بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

انباشتگی بازده تابش هارمونیک سوم در لیزر الکترون آزاد با ویگلر تعمیم‌یافته

فاطمه بازوبند[۱]، بهروز مراغه‌چی[۲]

۱- گروه فیزیک- دانشگاه فسا- فسا
۲- دانشکده فیزیک- دانشگاه صنعتی امیرکبیر- تهران

چکیده- در این مقاله شبیه‌سازی لیزرالکترون آزاد با ویگلر تعمیم‌یافته که ویگلر تختی با مولفه میدان هارمونیک است انجام گرفته است. یک مجموعه معادلات دیفرانسیلی مرتبه اول غیرخطی که تحول سیستم موردنظر را توصیف می‌کند، استنتاج شده و به‌روش رانگ-کوتا حل عددی شده‌است. مقادیر بهینه اندازه میدان اصلی ویگلر و میدان هارمونیک برای افزایش تابش هارمونیک سوم در مقایسه با ویگلر معمولی و همچنین با مصرف انرژی کمتر پرتو الکترونی به‌دست آورده شده‌است. در نهایت با باریک‌شدگی بهینه میدان هارمونیک ویگلر به انباشتگی بازده تابش هارمونیک سوم پرداخته شده است.

کلید واژه- انباشتگی بازده، لیزر الکترون آزاد، ویگلر تعمیم‌یافته، ، تابش هارمونیک سوم

Efficiency Enhancement of Third Harmonic Radiation in Free Electron Laser with Modified Wiggler

Fateme Bazouband[1], Behrouz Maraghechi[2]

1- Department of physics, Fasa university, Fasa
2- Department of physics, Amirkabir University of Technology, Tehran

Abstract- In this paper simulation of free electron laser with modified wiggler consisting of a conventional planar wiggler with third harmonic field component is done. A set of self consistent nonlinear differential equations is derived and solved numerically by Runge-Kutta method. The optimum amplitudes of fundamental and third harmonic wiggler filed are obtained to increase the third harmonic radiation in comparison with conventional wiggler and also to have lower electron beam energy. Finally efficiency enhancement of third harmonic radiation is done by optimum tapering of harmonic wiggler field.

Keywords: efficiency enhancement, free electron laser, modified wiggler, third harmonic radiation.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-30]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

انرژی مورد نیاز پرتو الکترون در یک فرکانس معین به‌طور معکوس با عدد هارمونیک تغییر می‌کند. بر این اساس تابش هارمونیک‌ها در لیزرهای الکترون آزاد[۱] (FEL) مورد توجه زیادی بوده‌اند [۱-۶]. اگرچه بهره هارمونیک به‌مراتب از تابش طول‌موج اصلی کمتر است اما روش‌های زیادی برای افزایش این بهره به‌کار گرفته شده‌است [۱-۵]. افزودن میدان هارمونیک با اندازه و فاز مناسب به میدان اصلی ویگلر باعث تقویت تابش هارمونیک می‌شود که در این مقاله مورد بررسی قرارگرفته‌است. به‌خاطر سادگی و مقرون به‌صرفه بودن این نوع ویگلر هارمونیک‌دار مطالعات زیادی در مورد انواع مختلف ویگلر تعمیم‌یافته انجام گرفته‌است [۴-۵]. انباشتگی بازده در FEL با به‌کارگیری میدان مغناطیسی متغیر ویگلر بسیار متداول است [۲, ۶]. تغییر اندازه یا دوره تناوب میدان ویگلر در نزدیکی منطقه اشباع، با بازگرداندن پرتو الکترون به شرط تشدید باعث افزایش بازدهی می‌شود. در این مقاله نیز با باریک‌شدگی بهینه میدان هارمونیک ویگلر، افزایش تابش هارمونیک سوم در ویگلر تعمیم‌یافته مورد بررسی قرارگرفته‌است. در بخش ۲ معادلات مربوط به میدان‌ها و دینامیک الکترون‌هابرای بررسی رفتار سیستم بیان شده است و در بخش ۴ نتایج شبیه‌سازی این دسته معادلات خودسازگار غیرخطی مورد بررسی قرارگرفته است. بخش ۵ به نتیجه‌گیری پرداخته‌است.

۲- مدل فیزیکی و معادلات پایه

فرض کنید پرتو الکترونی در طول محور یک ویگلر تعمیم‌یافته که به‌شکل زیر داده شده حرکت می‌کند:

$$\mathbf{B}(z)=\left(B_{w1}(z)\sin\left(k_{w1}z\right)+B_{w3}(z)\sin\left(k_{w3}z\right)\right)\hat{\mathbf{e}}_y$$

$$B_{wi(i=1,3)}\left(z\right)=\begin{cases}B_{wi}\sin^2\left(k_{wi}z/4N_w\right) & 0\le z\le N_w\lambda_w\\ B_{wi} & N_w\lambda_w\le z\le z_{Ti}\\ B_{wi}-m_i\left(z-z_{Ti}\right) & z_{Ti}\le z\end{cases} \qquad (۱)$$

تغییرات سینوسی اولیه میدان بخاطر مدل‌سازی القاء الکترون به ویگلر است. در صورت انجام باریک‌شدگی[۲] میدان ویگلر اندازه آن در حوالی نقطه اشباع z_T با شیب m کاهش می‌یابد و منجر به انباشتگی بازده می‌شود. $k_{w1}=2\pi/\lambda_w$، $k_{w3}=3k_{w1}$، λ_w طول‌موج ویگلر و $B_{wi(i=1,3)}$ اندازه میدان اصلی و هارمونیک ویگلر است.

معادلات موج تابشی و موج بار-فضا به‌شکل زیر می‌باشد:

$$\delta\mathbf{A}(z,t)=\sum_{h=1,3}\delta A_h(z)\cos\alpha_{+h}\hat{e}_x$$
$$\delta\phi(z,t)=\sum_{h=1,3}\delta\phi_h(z)\cos\alpha_h \qquad (۲)$$
$$\alpha_{+h}=\int_0^z k_{+h}(z')dz'-h\omega t,\ \alpha_h=\int_0^z k_h(z')dz'-h\omega t$$

که k_{+h} و k_h به‌ترتیب عددموج امواج تابش و بار-فضا می‌باشد. با جایگذاری معادلات میدان‌ها به‌همراه معادلات میدان‌های تابشی $\delta\vec{E}=-c^{-1}\partial\delta\vec{A}/\partial t-\hat{e}_z\partial\delta\phi/\partial z$ و $\delta\vec{B}=\hat{e}_y\partial\delta A_x/\partial z$ در معادله حرکت نسبیتی الکترونها

$$\frac{d\left(m\gamma\vec{v}\right)}{dt}=-e\left\{\delta\vec{E}+\frac{\vec{v}}{c}\times(\vec{B}_w+\delta\vec{B})\right\} \qquad (۳)$$

معادلات دینامیک الکترون‌ها با انجام یک سری محاسبات ریاضی به‌شکل زیر ساده می‌شوند:

$$\frac{du_x}{dz}=\frac{e}{mc}\sum_h\left[\frac{d\delta A_h}{dz}\cos\alpha_{+h}-\delta A_h k_{+h}\sin\alpha_{+h}\right]+\frac{e}{mc}(B_{w1}\sin k_{w1}z+B_{w3}\sin k_{w3}z)+\frac{e}{mv_z}\sum_h\frac{h\omega}{c}\delta A_h\sin\alpha_{+h} \qquad (۴)$$
$$\frac{du_z}{dz}=-\frac{e}{mc}\frac{v_x}{v_z}\left(B_{w1}\sin k_{w1}z+B_{w3}\sin k_{w3}z\right)-\frac{e}{mc}\frac{v_x}{v_z}\sum_h\left[\frac{d\delta A_h}{dz}\cos\alpha_{+h}-\delta A_h k_{+h}\sin\alpha_{+h}\right]$$

که یک $\mathbf{u}=\gamma\mathbf{v}$ متغیر شبیه سرعت است. حرکت عرضی الکترون به‌شکل زیر شرح داده می‌شود:

$$\frac{dx}{dz}=\frac{v_x}{v_z}\ ,\ \frac{dy}{dz}=\frac{v_y}{v_z} \qquad (۵)$$

و تحول فاز موج الکترومغناطیسی و موج بار-فضا نیز بر طبق معادلات زیر بیان می‌شوند:

[۱] Free Electron Laser

[۲] Tapering

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-30]

$$\frac{d\alpha_{+h}}{dz}=k_{+h}(z)-\frac{h\omega}{v_z}\ ,\ \frac{d\alpha_h}{dz}=k_h(z)-\frac{h\omega}{v_z}. \quad (۶)$$

معادلات تابش نیز با جایگذاری معادله (۲) در معادلات ماکسول چنین می‌شوند[۱]:

(۷)

$$\frac{d\delta a_h}{dz}=\Gamma_{+h}\delta a_h$$

$$\frac{d\Gamma_{+h}}{dz}=-\Gamma_{+h}^2+k_{+h}^2-(\frac{h\omega}{c})^2+\frac{2\omega_b^2\beta_{z0}}{c^2\delta a_h}\left\langle\frac{v_x\cos\alpha_{+h}}{|v_z|}\right\rangle$$

$$\frac{dk_{+h}}{dz}=-\frac{2\omega_b^2}{c^2\delta a_h}\beta_{z0}\left\langle\frac{v_x}{|v_z|}\sin\alpha_{+h}\right\rangle-2k_{+h}\Gamma_{+h}$$

$$\frac{d\delta\phi_h}{dz}=\frac{-2\omega_b^2}{h\omega c}\beta_{z0}\langle\sin\alpha_h\rangle$$

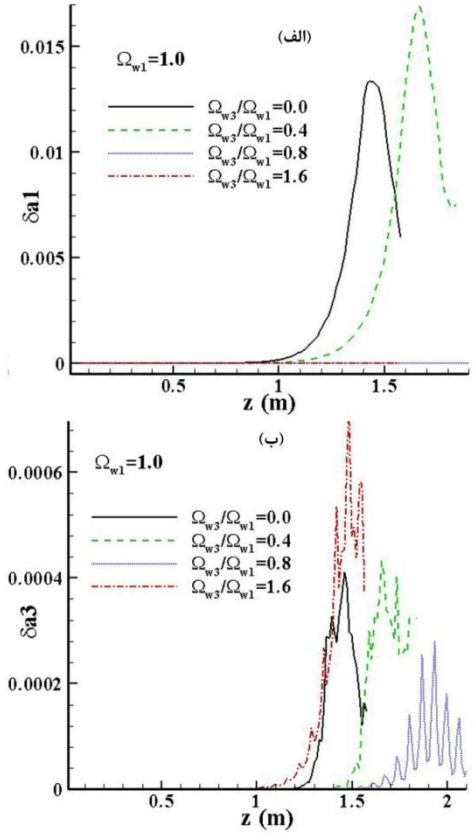
$$k_h=\frac{-2\omega_b^2}{h\omega c\,\delta\phi_h}\beta_{z0}\langle\cos\alpha_h\rangle$$

که $\omega_b^2=4\pi n_e e^2/m_e$ و $\delta a_h=\delta A_h/m_0c^2$ اندازه بی‌بعد شده بردار پتانسیل است که تحول میدان تابشی هارمونیک hام را توصیف می‌کند. Γ_{+h} نیز نرخ رشد هارمونیک hام می‌باشد ($\delta a_h(z)=\exp(\Gamma_{+h}z)$). معادلات (۴) تا (۷) مجموعه معادلات غیرخطی خودسازگار را تشکیل می‌دهند که برهمکنش FEL را شرح می‌دهند و به‌طور همزمان به‌روش رانگ-کوتای مرتبه ۴ با شرایط اولیه مناسب حل می‌شوند. N تعداد الکترون‌ها و Q تعداد هارمونیک‌هاست که در این مقاله فقط هارمونیک سوم درنظرگرفته شده یعنی Q=2 می‌باشد.

۳- نتایج عددی

در این بخش به‌دنبال یافتن بهترین اندازه میدان اصلی ویگلر و میدان هارمونیک برای داشتن تابش بالاتر هارمونیک سوم با صرف انرژی کمتر در مقایسه با ویگلر معمولی هستیم. یک پرتو الکترونی 3.5-MeV/43-A با سرعت اولیه محوری $\bar{u}_{z0}=\sqrt{\gamma_0^2-1}$ به سیستم القا شده‌است. $\lambda_w=3.3cm$ و مقادیر اولیه k_+ و ω بر اساس روابط پاشندگی مربوطه حاصل می‌شوند [۱]. $\delta a_1(z=0)=10^{-7}$، $\delta a_3(z=0)=10^{-9}$ و نرخ رشد اولیه صفر است.

شکل (۱) تحول تابش در فرکانس اصلی و تابش هارمونیک سوم بر حسب موقعیت محوری را در یک ویگلر تعمیم‌یافته با $\bar{\Omega}_{w1}=1.0$ برای چند مقدار $\bar{\Omega}_{w3}$ نشان می‌دهد ($\bar{\Omega}_{wi}=eB_{wi}/mc^2k_{wi}\ (i=1,3)$). در شکل (۱-الف) دیده می‌شود که تابش اصلی δa_1 در ویگلر تعمیم‌یافته با $\bar{\Omega}_{w3}=0.4$ نسبت به ویگلر معمولی ($\bar{\Omega}_{w3}=0.0$) افزایش رشد داشته است اما در مقادیر بالاتر میدان هارمونیک ویگلر تعمیم‌یافته، δa_1 اصلا رشدی ندارد. این در حالی‌است که در شکل (۱-ب) تابش هارمونیک سوم δa_3 در ویگلر تعمیم‌یافته رفتار متفاوتی دارد به‌طوری‌که خروجی FEL با ویگلر تعمیم‌یافته با $\bar{\Omega}_{w3}=1.6$، تابشی در فرکانس هارمونیک سوم شده که تابش اصلی آن صفر است.

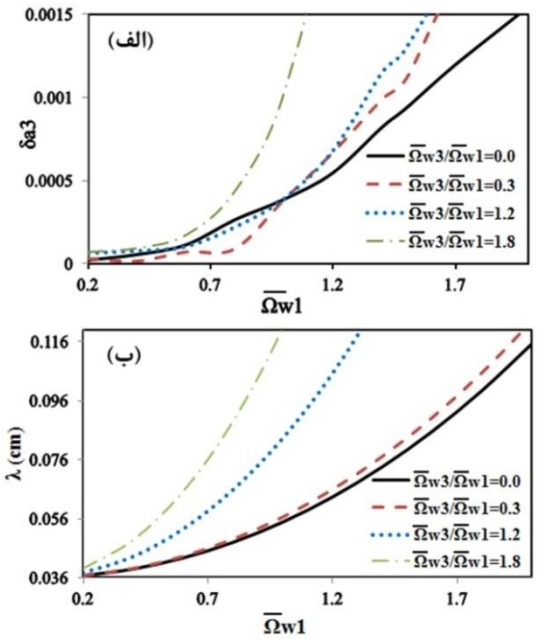


شکل ۱. تغییرات تابش الف) فرکانس اصلی و ب) هارمونیک سوم بر حسب z در ویگلر تعمیم‌یافته برای مقادیر مختلف میدان هارمونیک

در شکل (۲-الف) تغییرات تابش اشباع شده هارمونیک سوم بر حسب اندازه بی‌بعد شده میدان اصلی برای نسبت‌های مختلف میدان هارمونیک ویگلر نشان داده شده‌است. این شکل نشان می‌دهد که مقدار تابش هارمونیک سوم با افزایش اندازه میدان‌های ویگلر افزایش می‌یابد. شکل (۲-ب) تغییرات طول‌موج تشدید اصلی (λ) بر حسب میدان اصلی ویگلر را برای انواع مختلف میدان هارمونیک ویگلر

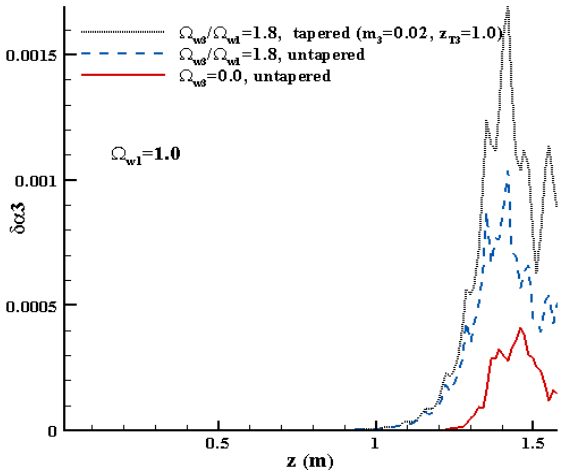
[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-30]

نشان‌می‌دهد. دیده‌می‌شود که λ با افزایش $\bar{\Omega}_{w1}$ و همچنین $\bar{\Omega}_{w3}$ افزایش می‌یابد. بنابراین $\bar{\Omega}_{w3}$ تا وقتی می‌تواند زیاد شود که طول‌موج هارمونیک سوم در ویگلر تعمیم‌یافته، یعنی $\lambda/3$، کمتر از طول‌موج تشدید اصلی ویگلر معمولی باشد. این موضوع را با بیان مقادیر عددی از نمودارها می‌توان بیشتر شرح داد. در حالت ویگلر معمولی ($\bar{\Omega}_{w3}=0$) با $\bar{\Omega}_{w1}=1$ طول‌موج تشدید اصلی مقدارش $\lambda=0.055cm$ است و با افزایش نسبت میدان هارمونیک سوم به $\bar{\Omega}_{w3}/\bar{\Omega}_{w1}=1.8$، طول‌موج تابش به $\lambda=0.12cm$ یعنی $\lambda_3=0.04cm$ افزایش می‌یابد. انرژی لازم برای تنظیم ویگلر معمولی با طول‌موج تشدید $0.04cm$ حدود $\gamma=8.1$ است. بنابراین در ویگلر تعمیم‌یافته با $\gamma=7$، با صرف ۱۳٪ انرژی کمتر به طول‌موج هارمونیک $\lambda_3=0.04cm$ رسیده‌ایم.



شکل ۲. تغییرات الف) تابش هارمونیک سوم و ب) طول‌موج تشدید اصلی بر حسب میدان اصلی ویگلر برای نسبت‌های مختلف میدان هارمونیک ویگلر

با کاهش میدان هارمونیک ویگلر با شیب m_3 در حدود نقطه اشباع z_{T3} طبق معادله (۱)، قسمتی از انرژی عرضی الکترون به سرعت محوری منتقل شده و آن را به شرط تشدید بازمی‌گرداند. در شکل (۳) تغییرات تابش هارمونیک سوم بر حسب موقعیت محوری در ویگلر تعمیم‌یافته با حالتی‌که باریک‌شدگی میدان هارمونیک ویگلر انجام‌گرفته مقایسه شده است. در این شکل دیده‌می‌شود که با انتخاب مناسب میدان هارمونیک $\bar{\Omega}_{w3}/\bar{\Omega}_{w1}=1.8$ بر اساس شکل (۲)، اندازه میدان تابشی نسبت به ویگلر معمولی ۷۰٪ افزایش یافته است که باریک‌شدگی مناسب میدان هارمونیک ویگلر این را نیز افزایش داده‌است. به‌طوری‌که در ویگلر تعمیم‌یافته با باریک‌شدگی میدان هارمونیک ویگلر شاهد ۴/۵برابر شدن تابش هارمونیک سوم نسبت به ویگلر معمولی با اندازه میدان ثابت هستیم.



شکل ۳. تغییرات تابش هارمونیک سوم بر حسب z در (نمودار نقطه‌چین) ویگلر تعمیم‌یافته باریک‌شده، (نمودار خط‌چین) ویگلر تعمیم‌یافته با اندازه ثابت، (نمودار خط‌پر) ویگلر معمولی با اندازه ثابت

۴- نتیجه‌گیری

تابش هارمونیک سوم با اضافه کردن مناسب مولفه میدان هارمونیک ویگلر افزایش یافته‌است. پارامترهای بهینه برای داشتن بیشینه تابش هارمونیک سوم با صرف انرژی کمتر در مقایسه با ویگلر معمولی به‌دست آورده شده‌است. باریک‌شدگی بهینه میدان هارمونیک ویگلر انجام گرفته که منجر به انباشتگی بهره هارمونیک سوم شده‌است.

مراجع

[۱] F. Bazouband and B. Maraghechi, Improvement of Nonlinear Harmonics in Free Electron Laser with Planar Wiggler **Phys. Plasmas** 19, (2012), 113106-1-8.

[۲] F. Bazouband and B. Maraghechi, Efficiency enhancement of nonlinear odd harmonics in thermal free electron laser, **Journal of Applied Physics**, 113, (2013), 17310-8.

[۳] G. Dattoli, *et al.*, Two harmonic undulators and harmonic generation in high gain free electron lasers, **Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A**, 495, (2002), 48-57.

[۴] M. Asakawa, *et al* ,.Higher harmonic generation in a modified wiggler magnetic field, **Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A**, 318, (1992), 538-545.

[۵] N. Nakao, *et al.*, FEL experiment of the 5th harmonic generation with a modified wiggler, **Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A** ,(1998) ,379-407.

[۶] H. P. Freund and S. H. Gold, Efficiency Enhancement in Free-Electron Lasers Using a Tapered Axial Guide Field, **Phys. Rev. Lett.**, 52, (1984), 926-929.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-30]