





# بررسی تشدیدگر یک لیزر Nd:YAG دارای آینه گاوسی با استفاده از روش ماتریس ABCD

نعيمه شريفي'، محسن حاتمي'، محمود برهاني' و غلامرضا هنرآسا '

ا گروه اتمی و ملکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

<sup>۲</sup> گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

چکیده – در این مقاله مروری بر روش ABCD برای عنصرهای اپتیکی مختلط خواهیم کرد. سپس به بررسی آینههای گاوسی و ماتریس انتقال آن میپردازیم. در ادامه با در نظر گرفتن یک لیزر Nd:YAG با آینه خروجی گاوسی، پارامترهای مختلف تشدیدگر مانند شعاع انحنا، اندازه لکه و حجم مد باریکه لیزر را به دست آورده و با حالتی که آینه خروجی یک آینه معمولی است، مقایسه خواهیم کرد. نتایج نشان میدهد که توزیع بازتابندگی آینه گاوسی باعث تغییر در اندازه لکه و شعاع انحنای باریکه و حجم مد درون ماده فعال لیزر میگردد.

كليد واژه- آينه گاوسی، تشديدگر اپتيکی، ليزر Nd:YAG ، ماتريس ABCD

## Investigation of a Nd:YAG Laser Resonator with Gaussian Mirror Using ABCD Matrix Method

Naeimeh Sharifi<sup>1</sup>, Mohsen Hatami<sup>2</sup>, Mahmoud Borhani<sup>1</sup> and Gholamreza Honarasa<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University, Yazd <sup>2</sup> Physics Group, Faculty of Science, Shiraz University of Technology, Shiraz

Abstract- In this paper, we review the ABCD matrix method for complex optical elements. Then, the Gaussian mirrors and their transform matrix are investigated. By considering a Nd:YAG laser with a Gaussian mirror as an output coupler, different resonator parameters such as the radius of curvature, spot size and mode volume of laser beam are obtained and compare them with the case of ordinary mirror. The results show that the spot size, radius of curvature and mode volume of laser beam inside laser active medium change with reflectivity distribution of the Gaussian mirror.

Keywords: ABCD matrix, Gaussian mirror, Nd:YAG laser, Optical resonator

۱– مقدمه

یکی از روشهای پرکاربرد در تحلیل و طراحی تشدیدگرهای لیزری و انتشار باریکه ها روش ماتریس ABCD است [۱]. در این روش ویژگیهای المانهای اپتیکی حقیقی و موهومی به صورت ماتریسهای حقیقی و موهومی نشان داده می شود. با استفاده از روش ماتریس ABCD انواع مختلفی از تشدیدگرها مانند تشدیدگر موج ایستاده با آینههای موهومی [۲]، تشدیدگر موج ایستاده ناپایدار با آینههای حقیقی و موهومی [۳]، تشدیدگر موج است.

اخیرا آینههای گاوسی به عنوان آینههایی با بازتاب متغیر برای رسیدن به توانهای بالا در تشدیدگرهای لیزری بسیار مورد استفاده قرار می گیرند [۵]. از این آینهها بیشتر درتشدیدگرهای ناپایدار استفاده می شود اما تحقیقات نشان می دهد که استفاده از آینههای گاوسی به عنوان آینه خروجی گاوسی در تشدیدگرهای پایدار هم بسیار مفید است [۶]. در این مقاله ضمن بررسی تشدیدگر لیزر است، با در نظر گرفتن یک آینه گاوسی که دارای ماتریس انتقال مختلط است و یک آینه معمولی به عنوان آینه خروجی در یک تشدیدگر لیزر Nd:YAG، پارامترهای تشدیدگر را به دست آورده و نتایج در دو حالت مختلف را با هم مقایسه می کنیم.

 $\begin{aligned} \mathbf{Y} - \mathbf{alr}(\mathbf{zum} \ \mathbf{ABCD} \ \mathbf{rl}(\mathbf{zum} \ \mathbf{alr}(\mathbf{zum} \ \mathbf{sum}) \ \mathbf{sum}(\mathbf{sum}) \ \mathbf{sum}(\mathbf{sum$ 

د ان p بارامتر موهـومى باريكـه است. p سامل اطلاعاتى در مورد شعاع انحنا باريكه R اندازه لكه باريكه

$$w$$
و طول موج لیزر  $(\frac{\lambda_0}{n} = \lambda)$  است که  $\lambda_0$  طول موج  
خلا و  $n$  ضریب شکست محیط است. این کمیت را می  
توان به صورت زیر بیان کرد:  
 $\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - i \frac{\lambda}{\pi w^2}$  (۳)

$$\frac{1}{q} = \frac{(D-A) + i(d-a)}{2(B+ib)}$$

$$+ \frac{\sqrt{((A+D)^2 - (a+d)^2 - 4) + i2(A+D)(a+d)}}{2(B+ib)}$$
(f)
$$(f)$$

$$(f)$$

$$\sqrt{((A+D)^2 - (a+d)^2 - 4) + i2(A+D)(a+d)} = \sqrt{e+if}$$

$$= x+iy$$
( $\Delta$ )

خواهيم داشت:

$$e = (A+D)^2 - (a+d)^2 - 4,$$

$$f = 2(A+D)(a+d)$$
(9)

با جایگذاری (۵) در (۴) و جدا کردن قسمتهای حقیقی و موهومی، میتوان نوشت:

$$\frac{1}{q} = \frac{(D-A+x)B + (d-a+y)b}{2(B^2+b^2)}$$
(Y)  
$$-i\frac{(D-A+x)b + (d-a+y)B}{2(B^2+b^2)}$$

از مقایسه (۳) با (۲) شعاع انحنای باریکه R و اندازه لکه w به صورت زیر به دست میآید: (د)

$$R = \frac{2(B^{-} + b^{-})}{(D - A + x)B + (d - a + y)b}$$
(A)

و

$$w^{2} = \frac{\lambda}{\pi} \frac{2(B^{2} + b^{2})}{(D - A + x)b + (d - a + y)B}$$
(9)

که در آن x و y با کمک رابطه (۵) به صورت زیر تعریف می شوند:

$$x = \pm \sqrt{\frac{e \pm \sqrt{e^2 + f^2}}{2}},$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{-e \pm \sqrt{e^2 + f^2}}{2}}$$
(1.)

با در نظر گرفتن پارامتر z در تشدیدگر به عنوان فاصله از انتهای میله لیزری که به آینه خروجی نزدیکتر است، میتوان شعاع انحنا و اندازه لکه باریکه را برحسب فواصل مختلف در تشدیدگر به دست آورد. به این منظور ماتریس المانهای مختلف در تشدیدگر از جمله ماتریس آینه گاوسی (۱۲) را برای یک رفت و برگشت کامل را در هم ضرب کرده و عناصر ماتریس (۱) را به دست میآوریم. اگر آینه خروجی را بصورت آینه معمولی تخت در نظر بگیریم بخش های موهومی را در رابطه (۱) نخواهیم داشت یعنی a=b=c=d=0 است. بنابراین بهراحتی میتوان R و w را به دست آورد. حال آینه خروجی را با یک آینه گاوسی برای حالتی که m، یک بار mm/. و بار دیگر mm/. باشد، جایگزین می کنیم[۷]. نمودار شعاع احما و اندزه لکه باریکه درون تشدیدگر برای آینه خروجی انحنا و اندزه لکه باریکه درون تشدیدگر برای آینه خروجی



شـکل۳: انـدازه لکـه برحسـب z در تشـدیدگر بـرای آینـه خروجـی معمولی(خط تیره)، آینه خروجی گاوسی برای ۳*mm = ا*(خـط چین) و برای ۳*mm = ا*(خط نقطه).

آیندههای گاوسی از نوع آیندههای بازتاب کننده متغیر هستند. در آیندههای گاوسی بازتابندگی برحسب فاصله از مرکز آینه بهصورت تابع توزیع گاوسی است یعنی بازتاب در وسط آینه بیشتر و در کناره ها کمتر است. بازتاب در آیند گاوسی را میتوان بهصورت زیر نشان داد [۸]: (۱۱)  $[2(\frac{r}{w_m})^2 - 2(\frac{r}{w_m}) = R_0 \exp[-2(\frac{r}{w_m})^2]$ که در آن  $R(r) = R_0 \exp[-2(\frac{r}{w_m})^2 - 2(\frac{r}{w_m}) = R_0 \exp[-2(\frac{r}{w_m})^2]$ آیند و Rw شعاع عرضی آینه است که در آن بازتاب به آیند و m شعاع عرضی آینه است که در آن بازتاب به  $\frac{1}{e^2}$  اندازه بیشینه خود میرسد. ماتریس آینه گاوسی به صورت زیر معرفی شده است [۲]:  $\left[-\frac{2}{\rho} - i\frac{\lambda}{\pi w_m^2} \quad 0\right] = \left[-\frac{2}{\rho} \quad 0\right] + i\left[-\frac{0}{\pi w_m^2} \quad 0\right]$ 

که در آن م شعاع انحنای آینه، ل طول موج نور است. این ماتریس شامل قسمت حقیقی و موهومی است.

### ۴- سامانه لیزری

۳- آينه گاوسي

سیستم لیزری مورد نظر شامل دو آینه تخت و کروی است. آینه تخت، آینه خروجی و آینه کروی با شعاع ۵*m* آینه عقب لیزر است. طول کل رزوناتور ۳۳۶*mm* است. بین دو آینه میله لیزر Nd:YAG به طول ۸۰*mm* پلاریزور با ضریبشکست ۱/۵۰۷ و طول ۲/۲۳۵ ورار و.Switch و مول ۲/۲۳۲ قرار گرفته است. فواصل بین المانها در شکل ۱ آمده است.



 $a_1 = 33mm$  سکل ۱۱ مشدد لیزر مورد نظر با $d_4 = 38mm$  و  $d_3 = 30mm$  ،  $d_2 = 147mm$ 

همانطور که مشاهده میشود برای سیستم لیزری در نظر گرفته شده، اندازه لکه در تمام طول تشدیدگر با آینه معمولی بزرگتر از اندازه لکه در تشدیدگر با آینه گاوسی است. همچنین در تشدیدگر با آینه گاوسی هرچه مقدار  $w_m$  را بزرگتر انتخاب کنیم، اندازه لکه نیز بزرگتر میشود. با توجه به شکل ۳، مشاهده میشود که شعاع انحنای باریکه در تشدیدگری با آینه گاوسی نسبت به تشدیدگر با آینه معمولی تغییرات بسیار کمی دارد.

#### ۵- حجم مد

یکی از پارامترهای تعیین کننده در میزان توان خروجی یک تشدیدگر لیزری، حجمی از محیط فعال است که توسط مد مورد نظر پر می شود. تنها در این حجم است که انرژی ذخیره شده توسط مد از طریق گسیل القایی استخراج می شود. حجم مد برای مد TEM<sub>00</sub> از رابطه زیر به دست می آید [۸]:

$$V = \pi \int w^2 dz \tag{17}$$

که در آن بازه انتگرال روی محیط فعال گرفته میشود. برای سیستم لیزر در نظر گرفته شده (شکل ۱) با توجه به محل D=Z این بازه از L – تا ۰ میباشد. همانطور که از رابطه (۱۳) مشخص است حجم مد به هندسه تشدیدگر و محل قرارگیری محیط فعال در تشدیدگر بستگی دارد. در این بخش میخواهیم با فرض ثابت بودن پارامترهای ذکر شده، نقش آینه گاوسی را در حجم مد پارامترهای ذکر شده، نقش آینه گاوسی را در حجم مد برحسب m در شکل ۴ رسم شده است. همان طور که شکل نشان میدهد، هرچه شعاع عرضی آینه که در آن بزرگتر باشد حجم مد نیز بیشتر میشود. بنابراین در طراحی تشدیدگرهای شامل آینه گاوسی، m یک پارامتر تاثیر گذار است. حجم مدی برای تشدیدگر با آینه پارامتر تاثیر گذار است. حجم مدی برای تشدیدگر با آینه



شکل ۴: نمودار حجم مد برحسب  $W_m$  برای لیزر Nd:YAG با مشخصات ذکر شده.

#### ۶- نتیجهگیری

در مقاله حاضر با استفاده از روش ماتریس ABCD و ماتریس انتقال مختلط برای آینههای گاوسی، تشدیدگر یک لیزر Nd:YAG با آینه خروجی گاوسی را مورد بررسی قرار دادیم. نتایج نشان میدهد که مشخصات آینه گاوسی و نحوه بازتابندگی آن تاثیر زیادی در پارامترهای تشدیدگر از جمله اندازه لکه و شعاع انحنای و همچنین حجم مد درون محیط فعال دارد. برای سیستم لیزر در نظر گرفته شده نشان داده شد که جایگزین کردن آینه خروجی معمولی با یک آینه گاوسی باعث تغییر در اندازه لکه و حجم مد میشود.

#### مراجع

 [۱] وردین، جوزف، *الکترونیک لیزر*، مؤسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۸.

- [2] Yariv A. and Yeh P., Confinement and stability in optical resonators employing mirrors with Gaussian reflectivity tapers, **Opt Commun.** 13 (1975) 370-374.
- [3] Sigman A. E., Unstable optical resonator, Appl. Opt. 13 (1974) 353-369.
- [4] Martin K. I., Clarkson W. A., Hanna D. C., Stable, highpower, single-frequency generation at 532 nm from a diode-bar-pumped Nd:YAG ring laser with an intracavity LBO frequency doubler, Appl. Opt. 36 (1997) 4149-4152.
- [5] Li J., Chen Y., Qin Y., Vectorial structural properties of truncated beam generated by Gaussian mirror resonator in the near field, Optics & Lasers Tech. 44 (2012) 1574-1582.
- [6] Morin M., Cantin D., Poirier M., Stable resonators with a graded reflectivity output coupler, Proc. SPIE 4087 (2000) 795.
- [7] Su B., Xue J, Sun L., Zhao H., Pei X, Generalised ABCD matrix treatment for laser resonators and beam propagation, Optics & Lasers Tech. 43 (2011) 1318-1320.
- [8] Hodgson N. and Weber H, *Laser resonators and beam propagation*, Springer, 2003.