با تعداد زیادی از ابزارهای گوناگون جفت شوند و بنابراین ابزاری مهم برای تشخیص وجوه مشترک کوانتومی هستند و قادر به ذخیره، انتقال و تقسیم اطلاعات کوانتومی می‌باشند. ما دینامیک این سیستم را با استفاده از معادله‌های لانژوین کوانتومی مورد بررسی قرار داده و به ویژه بر روی نوسان‌های کوانتومی سیستم با حل کردن دینامیک خطی شده در حالت ثابت کلاسیکی تمرکز می‌کنیم [۲]. سپس درهمتنیدگی دوتایی بین سه مد سامانه را در تقریب موج چرخان و مد بد کاواک (که در آن سیستم در حالت پایاتری قرار دارد) بدست می‌آوریم.

۲. هامیلتونی سیستم

این سامانه شامل کاواک اپتیکی فابری-پرو و کاواک ریزموج ابررساناست که این کاواک‌ها به وسیله یک تیغه متحرک یا نوسانگر مکانیکی به یکدیگر متصل شده‌اند. این تیغه متحرک باعث تغییر طول کاواک اپتیکی و تأثیر بر روی میدان فوتونی کاواک اپتیکی و تغییر فاصله صفحه‌های خازن مدار کاواک ریزموج و تأثیر بر روی میدان فوتونی ریزموج می‌شود. هامیلتونی سیستم جفت شده به صورت زیر می‌باشد[۳]:

$$H=\frac{p_x^2}{2m}+\frac{m\omega_m^2x^2}{2}+\frac{\phi^2}{2L}+\frac{Q^2}{2[C+C_\circ(x\omega)]}-e(t)Q$$
$$+\hbar\omega_c a^+a-\hbar G_{oc}a^+ax+i\hbar E_c\left(a^+e^{-i\omega_{oc}t}-ae^{i\omega_{oc}t}\right)$$
(۱)

که در آن (x,p_x) به ترتیب نشان دهندهٔ موقعیت کانونی و گشتاور یک نوسانگر مکانیکی با فرکانس ω_m هستند. پارامترهای Q و ϕ عبارتند از مختصات‌های کانونی کاواک ریزموج ابررسانا که شار را در یک القاگر معادل L و بار را در یک خازن معادل C توصیف می‌کنند. پارامترهای a و a^+ عملگرهای نابودی و تولید مد کاواک اپتیکی، $([a,a^+]=1)$ ، $E_c=\sqrt{2p_ck_c/\hbar\omega_{oc}}$ دامنه میدان راه‌اندازی کاواک اپتیکی را نشان می‌دهد که در آن p_c توان راه‌اندازی، k_c ضریب میرایی کاواک اپتیکی، w_{oc} فرکانس لیزر راه‌اندازی، m جرم مؤثر مد مکانیکی و L طول کاواک اپتیکی فابری-پرو است[۴].



شکل ۱:نمایش دستگاه مورد مطالعه یک کاواک ریزموج عنصرانباشته با یک خازن سراستوانه‌ای مجزای ساکن جفت شده ، همچنین کاواک اپتیکی تشکیل شده ازیک آینه ورودی ویک خازن سراستوانه‌ای که به لحاظ اپتیکی پوشش‌دهی شده است[۴].

منبع راه‌اندازی پیوسته کاواک ریزموج ابررسانا با نسبت میرایی k_w به صورت پتانسیل الکتریکی $e(t)=-i\sqrt{2\hbar\omega_\omega L}E_\omega\left(e^{i\omega_{o\omega}t}-e^{-i\omega_{o\omega}t}\right)$ است. نوسانگر مکانیکی با کاواک ریزموج جفت می‌شود زیرا ظرفیت خازن $(C_0(x))$ تابعی از مکان تشدیدگر است. ما این تابع را حول موقعیت تعادلی نوسانگر مکانیکی در فاصله d بسط می‌دهیم[۴]. هامیلتونی معادلهٔ (۱) را می‌توان برحسب افزایش و کاهش میدان کاواک ریزموج ابررسانا، b,b^+ $([b,b^+]=1)$ و موقعیت بدون بعد و عملگرهای تکانه و مکان نوسانگر مکانیکی، p و q $([q,p]=i)$ مجدداً به صورت زیر نوشت[۴]:

$$H=\hbar\omega_\omega b^+b+\hbar\omega_c a^+a+\frac{\hbar\omega_m}{2}\left(\hat{p}^2+\hat{q}^2\right)-\frac{\hbar G_{0\omega}}{2}\hat{q}$$
$$\left(b+b^+\right)^2-\hbar G_{oc}\hat{q}a^+a-i\hbar E_\omega\left(e^{i\omega_{o\omega}t}-e^{-i\omega_{o\omega}t}\right)$$
$$\left(b+b^+\right)+i\hbar E_c\left(a^+e^{-i\omega_{oc}t}-ae^{i\omega_{oc}t}\right)$$
(۲)

بنابراین می‌توانیم معادله‌های لانژوین کوانتومی غیر خطی را در تصویر برهمکنش $H_0=\hbar\omega_{o\omega}b^+b+\hbar\omega_{oc}a^+a$ بدست آوریم که در آن عملگرهای هایزنبرگی را به صورت دو بخش مستقل از زمان و وابسته به زمان در نظر می‌گیریم[۵]. مقادیر مستقل از زمان به ترتیب به صورت $p_s=0$ ، $q_s=G_{0c}|\alpha_s|^2+G_{0\omega}|\beta_s|^2/\omega_m$ ، $\alpha_s=E_c/k_c+i\Delta_c$ و $\beta_s=E_\omega/k_\omega+i\Delta_\omega$ به دست می‌آیند. پارامترهای α_s و β_s به ترتیب دامنه میدان کاواک اپتیکی و میدان کاواک ریزموج در حالت پایا

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]

هستند که در آنها $\Delta_c = \Delta_{oc} - G_{oc} q_s$ و $\Delta_\omega = \Delta_{0\omega} - G_{o\omega} q_s$ به ترتیب واکوکی مؤثر میدان کاواک اپتیکی و ریزموج می‌باشند. بخش‌های وابسته به زمان که دینامیک سیستم از حل آنها به دست می‌آید به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned}
&\delta\dot{q} = \omega_m \delta p \\
&\delta\dot{p} = -\omega_m \delta q - \gamma_m \delta p + G_{oc}\alpha_s\left(\delta a^+ + \delta a\right) \\
&+ G_{o\omega}\beta_s\left(\delta b^+ + \delta b\right) + \xi(t) \\
&\delta\dot{a} = \left(k_c + i\Delta_c\right)\delta a + iG_{oc}\alpha_s \delta q + \sqrt{2k_c}\, a_{in(t)} \\
&\delta\dot{b} = -\left(k_\omega + i\Delta_\omega\right)\delta b + iG_{o\omega}\beta_s \delta q + \sqrt{2k_\omega}\, b_{in}(t)
\end{aligned}$$

(۳)

۳. نتایج در تقریب موج چرخان

معادله‌های وابسته به زمان سیستم را در تقریب موج چرخان و در حد $\omega_m \succ\succ G_\omega, G_c, k$ به دست می‌آوریم و از جمله‌هایی که با فرکانس $\pm 2\omega_m$ نوسان می‌کنند چشم‌پوشی می‌کنیم. این حالت را به عنوان راه ندازی ضعیف در نظرمی‌گیریم. پارامترهای $\delta\dot{q}, \delta\dot{p}$ به صورت عملگر فنای مکانیکی $\delta\dot{a}_m$ تبدیل شده‌اند:

$$\begin{aligned}
&\delta\dot{a}_m = -i\omega_m \delta a_m - \frac{\gamma_m}{2}\left(\delta a_m - \delta a_m^+\right) + i\frac{G_c}{2}\left(\delta a^+ + \delta a\right) \\
&+ i\frac{G_\omega}{2}\left(\delta b^+ + \delta b\right) + \frac{\xi(t)}{\sqrt{2}}
\end{aligned}$$

(۴)

با توجه به این که در سیستم‌های دوتایی متصل به هم، درهمتنیدگی در صورتی رخ می‌دهد که یکی از سیستم‌ها در حالت واکوکی آبی و سیستم دوم در حالت واکوکی قرمز باشد[۵]، این شرط به این دلیل است که در سیستم با واکوکی آبی درهمتنیدگی بین نوسانگر مکانیکی و میدان کاواک رخ می‌دهد و در سیستم با واکوکی قرمز با حضور برهمکنش تقسیم پرتو رابطه دوگانه‌ای بین نوسانگر و میدان کاواک دوم وجود دارد و به واسطه نوسانگر مکانیکی بین دو میدان کاواکی اپتیکی و ریزموج درهمتنیدگی ایجاد می‌شود. بنابراین برای حالت‌های $\Delta_\omega = +\omega_m \succ 0$ و $\Delta_c = -\omega_m \prec 0$ داریم:

$$\begin{aligned}
&\delta\dot{\tilde{a}}_m = -\frac{\gamma_m}{2}\delta\tilde{a}_m + \frac{iG_c}{2}\delta\tilde{a}_c^+ + \frac{iG_\omega}{2}\delta\tilde{b} + \sqrt{\gamma_m}\,\tilde{a}_m^{in} \\
&\delta\dot{\tilde{a}}_c = -k_c\delta\tilde{a}_c + \frac{iG_c}{2}\delta\tilde{a}_m^+ + \sqrt{2k_c}\,\tilde{a}_{in} \\
&\delta\dot{\tilde{b}} = -k_\omega\delta\tilde{b} + \frac{iG_\omega}{2}\delta\tilde{a}_m + \sqrt{2k_\omega}\,\tilde{b}_{in}
\end{aligned}$$

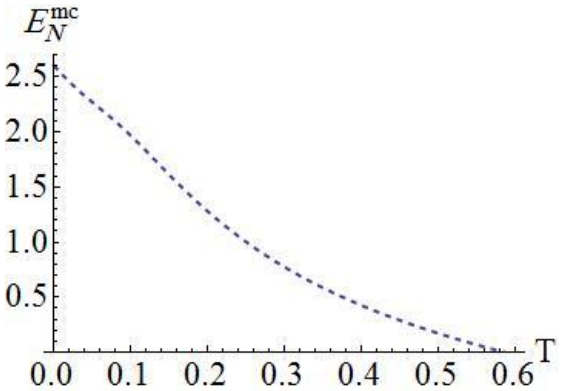
(۵)

که در آن $i\xi(t)e^{i\omega_m t}/\sqrt{2} = \sqrt{\gamma_m}\,\tilde{a}_m^{in}(t)$، $\tilde{a}_c^{in}(t) = a_c^{in}(t)e^{i\Delta_c t}$ و $\tilde{b}^{in} = b^{in}(t)e^{i\Delta_\omega t}$ است[۶]. اگر $\Delta_\omega \succ 0$ باشد برهمکنش بین نوسانگر مکانیکی و میدان اپتیکی از جنس $a_m b^+ + a_m^+ b$ و اگر $\Delta_c \prec 0$ باشد برهمکنش بین میدان اپتیکی و میدان ریزموج از جنس $a_c^+ a_m^+ + a_c a_m$ خواهد بود. در این سیستم سه مدی، مدهای کاواک اپتیکی و ریزموج می‌توانند با واسطه نوسانگر مکانیکی درهمتنیده شوند. چون جمله‌های نویز در سه بخش معادله ۵ توابع گاوسی با متوسط صفر هستند و دینامیک سیستم خطی سازی شده است. حالت ایستای سیستم حالت گاوسی سه مدی است که با ماتریس همبستگی 6×6 متقارن مشخص می‌شود. معادله‌های دینامیک سیستم را می‌توان به معادله اول لیاپونوف تبدیل کرد و از آنجا ماتریس همبستگی سیستم را محاسبه کرد. با استفاده از این ماتریس می‌توانیم درهمتنیدگی دوگانه حالت ایستا را به ترتیب بین سه مد اپتیکی، ریزموج و نوسانگر به دست آوریم. درهمتنیدگی مدها با استفاده از عبارت منفی لگاریتمی E_N به دست می‌آید [۶].

شکل ۲ درهمتنیدگی بین مدهای مکانیکی و کاواک اپتیکی را بر حسب دما نشان می‌دهد. درهمتنیدگی یا منفی لگاریتمی E_N^{mc} از مقدار بزرگ 2.5 به مقدار صفر در دمای $0.6k$ به سرعت کاهش می‌یابد. منفی لگاریتمی در شرایط $\Delta_\omega = +\omega_m$ و $\Delta_c = -\omega_m$ در نظر گرفته شده است. ما برای رسم شکل پارامترهایی را برای نوسانگر مکانیکی و کاواک اپتیکی و کاواک ریزموج در نظر گرفته‌ایم، یعنی نوسانگر مکانیکی را با فرکانس $\omega_m = 2\pi \times 10^7 HZ$ و کاواک ریزموج را با فرکانس $\omega_\omega = 2\pi \times 10^{10} HZ$ و آهنگ میرایی $k_\omega = 0.02\omega_m$ در نظر می‌گیریم که توسط یک منبع ریزموج با توان $p_\omega = 30 \times 10^{-3} W$ راه‌اندازی می‌شوند. جفت‌شدگی بین این دو توسط پارامترهای $d = 100nm$ و $\mu = 0.008$ تعیین می‌گردد. جرم نوسانگر مکانیکی $m = 10ng$ است. کاواک اپتیکی را با طول $L = 1 \times 10^{-3} m$ و آهنگ میرایی $k_c = 0.08\omega_m$ در نظر می‌گیریم که توسط یک لیزر با طول موج $\lambda = 810nm$ و توان $p_c = 30 \times 10^{-3} W$ راه‌اندازی می‌شود. واکوکی کاواک اپتیکی در $\Delta_c = -\omega_m$

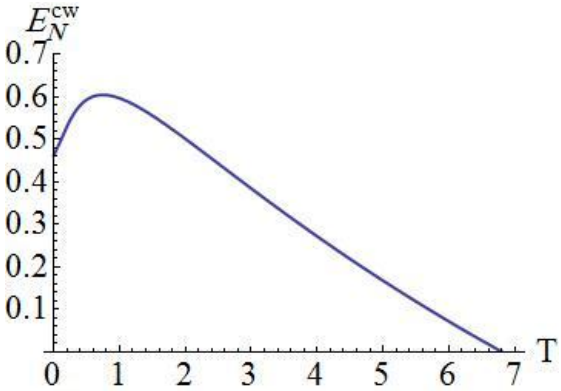
[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]

تثبیت شده است و ضریب میرایی نوسانگر مکانیکی $\gamma_m = 4\pi\times10^2$ می‌باشد.



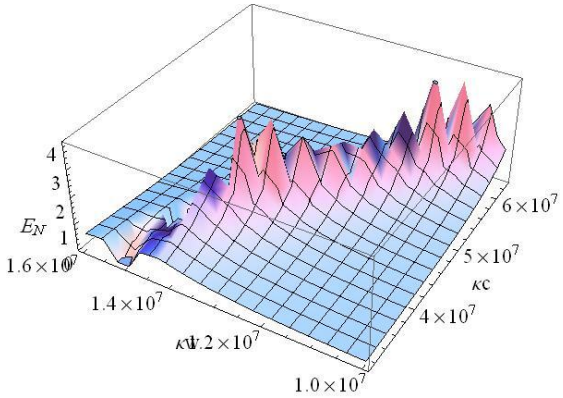
شکل ۲: درهمتنیدگی بین میدان کاواک اپتیکی و نوسانگر مکانیکی برحسب دما.

شکل ۳ نشان دهندهٔ درهمتنیدگی بین میدان کاواک اپتیکی و میدان کاواک ریزموج است. علی رغم اینکه در برهمکنش بین a_m و b درهمتنیدگی وجود ندارد، ولی چون برهمکنش بین a_m و a_c منجر به درهمتنیدگی می‌شود در نتیجه a_c و b بواسطه a_m با یکدیگر درهمتنیده می‌شوند. چون برهمکنش کوانتومی بین مد کاواک اپتیکی و مد کاواک ریزموج به صورت واسطه‌ای رخ داده و مستقیم نیست، میزان درهمتنیدگی از مقدار E_N^{mc} کمتر است اما تا دماهای بالاتر، نزدیک به $7k$ نیز درهمتنیدگی بین آنها وجود دارد.



شکل ۲: درهمتنیدگی بین میدان کاواک اپتیکی (c) و میدان کاواک ریزموج (w) بر حسب دما.

در شکل ۴ درهمتنیدگی بین میدان‌های اپتیکی و میدان ریزموج بر حسب مقادیر میرایی k_w و k_c رسم شده است. مکان‌هایی که منفی لگاریتمی $E_N^{a_c b}$ بیشینه می‌شود، مناطقی است که در آنها $k_\omega \approx k_c$ می‌باشد که مقداری به سمت مقادیر کم k_w منحرف شده است.



شکل ۴: درهمتنیدگی میدان کاواک اپتیکی و میدان کاواک ریزموج بر حسب ضریب اتلاف کاواک اپتیکی و ضریب اتلاف کاواک ریزموج در دمای $T=150mk$ و $\mu = 0.008$.

۴. نتیجه‌گیری

در این سامانه با استفاده از پارامترهای قابل دستیابی به لحاظ تجربی در حالت پایا و در تقریب *RWA*، درهمتنیدگی متغیرهای پیوسته دو بخشی بین مدهای اپتیکی-نوسانگر و مدهای اپتیکی-ریزموج به دست آمد. به ویژه نوسانگر مکانیکی قادر به انتقال درهمتنیدگی ثابت بین مدهای کاواک اپتیکی و ریزموج است و این ویژگی را تا دمای *6.8K* حفظ می‌کند. از این ویژگی سامانه می‌توان برای ایجاد درهمتنیدگی بین دو کاواک دور از هم و انتقال درهمتنیدگی به بخش کیوبیت حالت جامد استفاده کرد.

مراجع

[1] *Aspelmeyer M, Kippenberg T J, Marquarelt F, arxiv: 1303.0733 (2013).*
[2] *Schwab K C and Roukes M L, Phys. Todey 58, 36 (2005).*
[3] *Vitali D., Tombesi P., Woolley M J, Doherty A C, and Milburn G J, Phys. Rev. A 76, 042336. (2007)*
[4] *Barzanjeh S, Vitali D, Tombesi P, Milburn G J, Phys. Rev, A, 84, 042342. (2011).*
[5] *Genes c, Mari A, Vitali D and Tombesi P, Adv.At. Mol. Opt. Phys. 57, 33 (2009).*
[6] *Gardiner C W and Zoller P, Quantum Noise,(springer, Berlin,2000).*

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]