

بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران ۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



# تطبیق حل عددی معادلات نرخ جفت شده در محاسبه مشخصات تَپ کلید زنی Q در لیزر Nd:YAG دمش دیودی با نتایج تجربی

عباس ملکی'، مسعود کاوش تهرانی'، امین حسینی'، و سید علی یزدانی'

دانشگاه صنعتی مالک اشتر -پژوهشکده علوم و فنآوری اپتیک و لیزر، شاهینشهر، اصفهان (

شركت صنايع الكترونيك شيراز

چکیده – در این مقاله با استفاده از روش حل عددی معادلات نرخ جفت شده لیزر، نحوه دستیابی به ویژگیهای تپ کلید زنی Q شامل انرژی، پهنای زمانی و توان قله تپ ارائهشده است. در این روش از کمیتهای نوسانگر لیزری برپا شده در آزمایشگاه، از قبیل جمعیت وارون الکترونی در تراز بالایی محیط فعال، طول مشدد، ضریب اتلاف مشدد و سایر کمیتها جهت محاسبه پهنای زمانی تپ لیزر استفادهشده است. با این مدل،تپ لیزری با انرژی ۴۵ میلی ژول، پهنای/۶ نانوثانیه و توان پیک/۶ مگاوات در طولموج ۱۰۶۴ نانومتر با اعمال توان پیک دمشی ۲۵۰۰ وات شبیه سازی گردید که با نتایج تجربی تطابق خوبی دارد. کیدواژه: چگالی فوتون، چگالی وارونی جمعیت، حل معادلات جفت شده، روش عددی

## Matching numerical procedure in the solution of the coupled rate equations in calculation of Q-switched pulse specification in diode pumped Nd:YAG –Laser with experimental results

Abbas Maleki<sup>1</sup>, Masoud Kavosh Tehrani<sup>1</sup>, Amin Hosseini<sup>2</sup> and Seyed Ali Yazdani<sup>2</sup>

Optics & Laser Scince & Technology Research Center ,Malek-ashtar University of Technology, Shahin Shahr, Isfahan<sup>1</sup>

Shiraz Electronics Industries Corporation<sup>2</sup>

Abstract-In this paper, the numerical solution of coupled rate equation of laser is presented to specification of Q-switched pulse such as output energy, pulse width and peak power pulsed are obtained. In this method, some of important parameters of an exprimental setup of Nd:YAG laser include population inversion of electrons in the active medium, length of resonator, and loss of resonator and other parameters are used to obtain the laser pulse width. By this model, laser pulse with energy of 45 mJ, 6.7ns pulse width and 6.7 MW peak power at 1064 nm wavelength is simulated. The pumped peak power is 2250 W. Our simulation data is in good agreement with experimental results.

Keywords: photon density, population inversion density, coupled rate equations solving, numerical procedure

Q اولین بار توسط مککلانگ و همکاران او در دهه ۷۰ استخراج شدند. آنچه در اغلب مقالات بیشتر به چشم میخورد استفاده از روشهای تحلیلی و بعضاً پیچیده عددی برای توصیف اثرات عملکرد کلید زنی در لیزرهای حالتجامد دمش دیودی است.

روش فعال کلید زنیQ با بکارگیری سلول پاکلز برای ایجاد تپ لیزری با پهنای زمانی کوتاه از مرتبه نانوثانیه و با توان قله تپ چند ده مگاوات در لیزرهای تپی Nd:YAG مورداستفاده قرار میگیرد [۱,۲]. معادلات عمومی توصیفکننده عملکرد لیزرهای کلید زنی

۱- مقدمه

'-McClung

استفاده از روش حل عددی ساده و بسیار نزدیک به تجربه که در این مقاله معرفی میشود جهت بهینهسازی عملکرد لیزر و تحلیل فرآیند دینامیکی کلید زنی Q مفید است[۵-۳].

### ${f Q}$ - نظریه کلید زنی ${f Y}$

توصيف ليزرهای کليد زنی Q با حل همزمان دو معادله ديفرانسيل جفت شده بر اساس تغيير زمانی چگالی جمعيت وارون الکترونی و چگالی فوتونهای درون کاواک ليزر انجام میشود. معادلات نرخ ليزر عبارتند است از [ ۶و۲]:

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma c \sigma_{eff} N \varphi$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \left[ c \sigma_{eff} N \varphi \left( \frac{l_r}{l_c} \right) \right] - \omega_L \varphi$$
(1)

 $\varphi$  در این رابطه N چگالی جمعیت وارون الکترونی ( $N_2$ - $N_1$ )،  $\varphi$ چگالی فوتونهای درون نوسانگر،  $\sigma_{eff}$  سطح مقطع مؤثر گسیل برانگیختگی بلور  $l_c$ ، Nd:YAG طول میله لیزر،  $l_c$  طول مشدد، سرعت نور،  $\omega_L$  نرخ اتلاف کل و  $\gamma$  عامل تبهگنی یا عامل کاهش وارونگی است. نرخ اتلاف کل درون مشدد نوری مطابق زیر است [7]:

$$\omega_L = \omega_\circ + \omega(t) \tag{(Y)}$$

و(t) = 0 به ترتیب ضریب اتلاف نوسانگر و تلفات کلید زنی Q را شامل می شوند که آنها را معرفی می کنیم:

$$\omega_{\circ} = c(\alpha_L + \alpha_M) \tag{(4)}$$

در اینجا  $\alpha_L = L/2l_c$  ضریب اتلاف پراکندگی و جذب محیط فعال و  $\alpha_L = L/2l_c$  ضریب اتلاف آینههای مشدد را نشان میده.  $\alpha_M = ln(1/R)/2l_c$  ضریب بازتاب آینه خروجی و L مجموع تلفات پراکندگی شامل جذب و پراکندگی از آینهها و سطوح کلید زنی Q را نشان می-دهند. به طور مشابه

$$\omega(t) = c \,\alpha_Q(t) \tag{(f)}$$

در این رابطه 
$$lpha_{Q}(t)$$
تابعی برحسب زمان است که تلفات کلیـد زنـی Q  
الکترواپتیکی را نشان میدهد و عبارت است از [۷و۶]:

$$\alpha_{Q}(t) = -\frac{\ln\left\{\frac{1}{2}\left[1 + \cos\left(\frac{\pi \exp\left(\frac{1}{\tau_{Q}}\right)\right)\right]\right\}}{2l_{c}}$$
( $\Delta$ )

کمیت  $au_{Q}$  زمان افت مشخصه درکلید زنی Q است. در مدتزمـانی که کلید زنی Q مسیر نوسانگر را مسدود نموده است، انرژی دمشی در تراز بالایی محیط بهره ذخیره میشود که درانتهای زمـان کلیـد

زنی به شکل یک تپ پرانرژی از لیزر خارج می شود. میـزان انـرژی ذخیره شده طبق رابطه(۶)محاسبه می شود:

 $E_{st} = (\eta_T \eta_A \eta_S \eta_Q) E_P$  (۶) کمیت  $P_T$  انرژی دمشی دیود لیزر و برابر با  $PT_P$  است. T توان قله دمشی دیود لیزر و  $T_P$  پهنای زمانی تپ جریان لیزر دیود را نشان میدهد. در رابطه (۶) کمیت  $\eta_T$  بازده انتقال انرژی لیزر دیودها به محیط فعال و  $\Lambda_P$ بازده جـذب دمشی بلـور Nd:YAG است.  $\eta_S$ بازده استوکس که نسبت طول موج دمش به طول موج لیزر است.  $\eta_Q$ بازده کوانتومی است که برای لیزر چهار تـرازه بـه صـورت زیـر نوشته میشود:

$$\eta_{Q} = (1 + \frac{\tau_{32}}{\tau_{31}} + \frac{\tau_{32}}{\tau_{30}})^{-1} \tag{Y}$$

ها نیز طول عمر گسیل بدون تابش از تراز i به تـراز j را نشـان $au_{ij}$  میدهند.

#### ۳- حل عددی معادلات نرخ لیزر

معادلات نرخی که برای چگالی جمعیت وارون و چگالی فوتونها مطابق رابطه (۱) نوشته شد، معادلات جفت شدهای هستند که میتوانند به بهترین نحو با استفاده از روش اویلر<sup>۲</sup> که برای حل همزمان دو معادله دیفرانسیل استفاده میشود، حل شوند. جهت پیادهسازی روش موردنظر، ابتدا برآورد اولیه و شناخت چگالی جمعیت و چگالی فوتونهای اولیه سیستم موردنیاز هست. با فرض وجود گسیل خودبه خودی اولیه در یک زاویه فضایی برابر با یک میلی رادیان، انرژی اولیه در دسترس، برای لیز دادن مطابق رابطه (۸) قابل محاسبه است [۸ و۲]:

$$E_0 = E_P N_1 (A l_r) \left( \frac{l_c}{c \tau_f} \right) \left( \frac{d\Omega}{4\pi} \right) \tag{A}$$

در رابطه (۸) کمیت  $P_P$  انرژی اولیه فوتونها ( $hc/\lambda_l$ )، A سطح مقطع پرتو در بلور لیزر ( $\pi W_3^2$ ) که  $W_3$  اندازه لکه متوسط پرتو در بلور لیزر است،  $\tau$  طول عمر فلورسانی بلور لیزر،  $d\Omega$  زاویه فضایی مخروط گسیل خودبه خودی و  $N_1$  وارونگی جمعیت اولیه است. اما چگالی وارونی جمعیت اولیه مطابق رابطه زیر به دست می آید:

$$N_1 = \left(\frac{E_{st}}{E_P}\right) V \tag{9}$$

مد دمشی ( $\pi W_P^2 l_r$ ) است که  $W_P$  اندازه لکه متوسط V محم پرتو دمشی در بلور لیزری است. جهت رسیدن به نتایج دقیق و

<sup>\*</sup>-Euler Method

تطابق با نتایج تجربی نیاز است که مقدار دقیق این کمیت را بدانیم. این کار با وارد کردن مشخصات دقیق چیدمان لیزر دمش دیودی موجود در آزمایشگاه ( مطابق جدول ۱ و شکل ۱) با استفاده از روش ردیابی پرتو در نرمافزار LASCAD انجام شده است[۹]. اما چگالی فوتونهای اولیه را با کمک رابطه (۸) میتوان به شکل رابطه زیر نوشت:

$$(1 \cdot)$$

$$\varphi_0 = \frac{E_0}{A l_c E_P}$$

پیس بینی جواب علوید منافعات دینورمسین رابطه (۱۱) تبدیل می شود: معادلات جفت شده به شکل رابطه افزایشی (۱۱) تبدیل می شود:

$$N_{i+1} = N_i - (\gamma c \sigma_{eff} N_i \varphi_i) \delta t$$
  
$$\varphi_{i+1} = \varphi_i + \left[ c \sigma_{eff} N_i \varphi_i \left( \frac{l_r}{l_c} \right) - \omega_{L(i)} \varphi_i \right] \delta t$$
(11)

i یک عدد صحیح و  $\delta t$ گام زمانی برای حل معادلات است که می-توان آن را مقدار کوچک ۲۵۰ پیکوثانیه در نظر گرفت. حال معادلات رابطه (۱۱) با مقادیر اولیه چگالی فوتون و چگالی جمعیت وارون بهطور تکراری قابل حل هستند.

جدول ۱: کمیتهای استفادهشده در روش حل عددی معادلات نرخ لیزر

lr	۸۰mm	<b>W</b> <sub>3</sub>	۰/۶۲۵mm
l <sub>c</sub>	۳٤۰ mm	T <sub>P</sub>	۲۰۰µs
Р	7700 W	$\lambda_{\mathrm{p}}$	۸•Anm
$W_P$	۱/۵ mm	$\lambda_l$	۱۰۶۴nm
$\sigma_{\text{eff}}$	$2.8*10^{-17}$ mm <sup>2</sup>	γ	٠/٩
R	%٣.	dΩ	\mrad



شکل ۱:چیدمان لیزر کلید زنیQ انرژی خروجی تپ کلید زنی Q ، یکی از مشخصههای اصلی لیزر است که توسط رابطه (۱۲) که مجموع شار فوتونهای خارجشده از آینه خروجی است قابل محاسبه می باشد:

$$\begin{split} E_{Q} &= \int P(t)dt = \left(\frac{hc}{\lambda_{l}} \frac{Al_{c}}{t_{r}}\right) \ln\left(\frac{1}{R}\right) \int \varphi(t)dt \\ &= \left(\frac{hc}{\lambda_{l}} \frac{Al_{c}c}{2l_{c}}\right) \ln\left(\frac{1}{R}\right) \sum \varphi_{i} \delta t \end{split}$$
(17)

tr زمان رفت برگشت فوتون درون کاواک است. اما برای محاسبه بیم بینینه چگالی توان خروجی، اگر معادلات رابطه (۱) بر هم تقسیم و انتگرال گیری شود، چگالی شار فوتونی بیشینه مطابق رابطه زیر به دست می آید:

$$\varphi_{\max} = \left(\frac{l_r \gamma}{l_c}\right) \left[ N_i - N_{th} + N_{th} \ln\left(\frac{N_{th}}{N_i}\right) \right]$$
(17)

بنابراین در شرایط ویژهای می توان به بیشینه توان قله دستیافت که مانند شکل(۲) ، جمعیت وارونگی به مقدار آستانه  $N_{th}$  رسیده باشد و چگالی شار فوتونی به مقدار بیشینه خود برسد، یعنی وقتی که ( $N=N_{th}, \varphi=\varphi_{max}$ ). یکی دیگر از مشخصههای پرتو خروجی لیزر در حالت کلید زنی Q، محاسبه پهنای زمانی تپ لیزر (FWHM) است که از رابطه (۱۴) بهراحتی قابل محاسبه است [۱۰]:

$$t_P = \frac{t_r}{\ln\left(\frac{1}{R}\right) + L} \left\{ \frac{N_i - N_f}{N_i - N_{th} \left[1 + \ln\left(\frac{N_i}{N_{th}}\right)\right]} \right\}$$
(14)

$$P_P = \frac{z_Q}{t_p} \tag{10}$$

۴-نتایج حاصله از حل عددی معادلات نرخ لیزر: در حالت کلید زنیQ، اگر جمعیت وارون الکترونی با جمعیت آستانه که دارای مقدار N<sub>th</sub>=2.3×10<sup>+17</sup> است، برابر شود، آنگاه شار خروجی لیزر بیشینه شده و تپ نوری شکل می گیرد. این رفتار در شکل ۲ به خوبی مشاهده می گردد.



به طورجداگانه شکل زمانی تپ نوری لیزر که از نتایج مهم حل عددی است، در شکل ۳ نمایش دادهشده است.



نرخ تلفات کل و تلفات کلید زنی Q که در روابط (۲)، (۴) و (۱۱) معرفی شدهاند، در شکل گیری پهنای زمانی تپ خروجی لیزر نقش دارند و بایستی مقدار عددی این کمیتها مشخص گردند. در شکل ۴ نرخ تغییرات تلفات محاسبه شده، آورده شده است. همان طور که در نمودار سمت راست شکل ۴ دیده می شود، پس از برداشته شدن اتلاف کلید زنی Q، تلفات لیزر به پایین ترین سطح که همان اتلاف ثابت درون کاواکی ناشی از جذب و پراکندگی مطابق با رابطه (۳) است، می رسد. تپ خروجی شبیه سازی شده به روش حل عددی، دارای انرژی ۴۵ میلی ژول، پهنای زمانی ۶/۷ نانو ثانیه و توان قله ۸/۷ مگاوات است که به ترتیب با استفاده از روابط (۱۲)، (۱۴) و (۱۵) از طریق کد نویسی در نرمافزار MATLAB به دست آمده اند.



در چیدمان آزمایشگاهی برپا شده در پژوهشکده لیزر دانشگاه صنعتی مالک اشتر، پهنای زمانی تپ خروجی لیزر در حدود ۶/۹ نانوثانیه طبق شکل ۵ اندازه گیری گردید. اندازه گیری پهنای زمانی

تپ لیزر نشان داد که حل عددی با دقت بالایی انجامشده است.



شکل ۵: اندازه گیری پهنای زمانی تپ لیزر ۶/۹ نانوثانیه

#### ۵-نتیجهگیری

در این مقاله، روش حل عددی معادلات دیفرانسیل جفت شده در عملکرد کلید زنی Q لیزر ارائه گردید. با استفاده از این روش بهراحتی میتوان علاوه بر رسم شکل تپ خروجی لیزر، به مشخصات این تپ ازجمله انرژی، پهنا و توان قله بنا به نرخ اتلافی که در کاواک ایجاد میشود دستیافت. با کد نویسی معادلات نرخ لیزری در نرمافزار MATLAB تلفات درون کاواکی محاسبه و پارامترهای خروجی لیزر آزمایشگاهی بهینه شدند.

- [1] O. Svelto, *Principles of Lasers*, 5<sup>th</sup> Edition, Springer, New York, 2010.
- [2] W. Koechner, "Solid State Laser Engineering", Springer, (2006).
- [3] F.J. McClung and R.W. Hellwarth, *Giant optical pulsations from ruby*, p. 828-829, J. Appl. Phys, 1962.
- [4] W.G. Wagner and B.A. Lengyel, Evolution of the giant pulse in a laser, p. 2040-2046, J. Appl. Phys, 1963.
- [5] R.B. Kay and G.S. Waldman, Complete solutions to the rate equations describing Q-spoiled and PTM laser operation, p. 1319-1323, J. Appl. Phys, 1965.
- [6] X. Zhang, S. Zhao, Q. Wang, B. Ozygus, and H. Weber, *Modeling of Diode-Pumped Actively Q-Switched Lasers*, p. 1912-1918, IEEE J.ofQuantum Electronics, 1999.
- [7] K. Yang, S. Zhao, G. Li and H. Zhao, *Theoretical and experimental study of a laser-diode-pumped actively Q-switched Nd:YVO<sub>4</sub> laser with acoustic-optic modulator*, p. 381-386, Opt & Laser Technol, 2005.
- [8] D.B. Coyle, D.V. Guerra and R.B. Kay, An interactive numerical model of diode-pumped, Q-switched/cavity-dumped lasers, p. 452-462, J. Appl. Phys, 1995.
- [9] K. Altmann, LAS-CAD Software, Laser Cavity Analysis and Design, The Unique Combination of Simulation Tools, <u>http://www.lascad.com</u>, Munich, 2014.
- [10] Y. F. Chen, Y. P. Lan, S. W. Tsai, *High-power diode-pumped actively Q-switched Nd:YAG laser at 1123 nm*, p. 309-313, Opt Comm, 2004.