بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

اثر اپتیک کوانتومی پوشش‌های متامادهٔ ناپدیدکننده بر گسیل خودبه‌خودی یک اتم دوترازی

احسان عموقربان، علی مهدی‌فر و مینا مرشد بهبهانی

دانشگاه شهرکرد، دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده – در این مقاله به منظور بررسی اثرات کوانتومی پوشش‌های ناپدیدکننده، آهنگ گسیل خودبه‌خودی یک اتم دوترازی برانگیخته را در مجاورت این پوشش‌ها مورد مطالعه قرار داده و نتایج خود را با مقادیر گسیل خودبه‌خودی اتم مزبور در عدم حضور این پوشش‌ها و خلاء مقایسه می‌کنیم. در این جا پوشش مورد نظر توسط تعداد بسیار زیادی لایه‌ی نازک کروی با پارامترهای اپتیکی ثابت،که مقدار آنها در راستای شعاعی افزایش می‌یابد، مدل‌سازی شده است. از آنجا که پارامتر گسیل خودبه‌خودی با قسمت موهومی تانسور گرین سامانه فیزکی متناظر است، تانسور گرین ارائه شده برای محیط ناهمگن و همسانگرد را به محیط مشابه ناهمسانگرد تعمیم می‌دهیم و اثر تعداد لایه‌های پوشش و جهت‌گیری گشتاور دوقطبی اتم را بر گسیل خودبه‌خودی اتم دو ترازی بررسی می‌کنیم.

کلید واژه- آهنگ گسیل خودبه‌خودی، تانسور گرین پوشش ناپدیدکننده ، متاماده.

Quantum Optic Effect of Meta-material Invisibility Cloaking on Spontaneous Emission of an Excited Two-level Atom

Ehsan Amooghorban, Ali Mahdifar and Mina Morshed B

Department of Physics, Faculty of Science, Shahrekord University

Abstract- In this paper, in order to investigate the quantum effects of the invisibility cloaks, we study the spontaneous emission of an excited two-level atom in the vicinity of these cloaks and compare our results with the spontaneous emission of the aforementioned atom in the absence of these cloak and the vacuum. Here, the desired cloak is modeled by a large number of the spherical thin layers with constant optical parameters whose values radially increase. Since, the spontaneous emission parameter corresponds to the imaginary part of the Green tensor of the physical system, we extend the presented Green tensor for inhomogeneous and isotropic medium to the anisotropic one, and survey the effect of the layers number of the clock and also the orientation of the atomic dipole moment over the spontaneous emission of the two-level atom.

Keywords: Spontaneous emission, Green tensor of invisibility cloaking, Meta-material

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-31]

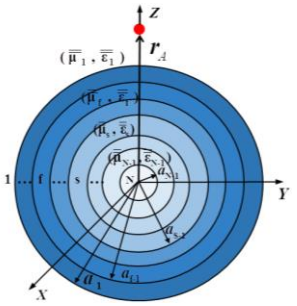
این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

پیشرفت‌های نوینی که در سال‌های اخیر در شیوه‌های ساخت نانو مواد و ساختارهای کوچک صورت گرفته است، امکان ساخت مواد مصنوعی- متامواد- را ایجاد کرده است. متامواد ویژگی‌های خود را بیشتر از ساختار واحدهای اجزا تشکیل دهنده‌ی خود دریافت می‌کنند. این مواد را می توان از ترکیب میله‌های زیرطول موجی و مجموعه‌ای از مشددهای حلقه‌ای فلزی کوچک و مانند آنها ساخت، که این واحدهای زیر طول موجی متا اتم یا متا مولکول نامیده می‌شوند. معمولا هندسه‌ی این ساختارها به گونه‌ای طراحی می شوند که می‌توان مواد با ضریب شکست کاملا دلخواه ساخت. از جمله مهمترین کاربردهای متامواد می‌توان به ابرعدسی و پوشش‌های ناپدیدکننده اشاره کرد. ابرعدسی تیغه‌ی تختی است با ضریب شکست منفی که به واسطه‌ی تقویت امواج ناپایا، تصویر ایجاد شده توسط آن دارای وضوح کامل است[۱]. اما پوشش‌های ناپدیدکننده‌ای که در این مقاله بررسی می‌شوند برخلاف ابرعدسی‌ها، متامواد‌ی با ضریب شکست مثبت هستند که با منحرف نمودن پرتوهای نور فرودی پیرامون خود باعث می شوند تا شی‌ای که در هسته مرکزی این پوشش‌ها واقع شده است از دید ناظر بیرونی پنهان باقی بماند. این پوشش‌ها برای اولین بار در سال ۲۰۰۶ توسط جان پندری [۲] و لئونهارد [۳] به صورت نظری بررسی شدند و اولین نمونه‌ی تجربی آن‌ها توسط گروه اسمیت در ناحیه‌ی طیفی ماکروویو ساخته شد[۴]. تاکنون بررسی‌های نظری و شبیه‌سازی بسیاری در مورد این پوشش‌ها در حوزه‌ی کلاسیک انجام شده است، ولی این پوشش‌ها در رژیم کوانتومی به ندرت مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. اخیرا گروه ما [۵]، برای اولین بار اثرات کوانتومی این پوشش‌ها بر گسیل خودبه‌خودی یک اتم دوترازی برانگیخته که در مجاورت آن‌ها واقع شده است را بررسی کرده است. در آنجا نشان داده شده که گسیل خودبه‌خودی به شدت نسبت به ویژگی‌های پاشندگی و اتلافی پوشش ناپدیدکننده حساس است، به طوری که در نزدیکی بسامد تشدید، پوشش نه تنها ویژگی ناپدیدکنندگی را از خود نشان نمی‌دهد، بلکه آن را نمایان‌تر نیز می‌کند. ولی در نواحی دور از بسامد تشدید و همچنین نواحی دور از مرکز پوشش، پوشش عملکرد بسیار خوبی از خود نشان می‌دهد. در این مقاله محاسبات و بررسی های قبلی خود را به وضعیتی که پوشش توسط تعداد بسیار زیادی لایه‌ی نازک کروی با ثابت‌های اپتیکی ثابت ولی ناهمسانگرد الگوسازی شده است، تعمیم می‌دهیم. در واقع الگویی که ما در اینجا مطرح می‌کنیم بیشترین همخوانی را با نتایج تجربی دارد. زیرا عملا این پوشش‌ها بصورت مجموعه‌ای از چندین لایه متوالی از متامواد ساخته می شوند. از اینرو، در این‌جا بر اساس این الگو، به بررسی اثر تعداد لایه‌های تشکیل دهنده پوشش و همچنین جهت‌گیری گشتاور دوقطبی اتم برانگیخته‌ای که در مجاورت پوشش واقع شده را بر گسیل خودبه‌خودی بررسی خواهیم کرد.

آهنگ گسیل خودبه‌خودی یک اتم دوترازه

یک اتم دوترازی برانگیخته با بسامد گذار ω_A را در مکان $\mathbf{r}_A$ از مرکز پوشش کروی ناپدیدکننده قرار می‌دهیم که مطابق شکل ۱ این پوشش توسط $N-2$ لایه‌ی بسیار نازک با شعاع‌های a_i که در آن $i=1,\ldots,N-1$ است، مدل‌سازی شده است.



شکل ۱: نمایی از پوشش متاماده‌ی ناپدیدکننده .

در اینجا مطابق مرجع[۲] تانسور گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی هر لایه‌ی ناهمسانگرد در الگوی لورنتس را به صورت زیر در نظر می گیریم

$$\overline{\overline{\varepsilon}}(r,\omega)=\varepsilon_0\left[(\varepsilon_r-\varepsilon_t)\right]\hat{r}\hat{r}+\varepsilon_t\overline{\overline{I}}, \qquad (۱)$$

$$\overline{\overline{\mu}}(r,\omega)=\mu_0\left[(\mu_r-\mu_t)\right]\hat{r}\hat{r}+\mu_t\overline{\overline{I}}, \qquad (۲)$$

که $\overline{\overline{I}}=\hat{r}\hat{r}+\hat{\theta}\hat{\theta}+\hat{\varphi}\hat{\varphi}$ تانسور واحد و

$$\varepsilon_t(\omega)=\mu_t(\omega)=\frac{a_2}{a_2-a_{N-1}}\left(1+\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2-\omega^2-i\gamma\omega}\right), \qquad (۳)$$

$$\varepsilon_r(r,\omega,f)=\mu_r(r,\omega,f)=\frac{a_1}{a_1-a_{N-1}}\left(\frac{a_{f-1}-a_{N-1}}{a_{f-1}}\right)^2\left(1+\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2-\omega^2-i\gamma\omega}\right), \qquad (۴)$$

هستند، که در آن ω_p بسامد پلاسما و γ ضریب جذب پوشش است و f مکان لایه‌های مختلف را برچسب می‌زند که مقادیر $1\le f\le N-1$ را در برمی‌گیرد. در این‌جا گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی شیء ناپدید شونده‌ای را که در مرکز پوشش واقع می‌شود به صورت همگن و همسانگرد $\varepsilon(\omega)=\mu(\omega)=1.3\left(1+\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2-\omega^2-i\gamma\omega}\right)$ در نظر می‌گیریم.

اکنون با استفاده از کوانتش میدان الکترومغناطیسی به

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-31]

روش پدیده‌شناختی[۵,۷]، هامیلتونی برهمکنش اتم برانگیخته مزبور با میدان الکترومغناطیسی را در حضور پوشش متاماده با فرض تقریب امواج چرخان و تقریب دوقطبی الکتریکی، به شکل زیر بیان می‌کنیم[۸]

$$\hat{H}=\sum_{\lambda=e,m}\int d^3r\int_0^\infty d\omega\,\hat{\mathbf{f}}_\lambda^\dagger(\mathbf{r},\omega)\cdot\hat{\mathbf{f}}_\lambda(\mathbf{r},\omega)+\hbar\omega_A\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}-\left[\hat{\sigma}^\dagger\mathbf{d}_A\cdot\int_0^\infty d\omega\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_A,\omega)\right], \quad (۵)$$

که در آن $\hat{\sigma}=|l\rangle\langle u|$ و $\hat{\sigma}^\dagger=|u\rangle\langle l|$ به ترتیب عملگرهای پایین‌برنده و بالابرنده‌ی پائولی برای یک اتم دوترازی و $|l\rangle$ و $|u\rangle$ به ترتیب تراز پایه و برانگیخته‌ی اتم دوترازی هستند. کمیت $\mathbf{d}_A$ که به صورت $\mathbf{d}_A=\langle u|\hat{\mathbf{d}}_A|l\rangle$ تعریف می‌شود، بیانگر گشتاور دوقطبی اتم است. برای محاسبه‌ی تحول زمانی سامانه کل، بردار حالت سامانه در زمان t را در تصویر شرودینگر به صورت زیر می‌نویسیم

$$|\psi(t)\rangle=C_u(t)e^{-i\tilde{\omega}_A t}|0\rangle|u\rangle+\sum_{\lambda=e,m}\int d^3r\int_0^\infty d\omega\,e^{-i\omega t}C_{\lambda l}(\mathbf{r},\omega,t)|\mathbf{1}_\lambda(\mathbf{r},\omega)\rangle|l\rangle, \quad (۶)$$

که ضرایب $C_u(t)$ و $C_{\lambda l}(\mathbf{r},\omega,t)$ به ترتیب دامنه‌های احتمال پیدا کردن سامانه در حالت اولیه $|0\rangle|u\rangle$ و حالت نهایی $|\mathbf{1}_\lambda(\mathbf{r},\omega)\rangle|l\rangle$ هستند. بسامد $\tilde{\omega}_A$ در اینجا به صورت $\tilde{\omega}_A=\omega_A-\delta\omega$ تعریف می‌شود که $\delta\omega$ جابه‌جایی لمب و تغییر گذار اتم در حضور متاماده‌ی ناپدیدکننده را نشان می دهد. اکنون به منظور بررسی تحول زمانی سامانه مزبور و با استفاده از معادله‌ی شرودینگر $i\hbar\partial_t|\psi(t)\rangle=\hat{H}|\psi(t)\rangle$ و به کار بردن بردار حالت (۶)، داریم

$$\dot{C}_u(t)=-i\delta\omega C_u(t)+\int_0^t dt'\,\overline{\overline{K}}(t-t')\,C_u(t'), \quad (۷)$$

که در آن $\overline{\overline{K}}(t-t')$ تانسور کرنل است که به صورت زیر توسط تانسور گرین در مکان اتم و بسامد گذار اتم تعیین می‌شود

$$\overline{\overline{K}}(t-t')=\int_0^\infty d\omega\frac{\omega^2}{\hbar\pi\varepsilon_0c^2}e^{-i(\omega-\tilde{\omega}_A)(t-t')}\,\mathbf{d}_A\cdot\mathrm{Im}\left[\overline{\overline{G}}(\mathbf{r}_A,\mathbf{r}_A,\omega_A)\right]\cdot\mathbf{d}_A\,. \quad (۸)$$

رابطه‌ی (۷) را که یک معادله‌ی انتگرالی جفت شده است فقط در دو رژیم جفت‌شدگی ضعیف و قوی می‌توان به صورت تحلیلی بررسی کرد. در اینجا با مقایسه داده‌های تجربی بدست آمده از گسیل خودبه‌خودی نقطه‌های کوانتومی [۹] با ساختارهای ساخته شده از پوشش‌های ناپدیدکننده‌ای که در ناحیه بسامدی مایکروویو واقع شده‌اند، مشاهده می‌کنیم که رژیم جفت‌شدگی ضعیف صادق است. با استفاده از رژیم مزبور و به کار بردن تقریب مارکوف، با جایگزینی $C_u(t')$ با $C_u(t)$ در معادله‌ی (۷) و جایگزینی انتگرال زمانی $\int_0^t dt'e^{-i(\omega-\tilde{\omega}_A)(t-t')}$ با $\pi\delta(\tilde{\omega}_A-\omega)+iP\left(\frac{1}{\tilde{\omega}_A-\omega}\right)$ (که در آن P مقدار اصلی انتگرال است) و انجام محاسبات طولانی دامنه واپاشی تراز برانگیخته $C_u(t)$ به صورت $\exp\left[\left(-\frac{1}{2}\Gamma-i\delta\omega\right)t\right]$ به دست می‌آید که در آن $\delta\omega$ جابه‌جایی لمب و Γ آهنگ واپاشی اتم دوترازی است که به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\delta\omega=\frac{\tilde{\omega}_A^2}{\hbar\varepsilon_0c^2}\mathbf{d}_A\cdot\mathrm{Re}\,\overline{\overline{G}}(\mathbf{r}_A,\mathbf{r}_A,\omega)\cdot\mathbf{d}_A, \quad (۹)$$

$$\Gamma=\frac{2\tilde{\omega}_A^2}{\hbar\varepsilon_0c^2}\mathbf{d}_A\cdot\mathrm{Im}\,\overline{\overline{G}}(\mathbf{r}_A,\mathbf{r}_A,\omega)\cdot\mathbf{d}_A. \quad (۱۰)$$

ملاحظه می‌کنیم که اثر پوشش و ویژگی‌های آن از طریق تانسور گرین مربوطه وارد محاسبات شده است. این رابطه نشان می‌دهد که افت و خیزهای میدان الکترومغناطیسی که منجر به گسیل خودبه‌خودی اتم برانگیخته می‌شود، با قسمت موهومی تانسور گرین تعیین می‌شود. بنابراین برای محاسبه‌ی آهنگ گسیل خودبه‌خودی اتم برانگیخته نیاز به تانسور گرین سامانه مزبور داریم. تانسور گرین متناظر با پراکندگی از پوشش ناپدیدکننده با تعمیم روابط موجود در مراجع [۱۰-۱۱] به محیط‌های ناهمسانگرد و انجام محاسبات بسیار پیچیده و طولانی، در نهایت به شکل زیر نوشته می‌شود

$$\overline{\overline{G}}^{S}(\mathbf{r},\mathbf{r}',\omega)=\frac{ik_0}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(2-\delta_m^0\right)\frac{2n+1}{n(n+1)}\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\times\left\{\left[M_{\substack{e\\o}mn}^{(1)}(k_0)B_M^{11}M_{\substack{e\\o}mn}'^{(1)}\right]+\left[N_{\substack{e\\o}mn}^{(1)}(k_0)B_N^{11}N_{\substack{e\\o}mn}'^{(1)}\right]\right\}, \quad (۱۱)$$

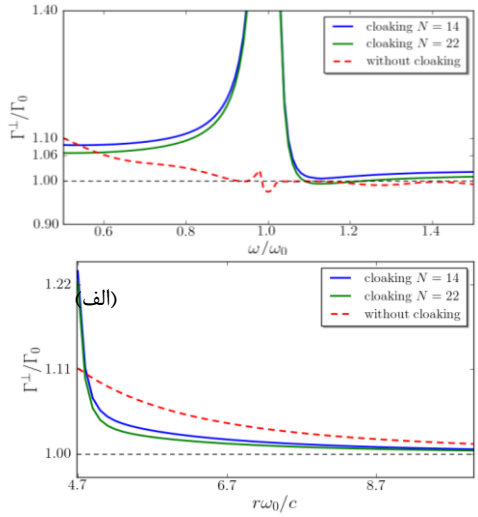
که ضرایب بیان شده در این رابطه به طور مفصل در مقاله‌ی [۵] تعریف شده‌اند. اکنون به منظور بررسی اثر جهت‌گیری گشتاور دوقطبی الکتریکی بر گسیل خودبه‌خودی یک اتم برانگیخته، راستای گشتاور دوقطبی را یکبار به موازات محور z ($\mathbf{d}_A\parallel\mathbf{r}_A$) و بار دیگر در راستای عمود بر آن ($\mathbf{d}_A\perp\mathbf{r}_A$) در نظر می‌گیریم، که در این دو وضعیت رابطه (۱۰) به ترتیب به شکل زیر ساده می‌شود

$$\frac{\Gamma^\perp}{\Gamma_0}=1+\frac{6\pi}{\omega}\mathrm{Im}\left[\frac{ik_0\mu_0}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}n(n+1)(2n+1)B_N^{11}\left(\frac{z_\upsilon^{(1)}(kr)}{kr}\right)^2\right], \quad (۱۲)$$

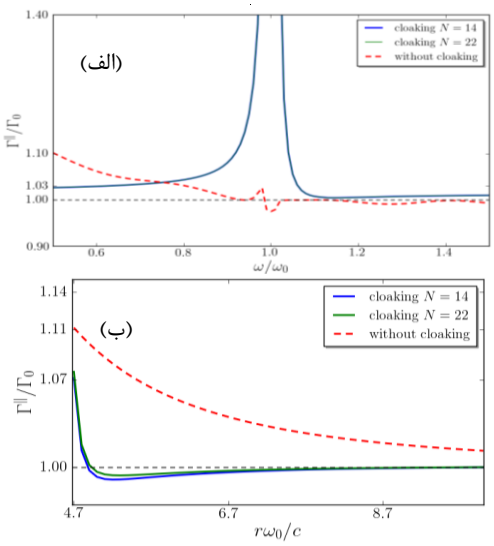
[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-31]

$$\frac{\Gamma^{\parallel}}{\Gamma_0}=1+\frac{6\pi}{\omega}\mathrm{Im}\left[\frac{ik_0\mu_0}{8\pi}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)B_M^{11}\left(z_n^{(1)}(kr)\right)^2+\left(\frac{1}{kr}\frac{d\left[rz_n^{(1)}(kr)\right]}{kr}\right)^2 B_N^{11}\right]. \quad (۱۳)$$

در این‌جا $\Gamma_0=\tilde{\omega}_A^3 d_A{}^2/3\hbar\pi\varepsilon_0 c^3$ آهنگ گسیل خودبه‌خودی اتم برانگیخته در خلاء و $z_\upsilon^{(1)}(kr)$ تابع بسل کروی مرتبه اول است. با توجه به روابط بالا، نتایج عددی آهنگ گسیل خودبه‌خودی عمودی $\Gamma^{\perp}/\Gamma_0$ و مماسی $\Gamma^{\parallel}/\Gamma_0$ بر حسب بسامد و فاصله از مرکز پوشش ترسیم کرده‌ایم. شکل‌های ۲ و ۳ نشان می‌دهند که با افزایش تعداد لایه‌ها، بویژه در نواحی دور از بسامد تشدید، پوشش به خوبی شیء در برگرفته را پنهان نگه می‌دارد و این عملکرد حتی با دور شدن از سطح پوشش نیز بهبود می‌یابد. ولی در نزدیکی بسامد تشدید، پوشش نه تنها ویژگی ناپدیدکنندگی را از خود نشان نمی‌دهد، بلکه آن را نمایان‌تر نیز می‌کند. در نهایت از مقایسه شکل‌های ۲ و ۳ نتیجه می‌گیریم که عملکرد پوشش در راستایی که گشتاور دوقطبی اتم برانگیخته عمود بر بردار مکان اتم واقع شده است بهتر از حالت موازی است.



شکل ۲: نمودار بخش عمودی گسیل خودبخودی (۱۲) برحسب (الف) فرکانس بدون بعد ω_A/ω_0، و (ب) فاصله بدون بعد $\frac{r\omega_0}{c}$، ترسیم شده است. در اینجا $\omega_p/\omega_0=0.1$، $\gamma/\omega_0=0.0$، $a_{N-1}\omega_0/c=3$، $a_1\omega_0/c=4.5$ و $r_A\omega_0/c=4.7$ است.



شکل ۳: مشابه شکل ۲، ولی برای بخش مماسی گسیل خودبخودی (۱۳) ترسیم شده است.

نتیجه گیری

در این‌جا مشاهده کردیم که گسیل خودبه‌خودی اتم برانگیخته مستقل از جهت‌گیری گشتاور دوقطبی‌اش و همچنین تعداد لایه‌های تشکیل دهنده پوشش، به شدت نسبت به ویژگی‌های پاشندگی و اتلافی پوشش ناپدیدکننده حساس است. به‌طوری‌که در نزدیکی بسامد تشدید، پوشش نه تنها ویژگی ناپدیدکنندگی را از خود نشان نمی‌دهد، بلکه آن را نمایان‌تر می‌کند. ولی در نواحی دور از بسامد تشدید پوشش، پوشش عملکرد خوبی از خود نشان می‌دهد.

سپاسگزاری

نویسندگان، از معاونت تحصیلات تکمیلی دانشگاه شهرکرد برای حمایتهای انجام شده قدردانی می‌نمایند.

مراجع

[۱] Pendry J. B., Negative Refraction Makes a Perfect Lens, Phys. Rev. Lett. ۸۵, ۳۹۶۶ (۲۰۰۰).

[۲] Pendry J. B., Schurig D., and Smith D. R., *Controlling Electromagnetic Fields*, **Science** ۳۱۲, ۱۷۸۰ (۲۰۰۶).

[۳] Leonhardt U., *Optical Conformal mapping*, **Science** ۳۱۲, ۱۷۷ (۲۰۰۶).

[٤] Smith D. R., Metamaterial Electromagnetic Cloak at Microwave Frequencies, **Science** ۳۱٤, ۹۷۷ (۲۰۰٦).

[٥] عموقربان ا.، مهدیفر ع.، مرشد بهبهانی م.، چوپانیان ش.، *آهنگ گسیل خودبه‌خودی یک اتم دوترازی برانگیخته در حضور یک پوشش متامادهٔ ناپدیدکننده*، **مقاله‌نامه کنفرانس فیزیک ایران**، ۲۰۱-۲۰۴ (۱۳۹۳).

[٦] Li L. W., Kooi P. S., Leong M .S and Yeo T. S, **IEEE** ٤۲, ۲۳۰۳-۱۰ (۱۹۹٤).

[۷] Dung H. T., Buhmann S. Y., Knöll L., and Welsch D. G, **Phys. Rev. A** ٦۸, ۰٤۳۸۱٦ (۲۰۰۳).

[۸] Dung H.T, Knöll L and Welsch D.G., **Phys. Rev. A** ٦۲،۰٥۳۸۰٤ (۲۰۰۰).

[۹] Tai L.W. *Dyadic Green's Function in Electromagnetic Theory*, ۲ended. Piscataway, NJ: **IEEE** Press, (۱۹۹٤).

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-31]