بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

محاسبه ی آهنگ رشد پراکندگی رامان در پلاسمای مغناطیده

سارا سادات غفاری اسکوئی و مجتبی فرزین آقامیر

دانشکده فیزیک، دانشگاه تهران، تهران

چکیده – پراکندگی رامان یکی از پدیده هایی است که هنگام انتشار لیزر در پلاسما روی می دهد و یک ناپایداری پارامتری محسوب می شود. در این مقاله، آهنگ رشد این ناپایداری را در یک پلاسمای مغناطیده محاسبه کرده و اثرات چگالی پلاسما، طول موج لیزر و شدت آن را بر آهنگ رشد مورد مطالعه قرار می دهیم.

کلید واژه- پراکندگی رامان، ناپایداری، آهنگ رشد، پلاسمای مغناطیده، انتشار لیزر در پلاسما.

Calculation of growth rate of Raman scattering in magnetized plasma

Sara Sadat Ghaffari Oskooie and Farzin Mojtaba Aghamir

Department of Physics, University of Tehran, Tehran

Abstract- Raman scattering is one of phenomena which occurs when a laser propagates in plasma and it can be considered as a parametric instability. In this article we calculate the growth rate of this instability in a magnetized plasma and investigate the effects of plasma density, laser wavelength and its intensity on growth rate.

Keywords: Raman Scattering, Instability, Growth rate, Magnetized Plasma, Laser Propagation in Plasma.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱-مقدمه

انتشار لیزر در پلاسما به دلیل کاربردهای متعدد آن در همجوشی، لیزر های پرتوی ایکس، ایجاد هماهنگ دوم، شتابدهنده های پلاسمایی و ... مورد توجه پژوهش های مختلفی قرار گرفته است [۱و۲]. پراکندگی رامان یکی از پدیده هایی است که هنگام انتشار لیزر در پلاسما رخ می دهد و طی آن یک موج پلاسمایی و یک موج الکترومغناطیسی برانگیخته می شود. به عبارت دیگر پراکندگی رامان یک ناپایداری پارامتری است [۳و۴]. در مرجع [۵] آهنگ رشد این ناپایداری در کانال پلاسمایی با استفاده از حل معادله ی موج در تقریب پیرامحوری محاسبه شده است. در این مقاله برای اولین بار پراکندگی رامان را در پلاسمای مغناطیده ای که میدان مغناطیسی خارجی موازی نوسانات پلاسمایی باشد مورد مطالعه قرار می دهیم. آهنگ رشد ناپایداری رامان را به کمک معادلات ماکسول و معادلات سیالی به دست می آوریم و اثر فرکانس پلاسمایی، طول موج لیزر و شدت آن را بر آهنگ رشد بررسی می نماییم.

۲-انتشار لیزر در پلاسمای مغناطیده

میدان های الکتریکی و مغناطیسی لیزر به صورت زیر است:

$$\mathbf{E}_L = \hat{x}\frac{E_L}{2}\exp\{i(k_0 z-\omega_0 t)\}+C.C. \qquad (۱)$$

$$\mathbf{B}_L = \hat{y}\frac{B_L}{2}\exp\{i(k_0 z-\omega_0 t)\}+C.C. \qquad (۲)$$

که ω_0 فرکانس، k_0 عدد موج، E_L دامنه ی میدان الکتریکی و B_L دامنه ی میدان مغناطیسی لیزر است. فرض می کنیم که پلاسما در میدان مغناطیسی ثابت زیر قرار گرفته است:

$$\mathbf{B}_0 = \hat{y}B_0 \qquad (۳)$$

از حرکت یون ها در مقابل حرکت الکترون ها صرف نظر می کنیم. زیرا طول پالس لیزر از معکوس فرکانس پلاسمایی یون ها بسیار کوچک تر است. سرعت الکترون ها ($\mathbf{V}$) نیز در معادله ی زیر صدق می کند:

$$\frac{d(\gamma m\mathbf{v})}{dt} = -e[\mathbf{E}_L+\frac{\mathbf{v}}{c}\times(\mathbf{B}_L+\mathbf{B}_0)] \qquad (۴)$$

در این رابطه γ فاکتور نسبیتی لورنتس، c سرعت نور، m جرم الکترون و e اندازه ی بار الکتریکی آن است. سرعت الکترون ها را با حل تحلیلی معادله ی (۴) تا مرتبه ی اول، به دست می آوریم:

$$\mathbf{v} = -\frac{E_0 e\gamma\omega_0}{m(\omega_0^2-\gamma^2\omega_c^2)}\sin(\omega_0 t-k_0 z)\hat{\mathbf{x}} - \frac{E_0 e\omega_c}{m(\omega_0^2-\gamma^2\omega_c^2)}\cos(\omega_0 t-k_0 z)\hat{\mathbf{z}} \qquad (۵)$$

ω_c در این رابطه بیانگر فرکانس سیکلوترونی الکترون است. ثابت دی الکتریک پلاسما نیز به صورت زیر به دست می آید:

$$\varepsilon = 1-\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2-\omega_c^2}[1+\frac{\delta n}{n}+\frac{a^2(\omega_0^2+\omega_c^2)}{2(\omega_0^2-\omega_c^2)}] \qquad (۶)$$

δn در این معادله بیانگر اختلال در چگالی پلاسما است که به دلیل انتشار لیزر در محیط پلاسما ایجاد می شود. $\mathbf{a}$ نیز پتانسیل برداری بهنجار شده است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{a} = \frac{-e\mathbf{A}}{mc^2} \qquad (۷)$$

$\mathbf{A}$ در این معادله بیانگر پتانسیل برداری است. معادله ی (۶) نشان می دهد که بیشترین مقدار ثابت دی الکتریک در ناحیه ای رخ می دهد که δn منفی بوده و هم چنین شدت لیزر بیشتر است. این پدیده خود کانونی شدن لیزر نامیده می شود. با استفاده از معادله ی پیوستگی و معادله ی انتقال تکانه به این نتیجه می رسیم که اختلال در چگالی پلاسما در رابطه ی زیر صدق می کند:

$$(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\omega_p^2)\frac{\delta n}{n} = \frac{c^2\omega_0^2}{2(\omega_0^2-\omega_c^2)}\nabla^2(\mathbf{a}.\mathbf{a}) \qquad (۸)$$

وقتی لیزر در پلاسما انتشار می یابد، میدان های بارفضا به دلیل جابجایی الکترون ها از مکان اولیه شان و ایجاد اختلال در چگالی پلاسما ایجاد خواهند شد. ایجاد امواج پلاسمایی با فرکانس ω (که الزاماً با فرکانس پلاسمایی یکسان نیست) موجب می شود که الکترون ها در فرکانس های $\omega\pm\omega_0$ تابش داشته باشند. این پدیده را پراکندگی رامان در فیزیک پلاسما می نامند و یک نوع ناپایداری محسوب می شود. در ادامه آهنگ رشد این ناپایداری را

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]

به دست می آوریم.

۳-محاسبه ی آهنگ رشد

پتانسیل برداری کل را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\mathbf{a}=\mathbf{a}_L+\mathbf{a}_S+\mathbf{a}_A \qquad (۹)$$

در این معادله $\mathbf{a}_L$، $\mathbf{a}_S$ و $\mathbf{a}_A$ به ترتیب پتانسیل های برداری بهنجارشده لیزر و میدان های پراکندگی هستند که با توجه به معادله ی (۱) به صورت زیر تعریف می-شوند:

$$\mathbf{a}_L=\hat{x}\frac{a_0}{2i}\exp\{i(k_0 z-\omega_0 t)\}-C.C. \qquad (۱۰)$$

$$\mathbf{a}_S=\hat{x}\frac{a_S}{2i}\exp\{i(k_0-k)z-i(\omega_0-\omega)t\}-C.C. \qquad (۱۱)$$

$$\mathbf{a}_A=\hat{x}\frac{a_A}{2i}\exp\{i(k_0+k)z-i(\omega_0+\omega)t\}-C.C. \qquad (۱۲)$$

a_0، a_S و a_A دامنه های پتانسیل های برداری هستند. با قرار دادن پتانسیل برداری لیزر در معادله ی موج، رابطه پاشندگی مربوط به آن را به دست می آوریم:

$$-k_0^2+\frac{\omega_p^2}{c^2}-\frac{1}{8}\frac{k_p^2\omega_p^4c^2k_0^2a_0^2}{(\omega_0^2-\omega_p^2)(\omega_0^2-\omega_c^2)^2}-\frac{k_p^2\omega_0^2}{2(\omega_0^2-\omega_p^2)}+\frac{3}{8}\frac{a_0^2(\omega_0^2+\omega_c^2)k_p^2}{(\omega_0^2-\omega_c^2)^2}=0 \qquad (۱۳)$$

ملاحظه می شود که در رابطه ی پاشندگی لیزر متغیرهایی هم چون فرکانس سیکلوترونی، شدت لیزر و فرکانس پلاسمایی تأثیرگذار هستند. در ادامه می خواهیم رابطه ی پاشندگی را برای امواج پراکنده شده به دست آوریم. با جایگزینی پتانسیل های برداری بهنجار شده ی امواج پراکندگی در معادله ی موج و با استفاده از معادله-ی (۸) به دو معادله ی زیر می رسیم:

$$\Gamma a_A=\beta a_A+\beta a_S^* \qquad (۱۴)$$

$$\eta a_S^*=\beta a_A+\beta a_S^* \qquad (۱۵)$$

که ضرایب β، Γ و η به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\beta=\frac{a_0^2\omega_0^2c^2k^2\omega_p^2}{4(\omega_0^2-\omega_c^2)(\omega^2-\omega_p^2)}-\frac{a_0^2\omega_p^2}{4} \qquad (۱۶)$$

$$\Gamma=-c^2k^2+\omega_0^2-\frac{\omega_0^2\omega_p^2}{\omega_0^2-\omega_p^2}+2(\omega_0\omega-c^2k_0k) \qquad (۱۷)$$

$$\eta=-c^2k^2+\omega_0^2-\frac{\omega_0^2\omega_p^2}{\omega_0^2-\omega_p^2}-2(\omega_0\omega-c^2k_0k) \qquad (۱۸)$$

رابطه ی پاشندگی امواج پراکندگی از طریق صفر قرار دادن دترمینان ضرایب معادلات همگن (۱۴) و (۱۵) به دست می آید:

$$\Gamma\eta=\beta(\eta+\Gamma) \qquad (۱۹)$$

بنابراین آهنگ رشد این ناپایداری برابر است با:

$$g=\frac{ck}{8\omega_0^2}\times \qquad (۲۰)$$

$$\left(\omega_p^4a_0^4+\frac{2\omega_0^2a_0^2\omega_p^2}{\omega_0^2-\omega_c^2}\left(-4c^2k^2+4\omega_0^2-\frac{a_0^2\omega_p^2}{2}\right)\right)^{\frac{1}{2}}$$

در ادامه اثر فرکانس پلاسمایی، طول موج لیزر و شدت آن را بر آهنگ رشد ناپایداری بررسی می نماییم.

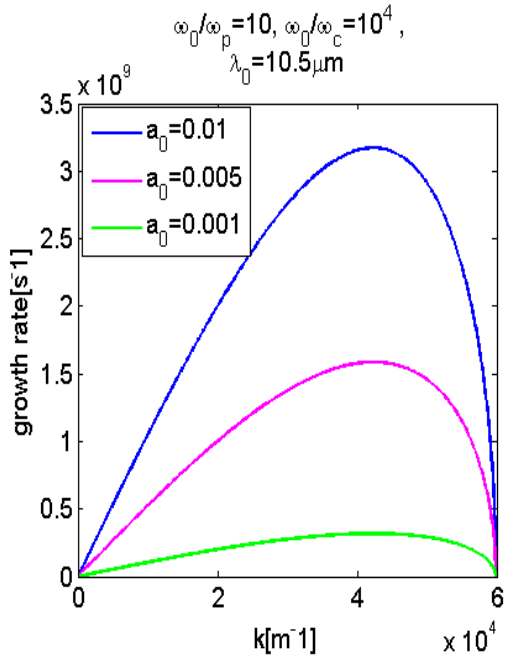
۴- محاسبات عددی:

در شکل (۱) حالتی را بررسی می کنیم که طول موج لیزر ۱۰/۵ میکرون است. در این شکل آهنگ رشد ناپایداری رامان را بر حسب عدد موج (به ازای مقادیر مقدار مختلف شدت لیزر) رسم کرده ایم. مقایسه ی سه منحنی نشان می دهد که افزایش شدت لیزر موجب افزایش آهنگ رشد خواهد شد. در شکل (۲) شدت لیزر و طول موج آن را ثابت در نظر گرفته و آهنگ رشد را به ازای مقادیر مختلف چگالی پلاسما ترسیم می کنیم. ملاحظه می شود که افزایش چگالی پلاسما، آهنگ رشد را افزایش خواهد داد. در شکل (۳) شدت لیزر و چگالی پلاسما را ثابت نگه داشته و طول موج لیزر را متغیر در نظر می گیریم. مشاهده می شود که کاهش طول موج لیزر باعث کاهش بیشینه آهنگ رشد و افزایش بیشینه ی عدد موج خواهد شد.

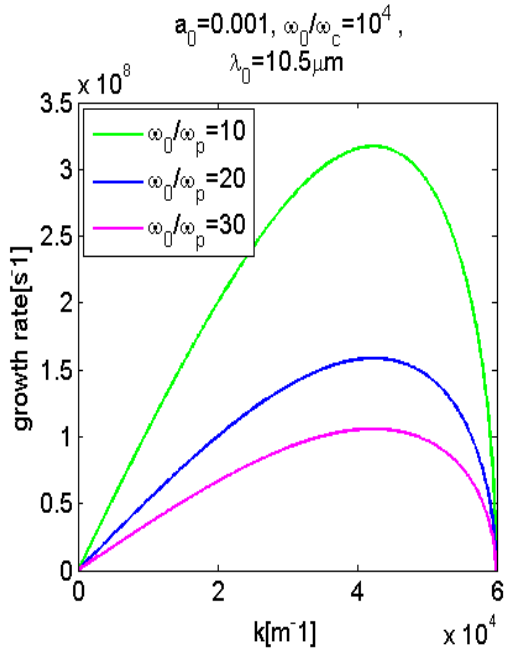
به طور کلی می توان گفت که افزایش چگالی پلاسما و شدت لیزر موجب می شود که الکترون های بیشتری در ناپایداری شرکت کنند و در نتیجه آهنگ رشد افزایش یابد. هم چنین نتیجه می گیریم که افزایش طول موج لیزر (با ثابت ماندن شدت لیزر) موجب افزایش اختلال در

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]

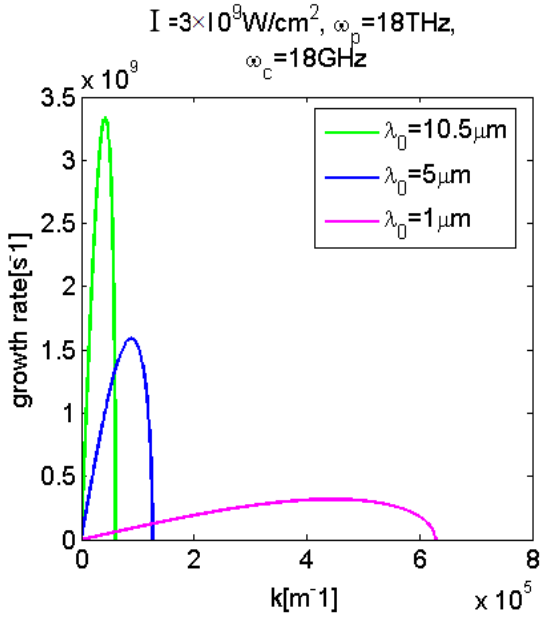
چگالی پلاسما و در نتیجه افزایش آهنگ رشد خواهد شد.



شکل ۱: آهنگ رشد ناپایداری رامان بر حسب عدد موج به ازای مقادیر مختلف شدت لیزر



شکل ۲: آهنگ رشد ناپایداری رامان بر حسب عدد موج به ازای مقادیر مختلف چگالی پلاسما



شکل ۳: آهنگ رشد ناپایداری رامان بر حسب عدد موج به ازای مقادیر مختلف طول موج لیزر

۵-نتیجه‌گیری

در این مقاله به انتشار لیزر در یک پلاسمای مغناطیده و پدیده ی پراکندگی رامان پرداختیم. با در نظر گرفتن این پراکندگی به عنوان یک ناپایداری آهنگ رشد آن را محاسبه کردیم. در ادامه این کمیت را بر حسب عدد موج رسم کرده و رفتار آن را به ازای مقادیر مختلف شدت لیزر، چگالی پلاسما و طول موج لیزر بررسی نمودیم. نتایج این بررسی ها نشان داد که افزایش شدت لیزر و چگالی پلاسما موجب افزایش آهنگ رشد خواهد شد. حال آن که افزایش طول موج آهنگ رشد ناپایداری را کاهش خواهد داد.

مراجع

[1] Gupta, D. N., Suk, H. and Ryu, C. M. Electron acceleration and electron-positron pair production by laser in tunnel ionized inhomogeneous plasma. *Physics of Plasmas* **12**, 093110 (2005).

[2] Sprangle, P. and Hafizi, B. High-power, high-intensity laser propagation and interactions. *Physics of Plasmas* **21**, 055402 (2014).

[3] Drake, J. F., Kaw, P. K., Lee, Y. C., Schmid, G., Liu, C. S. and Rosenbluth, M. N. Parametric instabilities of electromagnetic waves in plasmas. *Physics of Fluids* **17**, 778-785 (1974).

[4] Sprangle, P., Esarey, E., and Hafizi, B. Propagation and instability of intense laser pulses in partially stripped plasmas. *Physical Review E* **56**, 5894-5907 (1997).

[5] Sajal, V., Panwar, A. and Tripathi, V. K. Relativistic forward stimulated Raman scattering of a laser in a plasma channel. *Physica Scripta* **74**, 484-488 (2006).

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]