



بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شهید چمران اهواز،  
خوزستان، ایران.  
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰



## پراش نور از یک نوار (شکاف) فازی بلند

فاطمه ابراهیمی، سنا بهمن پور و علی محمودی

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم

[fatemehebrahimi24473@gmail.com](mailto:fatemehebrahimi24473@gmail.com), [bahmanpoursana@gmail.com](mailto:bahmanpoursana@gmail.com), [a.mahmoudi@qom.ac.ir](mailto:a.mahmoudi@qom.ac.ir)

چکیده - مسئله‌ی پراش نور همدوس از یک روزنه‌ی مستطیلی ایجاد شده در یک صفحه‌ی کدر، در کتاب‌های اپتیک دوره‌ی کارشناسی فیزیک به خوبی در قالب نظریه‌ی پراش اسکالر فرمول‌بندی می‌شود و مدت‌هاست در آزمایشگاه‌های اپتیک، پراش از روزنه‌های مختلف به آزمون گذاشته می‌شود و در زمینه‌های آموزشی و پژوهشی مانند اندازه‌گیری‌های مختلف (مثلاً اندازه‌ی ذرات کوچک) استفاده می‌شود. در سال‌های اخیر پژوهشگران ایرانی، گزینه‌های جدیدی را برای ایجاد و کاربرد پدیده‌ی پراش در اندازه‌گیری‌های دقیق معرفی کرده‌اند که عبارت است از پراش از پله‌ی ایجاد شده بر روی یک سطح بازتابنده و پراش از لبه‌ی اجسام شفاف. در این مقاله پدیده‌ی پراش نور همدوس از یک شکاف فازی مستطیلی را بررسی می‌کنیم و توزیع شدت نور پراشیده را محاسبه و نتایج محاسباتی و تجربی را ارائه می‌دهیم. نشان می‌دهیم که در این حالت، نمی‌توان از فرمول‌های رایج برای سنجش پهنای شکاف استفاده نمود. بررسی این گونه پراش می‌تواند در اندازه‌گیری ابعاد اجسام شفاف (به طور مثال تارهای شیشه‌ای یا ارگانسیم‌های شفاف در زیر میکروسکوپ) به کار بیاید.

کلیدواژه- اندازه‌گیری نوری، پراش نور، جسم فازی، نظریه پراش اسکالر

## Light Diffraction from a long Phase Strip (slit)

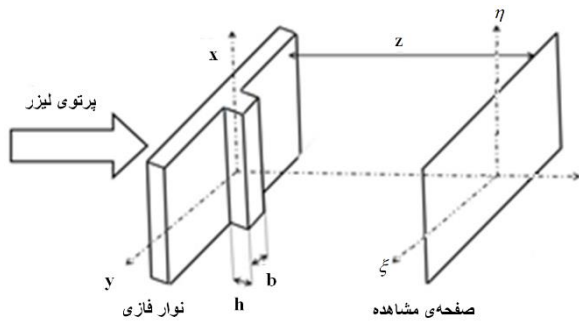
Fatemeh Ebrahimi, Sana Bahmanpour and Ali Mahmoudi

Physics Department, Faculty of Sciences, University of Qom

[fatemehebrahimi24473@gmail.com](mailto:fatemehebrahimi24473@gmail.com), [bahmanpoursana@gmail.com](mailto:bahmanpoursana@gmail.com), [a.mahmoudi@qom.ac.ir](mailto:a.mahmoudi@qom.ac.ir)

**Abstract-** The problem of coherent light diffraction from a rectangular aperture in an opaque screen is well formulated in the undergraduate physics textbooks using scalar diffraction theory, and the results of these calculations have long been tested in optics labs and are used for educational and research purposes such as various measurements (for example, the size of a particles). In recent years, Iranian researchers have introduced new options for creating and applying the diffraction phenomenon in accurate measurements, which is the light diffraction from steps created on a reflective surface and diffraction from the edges of transparent objects. In this paper, we study the phenomenon of coherent light diffraction from a rectangular phase strip (slit), calculate the scattered light intensity distribution, and present computational and experimental results. We show that in this case, the usual formulas for measuring the width of the slit cannot be used. Examination of this type of diffraction can be used to measure the dimensions of transparent objects (for example, glass fibers or transparent organisms and particles under a microscope).

**Keywords:** Light Diffraction, Optical Measurement, Phase Object, Scalar Diffraction



شکل ۱: پراش نور لیزر از یک نوار فازی.

همچنین توزیع دامنه‌ی نور فرودی در صفحه‌ی یکنواخت و برابر با  $U_i(x, y, z=0) = U_0$  باشد. اثر ورقه‌ی شیشه‌ای بر نور عبوری را می‌توان با تابع عبور دامنه‌ی زیر نشان داد:

$$t(\xi, \eta) = \begin{cases} e^{j\varphi} & |y| < \frac{b}{2} \\ 1 & |y| \geq \frac{b}{2} \end{cases} \quad (1)$$

در معادله بالا  $\varphi$  اختلاف فاز بین پرتوهای نور گذرنده از نوار فازی نسبت به پرتوهای گذرنده از دیگر نقاط ورقه است. آنگاه توزیع دامنه‌ی نور در صفحه‌ی درست پس از ورقه‌ی شفاف چنین خواهد بود:

$$U_i(x, y, 0) = t(x, y) U_0 = U_0 \quad (2)$$

توزیع دامنه‌ی نور در صفحه‌ی مشاهده بر اساس فرمول پراش فرنل-کیرشهف چنین به دست می‌آید:

$$U(\xi, \eta) = A \int_{-\infty - b/2}^{+\infty + b/2} \int e^{\frac{jk}{2z}((\xi-x)^2 + (\eta-y)^2)} dx dy \quad (3)$$

در رابطه‌ی بالا  $A = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} U_0$ ،  $\lambda$  طول موج نور،  $k$  عدد موج،  $z$  فاصله‌ی نوار فازی تا صفحه‌ی مشاهده و محورهای  $\xi$  و  $\eta$  موازی محورهای  $x$  و  $y$  در صفحه‌ی مشاهده هستند. با تغییر متغیر مناسب و انتگرال‌گیری، توزیع دامنه در صفحه‌ی مشاهده به صورت زیر به دست می‌آید:

## مقدمه

پراش نور یکی از پدیده‌های ناشی از ویژگی موجی نور می‌باشد. از حدود دویست سال پیش پدیده‌ی پراش به صورت مفصل مورد بررسی‌های نظری و آزمایشگاهی قرار گرفته است. اثرات این پدیده در حوزه‌های مختلف علمی از شناسایی و اندازه‌گیری ساختار مولکول‌ها و بلورها گرفته تا اندازه‌گیری ابعاد اجسام کوچک و نجوم گسترده است. در بیشتر مواقع هنگام گفت‌وگو درباره‌ی پراش، پراش نور از اجسام جاذب یا لبه‌ی اجسام جاذب نور مورد نظر است و به امکان پراش نور از اجسام شفاف اشاره‌ای نمی‌شود. در سال‌های اخیر شماری از پژوهشگران به پدیده‌ی پراش نور از اجسام فازی در حالت‌های بازتابی و عبوری پرداخته‌اند و کاربردهای جالب و گسترده‌ای نظیر اندازه‌گیری دقیق ضریب شکست مواد جامد و مایع [۱]، اندازه‌گیری دقیق فاصله‌ی کانونی عدسی‌ها [۲]، اندازه‌گیری سرعت خوردگی مواد شفاف [۳]، تعیین پهنای طیفی چشمه‌های نور [۴]، تصویربرداری سه بعدی از اجسام میکروسکوپی [۵] و اندازه‌گیری غلظت محلول‌ها [۶] برای این نوع پراش گزارش شده است. در این مقاله به بررسی پراش نور همدوس از یک نوار یا شکاف فازی می‌پردازیم. منظور از شکاف فازی یک شکاف مستطیلی بلند ایجاد شده در یک ماده‌ی شفاف مانند شیشه است، همچنین نوار فازی را می‌توان به صورت یک برآمدگی یا فرورفتگی مستطیلی بر روی یک قطعه شیشه مسطح ایجاد کرد. بررسی این مسئله امکان اندازه‌گیری ابعاد اجسام شفاف را از روی الگوی پراش نور از آن‌ها فراهم می‌سازد.

## پراش نور همدوس از یک نوار یا شکاف فازی

در شکل ۱ هندسه‌ی پراش نور لیزر از یک نوار فازی به تصویر کشیده شده است. نور لیزر به صورت یک موج تخت، یکنواخت، همدوس و تکفام بر صفحه‌ای که نوار فازی به عرض  $b$  و ارتفاع  $h$  در آن ایجاد شده می‌تابد و طرح پراش بر روی صفحه‌ی مشاهده تشکیل می‌شود. این نوار فازی را می‌توان با انجام خوردگی به وسیله‌ی اسید مناسب روی شیشه ایجاد کرد. فرض می‌کنیم ضریب شکست شیشه برابر  $n$  باشد.

برای یک شکاف مستطیلی (با پهنا  $b$ ) ایجاد شده در یک پرده  $z$ ، توزیع شدت در صفحه‌ی مشاهده با رابطه زیر داده می‌شود:

$$I(\eta) = I_0 \left( \frac{\sin\left(\frac{kby}{2z}\right)}{\left(\frac{kby}{2z}\right)} \right)^2 \quad (۶)$$

در این حالت اگر پهنا  $b$  فریز مرکزی  $(\Delta y_c)$  را بگیریم، این پهنا با افزایش  $z$  به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\Delta y_c = \frac{2\lambda z}{c} \quad (۷)$$

بنابراین برای هر شکاف با پهنا  $b$  شیب افزایش پهنا  $b$  فریز مرکزی با افزایش  $z$  برابر  $\frac{2\lambda}{b}$  است.

در مورد پراش نور از شکاف یا نوار فازی، با بررسی طرح پراش در فاصله‌های مختلف  $z$ ، نکته‌ی مشابهی را می‌توان نتیجه گرفت و آن عدم تغییر شکل کلی طرح پراش و گسترده‌تر شدن آن با افزایش  $z$  است. در اینجا باید ملاکی برای گستردگی طرح پراش با افزایش فاصله انتخاب کرد. در اینجا ما فاصله‌ی بین دو اکستریم (کمینه‌های اول) مرکزی مرتبه اول را به عنوان یک محک از گستردگی طرح پراش با افزایش  $z$  در نظر می‌گیریم. برای یک شکاف فازی با پهنا و اختلاف فاز مشخص، این مشخصه‌ها را با آنچه در آزمایشگاه مشاهده می‌گردد مقایسه خواهیم کرد.

### بررسی تغییر شکل طرح پراش از شکاف فازی با افزایش فاصله $z$

در این بخش، آزمایش‌های انجام شده بر روی پراش نور از یک شکاف (نوار) فازی به عرض  $123 \mu\text{m}$  میکرومتر را گزارش می‌کنیم که با استفاده از روش خوردگی با اسید HF بر روی یک ورقه‌ی شیشه‌ی نازک به ضخامت  $1 \text{ mm}$  میلی‌متر ایجاد شده است. با توجه به معلوم بودن ضریب شکست این شیشه در طول موج  $633 \text{ nm}$  نانومتر، ارتفاع نوار  $h$  را به گونه‌ای تنظیم نمودیم که اختلاف فاز  $\varphi$  تا حد امکان به مقدار  $\pi$  نزدیک باشد. شکل ۳ طرح پراش

$$U(\xi, \eta) = \frac{e^{jkz}}{2j} U_0 (1+j) [1+j+(e^{j\varphi}-1)c(\beta_1) + (e^{j\varphi}-1)c(\beta_2) + j(e^{j\varphi}-1)s(\beta_1) + j(e^{j\varphi}-1)s(\beta_2)] \quad (۴)$$

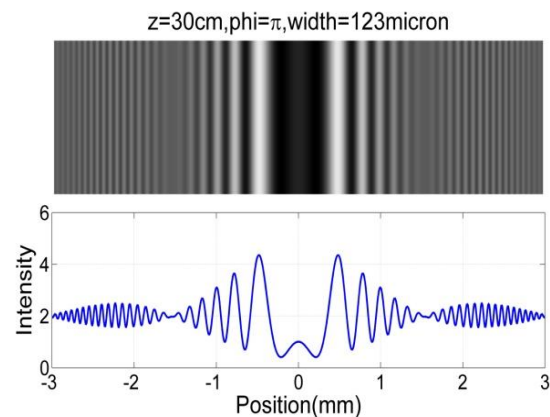
در رابطه‌ی بالا  $\varphi = kh(n-1)$  اختلاف فاز بین نور عبوری از نوار فازی و نور عبوری از بخش‌های دیگر ورقه،  $\beta_1 = \sqrt{\frac{2}{\lambda z}} \left(\frac{b}{2} + \eta\right)$  و  $\beta_2 = \sqrt{\frac{2}{\lambda z}} \left(\frac{b}{2} - \eta\right)$  و  $c$  و  $s$  انتگرال های فرنل هستند که با روابط زیر تعریف می‌شوند:

$$c(\beta) = \int_0^\beta \cos\left(\frac{\pi}{2}\beta^2\right) d\beta \quad (۵)$$

$$s(\beta) = \int_0^\beta \sin\left(\frac{\pi}{2}\beta^2\right) d\beta$$

توزیع شدت در صفحه‌ی مشاهده را به صورت  $I(\xi, \eta) = UU^*$  می‌توان محاسبه کرد. این محاسبه‌ها برای شکاف فازی با ابعاد مشابه هم معتبر هستند.

در شکل زیر برای پراش نور لیزر هلیوم نئون از یک نوار فازی با  $\varphi = \pi$  و  $b = 123 \mu\text{m}$  توزیع شدت در صفحه‌ی مشاهده در  $z = 30 \text{ cm}$  رسم شده است.



شکل ۲: طرح پراش از یک نوار فازی با پهنا  $123 \mu\text{m}$  میکرومتر و اختلاف فاز  $180^\circ$  در فاصله  $30$  سانتیمتری.

از شکل بالا دیده می‌شود که طرح پراش متقارن است و شباهتی نیز به طرح پراش از شکاف ایجاد شده در یک صفحه‌ی کدر ندارد.

می‌آید و این به معنای آن است که در فاصله‌ی یک متری، پهنای طرح پراش تقریباً  $0.7 \text{ mm}$  برابر خواهد شد در حالی که برای شکاف دامنه‌ای معادل، مطابق رابطه (۷) پهنای طرح پراش در فاصله‌ی ۱ متری برابر  $10/2 \text{ mm}$  خواهد بود. این اختلاف فاحش میان پهنای طرح پراش شکاف‌های فازی و دامنه‌ای با عرض مساوی به خوبی بیان می‌دارد که برای اندازه‌گیری ابعاد اجسام شفاف به هیچ وجه نمی‌توان از فرمول‌های به دست آمده برای اجسام دامنه‌ای (جاذب) در تقریب فرانهور استفاده کرد.

### نتیجه‌گیری

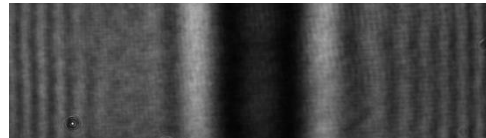
در این مقاله پراش نور همدوس از یک نوار (شکاف) فازی بررسی شده است. معادله توزیع دامنه‌ی میدان الکتریکی پراشیده در صفحه‌ی مشاهده را به دست آورده‌ایم. یک نوار فازی با پهنای  $123$  میکرومتر ساخته و پراش نور لیزر هلیوم-نئون از آن را به صورت آزمایشگاهی بررسی و با نتایج نظری مقایسه کرده‌ایم. مقایسه‌ی چگونگی گسترده شدن طرح پراش با افزایش فاصله برای شکاف فازی با یک روزنه مستطیلی با عرض مشابه نشان می‌دهد که نرخ گسترش طرح پراش در حالت نوار فازی بسیار کمتر از حالت شکاف دامنه‌ای است و در اندازه‌گیری ابعاد اجسام شفاف به هیچ وجه نمی‌توان از فرمول‌های به دست آمده برای اجسام جاذب در تقریب فرانهور استفاده کرد.

### مرجع‌ها

- [۱] M. T. Tavassoly, A. Saber, "Optical refractometry based on Fresnel diffraction from a phase wedge", Opt. Lett., Vol. ۳۵, No. ۲۱, pp. ۳۶۷۹-۳۶۸۱, ۲۰۱۰.
- [۲] M. Dashtdar, S. M. A. Hosseini-Saber, "Focal length measurement based on Fresnel diffraction from a phase plate", App. Opt., Vol. ۵۵, No. ۲۶, pp. ۷۴۳۴-۷۴۳۷, ۲۰۱۶.
- [۳] S. Ebrahimi, M. Dashtdar, "Lens-free digital holographic microscopy for cell imaging and tracking by Fresnel diffraction from a phase discontinuity", Opt. Lett., Vol. ۴۶, No. ۱۵, pp. ۳۵۱۶-۳۵۱۹, ۲۰۲۱.
- [۴] A. Jabbari, K. Hassani, M. T. Tavassoly, "Determination of the spectral line profile using a phase gradient step and stationary Fourier transform spectroscopy", App. Opt., Vol. ۵۸, No. ۱۹, pp. ۵۳۵۳-۵۳۵۹, ۲۰۱۹.
- [۵] M. J. Siavashani, I. Naghedi, V. Abbasian, E. A. Akhlaghi, M. A. Charsooghi, M. T. Tavassoly, A. R. Moradi, "3D imaging using scanning diffractometry", Sci. Rep., Vol. ۱۱, No. ۱, pp. ۱-۱۰, ۲۰۲۱.
- [۶] A. Mahmoudi, "Application of Fresnel diffraction from phase steps to measurement of etching rate of transparent materials", App. Opt., Vol. ۵۴, No. ۲۶, pp. ۷۹۹۳-۷۹۹۹, ۲۰۱۵.

ثبت شده در فاصله‌ی  $z = 30 \text{ cm}$  را نشان می‌دهد که با یک دوربین  $61^{\wedge}M$  Celestron Skyris ثبت شده است.

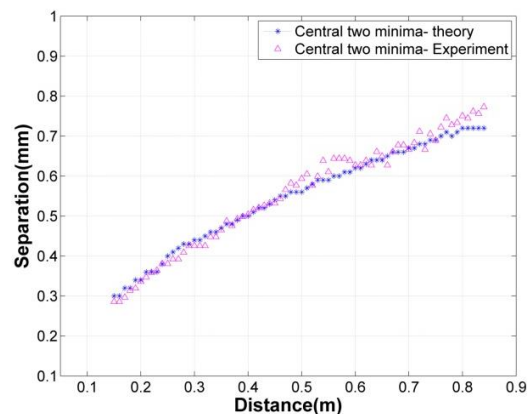
به خوبی دیده می‌شود که طرح پراش ثبت شده بسیار شبیه به طرح پراش محاسبه شده‌ی شکل ۲ می‌باشد.



شکل ۳- طرح پراش ثبت شده در آزمایشگاه برای نوار فازی با  $b = 123 \text{ micrometre}$  و اختلاف فاز حدود  $\pi$  در فاصله  $30 \text{ cm}$ .

در یک مجموعه آزمایش، پراش یک پرتوی نور لیزر هلیوم-نئون از نوار فازی بالا را بررسی و طرح پراش از این نوار فازی را برای فاصله‌های مختلف ثبت نمودیم.

فاصله‌ی  $z$  از  $15$  سانتیمتر تا  $84$  سانتیمتر تغییر داده شد. این  $84$  طرح پراش توسط یک برنامه‌ی متلب بررسی و نیمرخ شدت در راستای عمود بر نوار فازی استخراج گردید و سپس برای هر  $z$ ، فاصله بین دو کمینه مرکزی اندازه‌گیری و ثبت شد. مقادیر اندازه‌گیری شده به همراه مقادیر محاسبه شده در شکل ۴ به صورت نموداری برحسب  $z$  رسم شده‌اند.



شکل ۴: فاصله‌ی بین دو کمینه‌ی مرکزی طرح پراش از نوار فازی برحسب فاصله نوار فازی از صفحه‌ی مشاهده‌ی  $z$ .

در شکل ۴ تطابق خوبی بین نتایج محاسبات با داده‌های تجربی دیده می‌شود. همچنین مشاهده می‌کنیم که طرح پراش با افزایش فاصله‌ی  $z$  به صورت خطی زیاد می‌شود. با برازش یک خط راست بر نتایج تجربی شیب خط برابر  $0.67 \text{ mm/m}$  به دست