بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

شبیه‌سازی میکروتشدیدگر فوتونیکی با ضریب شکست ثابت و گرادیانی (GRIN) و مطالعه کاربرد بیوحسگری آنها

زهره نجفی[۱] ، محمد واحدی[۲]؛ عباس بهجت [۱]

[۱] گروه اتمی مولکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد

[۲] دانشکده فیزیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

چکیده – این مقاله به شبیه‌سازی دو بعدی میکروتشدیدگر فوتونیکی با روش عددی *FDTD* می‌پردازد. با نشاندن لایه‌هایی با ضخامت و ضریب شکست مختلف روی میکرودیسک، کاربرد حسگری میکروتشدیدگر در حوزه اپتیکی مورد مطالعه قرار گرفته‌است. از روی میزان جابجایی یک فرکانس تشدید مشخص(در اینجا *THz* ۱۱۵)، می‌توان به ضریب شکست لایه نشانده شده روی میکرودیسک در ضخامت معلوم و یا به ضخامت لایه در ضریب شکست معلوم پی‌برد. در ادامه، میکروتشدیدگر با ضریب شکست گرادیانی (*GRIN*) معرفی شده‌است. نتایج نشان می‌دهند، حساسیت این حسگر ۴۷ درصد بیشتر از میکروتشدیدگر با ضریب شکست ثابت خواهد بود.

کلید واژه- میکروتشدیدگر، حسگر، شبیه سازی عددی، FDTD، GRIN.

Simulation of Photonic Microresonator with Constant and Graded Refractive Index (GRIN) Regarding their biosensor Application

Zohreh Najafi[1], Mohammad Vahedi[2], and Abbas Behjat[1]

[1] Atomic & molecular group, Faculty of physics, Yazd University

[2] Iran University of Science And Technology

Abstract- In this paper, biosensor behavior of photonic microdisk resonators is simulated by FDTD method. The shift in a resonance frequency at 115THz for different layer thicknesses and refractive indices are calculated. Also, a microresonator made by Graded Index (GRIN) microdisk is proposed and was studied. The results show a 47 percent enhancement in biosensor sensitivity of proposed microdisk.

Keywords: Microresonator, Sensor, Numerical Simulation, FDTD, GRIN

۱- مقدمه

میکروتشدیدگرهای فوتونیکی ابزارهای نوینی هستند که اخیراً بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. در این تشدیدگرها موج با پدیده بازتابش کلی داخلی درون لایه دی‌الکتریک نزدیک به سطح، به دام می‌افتد و مدهایی به نام مدهای گالری نجوایی که بسیار نزدیک سطح هستند، شکل می‌گیرد. این مدها، دامنه میرایی در خارج از کاواک دارند که با ایجاد تغییراتی روی کاواک از جمله قرارگرفتن مواد مختلف بر دیواره آنها، جابجایی در فرکانس تشدید آنها رخ می‌دهد. این جابجایی، اساس کار حسگری میکروتشدیدگرها خواهد بود[۱].

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-29]

به علت ضریب کیفیت بالای میکروتشدیدگرها و در نتیجه تقویت برهمکنش نور داخل تشدیدگر و ماده خارجی، می‌توان به حسگرهایی با دقت‌های بی سابقه دست یافت[۲]. همین مسأله باعث شده است که استفاده از این تشدیدگرها به عنوان حسگر بیولوژیک اهمیت روزافزون پیدا کند [۳].

این نوشتار با ارائه مدلی دو بعدی از میکرودیسک و شبیه‌سازی میکروتشدیدگر دیسکی با روش عددی FDTD کاربرد حسگری میکروتشدیدگر در حوزه اپتیکی (تعیین ضخامت و ضریب شکست) را مورد مطالعه قرار می‌دهد. همچنین، میکروتشدیدگر با ضریب شکست متغیر((Graded Index (GRIN) معرفی شده و مزیت آن نسبت به نوع ضریب شکست ثابت، مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- روش شبیه سازی FDTD
(Finite Difference Time Domain)

این روش، از تفاضل محدود در حوزه زمان استفاده می‌کند. با شروع از معادلات ماکسول نرمالیزه شده داریم[۴]:

(۱)

$$\frac{\partial \tilde{\vec{D}}(t)}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \vec{H}(t)$$

(۲)

$$\tilde{\vec{D}}(\omega) = \varepsilon_r^{\,*}(\omega) \cdot \tilde{\vec{E}}(\omega)$$

(۳)

$$\frac{\partial \vec{H}(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \tilde{\vec{E}}(t)$$

در این شبیه‌سازی دو بعدی، مد عرضی مغناطیسی TM که شامل $\tilde{E}_z$، H_x و H_y می‌باشد، مد نظر قرار خواهد گرفت. برای سادگی علامت ~ را حذف می‌کنیم ولی همواره می‌دانیم که از مقادیر نرمالیزه‌شده استفاده می‌کنیم. بنابراین معادلات برداری (۱)، (۲)، (۳) به معادلات (۴) تا (۷) تقلیل می‌یابند.

$$\frac{\partial D_z(t)}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{\partial H_y(t)}{\partial x} - \frac{\partial H_x(t)}{\partial y} \right) \qquad (۴)$$

(۵)

$$D_z(\omega) = \varepsilon_r^{\,*}(\omega) \cdot E_z(\omega)$$

(۶)

$$\frac{\partial H_x(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial E_z(t)}{\partial y}$$

(۷)

$$\frac{\partial H_y(t)}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial E_z(t)}{\partial x}$$

با وارد کردن معادلات بالا در الگوی تفاضل محدود [۴]، معادلات تکرار شونده مورد نیاز به‌دست خواهند آمد:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{D_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j) - D_z^{n-\frac{1}{2}}(i,j)}{\Delta t} = \\ &\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{H_y^n(i+\frac{1}{2},j) - H_y^n(i-\frac{1}{2},j)}{\Delta x} \right) \\ &- \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{H_x^n(i,j+\frac{1}{2}) - H_y^n(i,j-\frac{1}{2})}{\Delta y} \right) \end{aligned}}$$

(۸)

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{H_x^{n+1}(i,j+\frac{1}{2}) - H_x^n(i,j+\frac{1}{2})}{\Delta t} = \\ &- \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{E_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j+1) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j)}{\Delta x} \right) \end{aligned}}$$

(۹)

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{H_y^{n+1}(i+\frac{1}{2},j) - H_y^n(i+\frac{1}{2},j)}{\Delta t} = \\ &\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{E_z^{n+\frac{1}{2}}(i+1,j) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(i,j)}{\Delta x} \right) \end{aligned}}$$

(۱۰)

که در معادلات بالا i و j به ترتیب شمارنده المانهای x و y خواهند بود و Δx و Δy نیز اندازه تک گام فضای مش بندی را نشان خواهد داد. n شمارنده گامهای زمانی است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-29]

به منظور پایداری باید رابطه (۱۱)، رعایت شود.

(۱۱)

$$\Delta t \le \frac{\Delta x}{\sqrt{D}c_0}$$

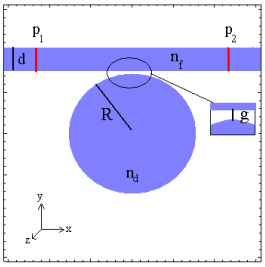
که در آن D بعد فضای شبیه‌سازی است. از اینرو گام زمانی بصورت رابطه (۱۲) انتخاب شده است [۴].

(۱۲)

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{2c_0}$$

۳- مدل شبیه سازی و روش کار

منطقه شبیه‌سازی، سطحی دو بعدی و مربعی با عنصر مش‌بندی ۲۷ نانومتر و دارای ابعاد ۳۰۰ سلول در ۳۰۰ سلول است، که در صفحه x-y واقع شده است. شکل ۱ پارامترها و شمای کلی محدوده شبیه‌سازی شده را نشان می دهد. ضریب شکست فیبر (n_f) همواره ۲/۷۵ انتخاب شده است. ضخامت فیبر ۳۰ و شعاع دیسک ۷۰ المان است. مرکز دیسک منطبق بر مرکز سطح شبیه‌سازی می‌باشد و دیسک تا فیبر ، ۵ واحد فاصله دارد (g)، که با نشاندن لایه روی دیسک، این فاصله کاهش می‌یابد. اطراف دیسک و فیبر دارای ضریب شکست ۱ است.



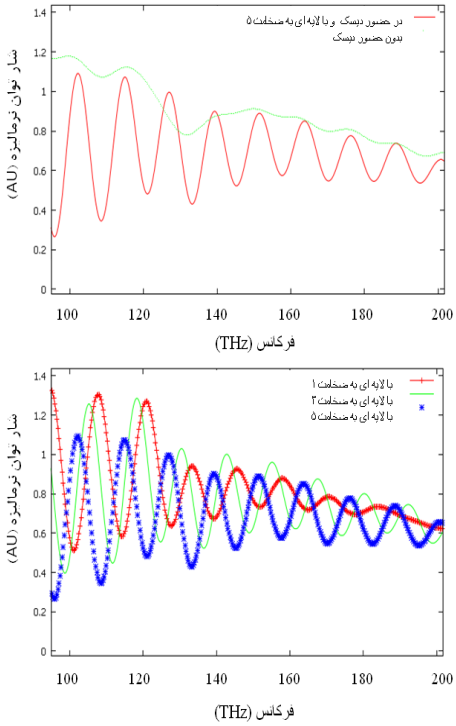
شکل ۱: شمای کلی محدوده شبیه سازی شده را نشان می‌دهد.

موج ورودی، موجی گوسی ۴/۵ فمتوثانیه است که با موج حامل ۲۰۰THz مدوله شده است و به تک تک نقاط فیبر روی مقطعی قبل از p_1 اعمال می شود.

ابتدا با استفاده از روش یاد شده در بخش ۲، میدان E_z و H_y در زمانهای مختلف برای تک تک نقاط مش‌بندی روی دو سطح مقطع p_1 و p_2 (ورودی و خروجی) محاسبه می شود و سپس از آنها تبدیل فوریه گرفته می شود، پس از آن با استفاده از رابطه $S=½E\times H^*$ چگالی شار انرژی در هر فرکانس برای تمام نقاط روی دو مقطع ورودی و خروجی محاسبه می‌شود و با متوسط‌گیری روی آنها و تقسیم خروجی به ورودی می‌توان طیف انرژی نرمالیزه‌شده را بر حسب فرکانس به‌دست آورد.

۳-۱- میکرودیسک با ضریب شکست ثابت

در ابتدا ضریب شکست دیسک را برابر ضریب شکست فیبر یعنی ۲/۷۵ قرار می‌دهیم و طیف انرژی را برای لایه هایی به ضخامت ۲۷ nm، ۸۱ nm و ۱۳۵ nm و با ضریب شکست مشابه دیسک، به‌دست می‌آوریم. نمودار ۱ در بخش (الف) اثر حضور دیسک بر طیف انرژی را نشان می‌دهد. در بخش (ب) نیز جابجایی فرکانس تشدید به سمت فرکانس‌های پائین‌تر با افزایش ضخامت لایه، مشاهده می‌شود .

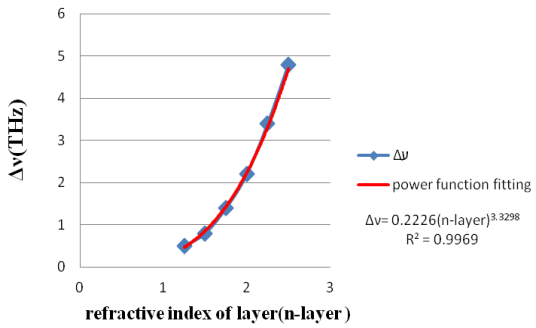


نمودار ۱ : (الف) اثر حضور میکرودیسک بر طیف انرژی (ب)جابجایی فرکانس‌های تشدید بر اثر افزایش ضخامت لایه نشانده شده روی میکرودیسک(برای ضخامت های۲۷ nm، ۸۱ nm و ۱۳۵ nm).

حال با تغییر ضریب شکست لایه از ۱/۲۵ تا ۲/۵ و به‌دست آوردن جابجایی فرکانس تشدید ۱۱۵THz، نمودار ۲ را خواهیم داشت که با استفاده از آن و یک چشمه نوری که شامل فرکانس تشدید مذکور باشد، می‌توان به ضریب شکست ماده نامعلوم نشانده شده روی میکرودیسک پی برد. براساس نمودار به دست آمده در شکل ۲ برای تغییرات کمینه 10^9THz (قابل آشکارسازی با یک طیف سنج اپتیکی تجاری) می‌توان به کمینه آشکارسازی 10^{-6} در ضریب شکست دست

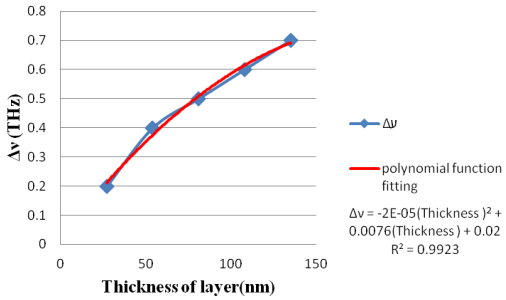
[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-29]

یافت.



نمودار ۲: اثر تغییر ضریب شکست لایه ای به ضخامت ۱۳۵ nm بر جابجایی فرکانس تشدید ۱۱۵ THz

کاربرد دیگر این جابجایی فرکانسی، تعیین ضخامت لایه نشانده شده با ضریب شکست معلوم است. در اینجا برای لایه DNA با ضریب شکست معلوم ۱.۴۶، در ضخامت‌های مختلف، میزان جابجایی فرکانس تشدید ۱۱۵THz به‌دست آمده و نمودار ۳ نتیجه آن است. با استفاده از این نمودار می‌توان از روی جابجایی فرکانس تشدید ۱۱۵THz به ضخامت نامعلوم از یک لایه DNA نشانده شده بر روی میکرودیسک، پی برد.



نمودار ۳: اثر تغییر ضخامت لایه DNA (با ضریب شکست ۱.۴۶) بر جابجایی فرکانس تشدید ۱۱۵ THz

۳-۲- میکرودیسک با ضریب شکست متغیر (GRIN)

در این بخش با استفاده از تابعی شعاعی به فرم معادله (۱۳) ضریب شکست میکرودیسک را متغیر و وابسته به شعاع قرار می‌دهیم.

(۱۳)

$$n_d(r) = 1.375 \times [1 + (\frac{r}{R})^2]$$

که در آن r فاصله از مرکز میکرودیسک و R شعاع میکرودیسک است.

در اینجا نیز می‌توان همانند بخش قبل (نمودارهای ۱ و۲) طیف انرژی را برای چند لایه با ضخامت‌های مختلف به‌دست آورد. آنچه در اینجا حائز اهمیت است، مقایسه میزان جابجایی فرکانس ثابت ۱۱۵THz در اثر افزایش ضخامت لایه در دو نوع میکروتشدیدگر، با ضریب شکست ثابت و با ضریب شکست متغیر (GRIN) می‌باشد، که نتایج آن در جدول ۱ آمده است که به وضوح مشاهده می‌شود جابجایی‌های بیشتر مربوط به نوع GRIN است.

جدول ۱- مقایسه جابجایی فرکانسی برای دو نوع میکروتشدیدگر GRIN و ضریب شکست ثابت برای لایه ای با ضریب شکست ۲/۷۵

نوع تشدیگر	جابجایی فرکانسی (THz)				
	لایه به ضخامت ۲۷ nm	لایه به ضخامت ۵۴nm	لایه به ضخامت ۸۱ nm	لایه به ضخامت ۱۰۸ nm	لایه به ضخامت ۱۳۵ nm
GRIN	۱.۷	۳.۶	۵.۹	۷.۹	۹.۷
ضریب شکست ثابت	۱.۲	۲.۴	۳.۸	۵.۳	۷.۰

۴- جمع بندی و نتایج

میکروتشدیدگر فوتونیکی با روش عددی FDTD در دو بعد شبیه‌سازی شد. از روی میزان جابجایی فرکانس تشدید ۱۱۵ THz در طیف خروجی به‌دست آمده، دو نمودار۳ و ۴ به‌دست آمد که در تعیین ضریب شکست لایه نشانده شده روی میکرودیسک (با ضخامت معلوم) و یا ضخامت لایه (با ضریب شکست معلوم) قابل استفاده است. همچنین، میکروتشدیدگر با ضریب شکست گرادیانی (GRIN) معرفی شد و مزیت حسگری آن نسبت به میکروتشدیدگر با ضریب شکست ثابت مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که حساسیت حسگر با ضریب شکست متغیر ۴۷ درصد بیشتر از همان حسگر با ضریب شکست ثابت است.

مراجع

[1] Righini G. C. et al, *Whispering gallery mode microresonators: Fundamentals and applications*, **Rivista del Nuovo Cimento**, 34(2011), 435-488.

[2] Boleininger A. et al, *Whispering Gallery Modes in Standard Optical Fibres for Fibre Profiling Measurements*, **Sensors**, 10(2010), 1765-1781.

[3] Fan X. et al, *Sensitive optical biosensors for unlabeled targets: A review*. **Anal. Chimica Acta**, 620(2008), 8-26.

[4] Sullivan D. S., *Electromagnetic Simulation using The FDTD Method*, IEEE Press,2000.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-29]