بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۲-۱۴ بهمن ۱۴۰۰

بررسی الگوریتم‌های انتقال‌فاز تحت تاثیر منابع خطا

محمد خانجانی[۱]، سیما حسینی[۱]، مرتضی جعفری سیاوشانی[۱و۲]، هادی برزویی[۳]، احسان احدی اخلاقی[۱]

۱- دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، کد پستی ۴۵۱۳۷۶۶۷۳۱.
۲- دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران کد پستی ۱۱۱۵۵۹۱۶۱.
۳- گروه علوم مهندسی، دانشگاه حکیم سبزواری، کد پستی ۹۶۱۷۹۷۶۴۸۷.

Mohammadkhanjani@iasbs.ac.ir simahosseini@iasbs.ac.ir m.siavashani@sharif.edu
h.borzouei@hsu.ac.ir e.a.akhlaghi@iasbs.ac.ir

چکیده - در این مقاله پاسخ الگوریتم‌های شاخص انتقال‌فاز تحت تأثیر سه نوع منبع خطا بررسی شده است. شدت تداخلی تحت خطاهای لرزش پله Nهای کمترین مربعات، هاریهاران، محیطی، نوسانات شدتی و عدم صحت گام‌های جابه‌جایی فاز شبیه‌سازی شد. توزیع فاز با استفاده از الگوریتم و میانگین‌گیری به دست آمد. براساس نتایج شبیه‌سازی‌ها، روش‌های میانگین‌گیری و کمترین مربعات، بهترین صحت و دقت را دارا بودند.

کلید واژه- انتقال‌فاز، تداخل‌سنجی، دقت، منابع خطا، صحت

Investigation of phase-shift algorithms affected by error sources

Mohammad Khanjani[1], Sima Hosseini[1], Morteza Jafari Siavashani[2], Hadi Borzouei[3], Ehsan Ahadi Akhlaghi[1]
1- Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, 4513766731, Iran.
2- Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran 111559161, Iran.
3- Department of Science engineering, Hakim Sabzevary University, Razavi Khorasan, 9617976487, Iran.

Mohammadkhanjani@iasbs.ac.ir simahosseini@iasbs.ac.ir m.siavashani@sharif.edu
h.borzouei@hsu.ac.ir e.a.akhlaghi@iasbs.ac.ir

Abstract- In this paper, the responses of phase shift index algorithms have been studied under the various errors; the influence of environmental vibration, intensity fluctuations, and inaccuracies of phase shift steps. The phase distribution is obtained using least-squares, Hariharan, N-buckets, and averaging algorithms. Based on the results, the least-square and averaging have the best accuracy and precision.

Keywords: accuracy, error sources, interferometry, phase-shift, precision.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-31]

مقدمه

تداخل‌سنجی به عنوان یک روش نوری دقیق برای اندازه‌گیری پارامترهای مختلف شناخته می‌شود. معمولا داده‌های به دست آمده در این روش براساس دو روش انتقال‌فاز و تبدیل فوریه تحلیل می‌شود. در روش فوریه نتایج با استفاده از تحلیل یک توزیع شدت و در نظر گرفتن رفتار جمعی نقاط در فضای فرکانس به دست می‌آید [۱]. در مقابل، روش انتقال فاز با استفاده از حداقل دو توزیع شدت برای هر نقطه از صفحه مشاهده، توزیع فاز را نتیجه می‌دهد [۲]. اگرچه روش فوریه دارای سرعت داده‌برداری بالاتری است، در مقابل روش انتقال‌فاز دارای دقت نسبی بالاتر است و داده‌های هر نقطه مستقل از نقاط همسایه و تعداد نقاط صفحه مشاهده است [۱-۳].

تا کنون الگوریتم‌های مختلفی بر اساس روش انتقال فاز معرفی شده است که هر کدام بسته به شرایط داده‌برداری و نوع نمونه، قابل استفاده هستند [۴]. در این مقاله، دقت، صحت و سرعت الگوریتم‌های مختلف انتقال‌فاز تحت شرایط نوفه و خطاهای محیطی مختلف بررسی شده است.

مبانی نظری

برای تحلیل داده‌ها به روش انتقال‌فاز، شدت تداخلی برای هر گام فازی ثبت می‌شود و با استفاده از الگوریتم مناسب، توزیع اختلاف فاز به دست می‌آید. رابطه شدت تداخلی در روش انتقال‌فاز به صورت،

$$I_i\,(x,y) = I'\,(x,y) + I''(x,y)cos\,[\Delta\phi(x,y) + \delta_i] \quad (۱)$$

است. در این رابطه، I' میانگین شدت دو باریکه مرجع و نمونه، I'' دامنه شدت مدوله شده و $\Delta\phi(x,y)$ اختلاف فاز باریکه‌های بازوی نمونه و مرجع، مقادیر مجهول هستند و δ اختلاف فازگام iام نسبت به حالت اولیه است [۴]. با مشخص بودن شدت برای هر گام و استفاده از الگوریتم مناسب، اختلاف فاز تداخلی به دست می‌آید.

مبانی شبیه‌سازی

پاسخ الگوریتم‌های مختلف تحلیل فاز به انواع خطاها، توسط شبیه‌سازی فریزهای تداخلی بررسی شده است. تداخل نگاشت‌ها در شرایط وجود خطاهای تصادفی و سیستماتیک، ثبت و سپس توسط الگوریتم‌های کمترین مربعات، هاریهاران، Nپله و میانگین‌گیری پردازش شده‌اند [۴].

الگوریتم کمترین مربعات: این الگوریتم حداقل به ۳ تداخل‌نگاشت نیاز دارد. در شبیه‌سازی‌های صورت گرفته از ۱۰ تغییر فاز با گام‌های نابرابر استفاده شده است.

الگوریتم هاریهاران: در این روش، ۵ تداخل‌نگاشت با گام‌های فازی $\delta_i = i\frac{\pi}{2}$ ثبت می‌شود و توزیع اختلاف فاز با استفاده از رابطه (۲) محاسبه می‌شود،

$$\Delta\phi(x,y) = \tan^{-1}\left[\frac{2(I_2-I_4)}{2I_3-I_5-I_1}\right]. \quad (۲)$$

الگوریتم Nپله: این الگوریتم متناسب با تعداد گام‌های تغییرفاز، گام فازی به مقدار $\delta_i = \frac{(i-1)2\pi}{N}$ را اختیار می‌کند. توزیع اختلاف فاز از رابطه‌ی،

$$\Delta\phi(x,y) = \tan^{-1}\left[\frac{\mathbb{N}=-\sum_{i=1}^{N} I_i \sin\left(i\frac{2\pi}{N}\right)}{\mathbb{D}=\sum_{i=1}^{N} I_i \cos\left(i\frac{2\pi}{N}\right)}\right] \quad (۳)$$

قابل محاسبه است که در شبیه‌سازی انجام شده N برابر ۹ در نظر گرفته شده است.

الگوریتم میانگین‌گیری: این الگوریتم به مانند الگوریتم Nپله است با این تفاوت که تعداد اندازه‌گیری‌ها m مرتبه افزایش می‌یابد و بر این مقادیر میانگین‌گیری می‌شود. توزیع فاز از رابطه (۴) به دست می‌آید،

$$\Delta\phi(x,y) = \tan^{-1}\left[\frac{\sum_{j=1}^{m}\mathbb{N}_j}{\sum_{j=1}^{m}\mathbb{D}_j}\right]. \quad (۴)$$

در این روش $N = 9$ و $m = 3$ فرض شده‌اند.

تاثیر سه خطای انتقال‌فاز، پایداری دامنه و خطای لرزش بر الگوریتم‌های معرفی شده بررسی شده است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-31]

خطای انتقال‌فاز: در روش انتقال فاز، ممکن است مقدار هر گام دقیقا برابر با مقدار مورد انتظار نباشد و مقدار ثابتی بیش‌تر یا کم‌تر باشد که می‌تواند ناشی از سیستم تغییردهنده فاز مانند جابه‌جاگر پیزوالکتریک باشد.

خطای پایداری دامنه (منبع نور): خطای ناشی از عدم ثبات دامنه منابع نوری به صورت یک مقدار تصادفی بر روی یک مقدار ثابت در نظر گرفته شده است،

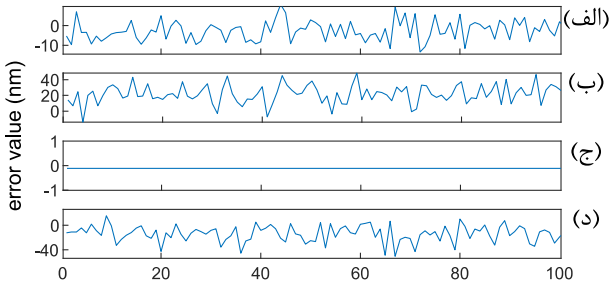
$$E_0' = E_0 + E_{\text{error}}. \qquad (۹)$$

در این رابطه E_0 دامنه مورد انتظار با مقدار یک و E_{error} مقدار خطای دامنه تصادفی است.

خطای لرزش: لرزش چیدمان نوری باعث تغییر اختلاف راه نوری و اضافه شدن یک مقدار تصادفی به فاز می‌شود.

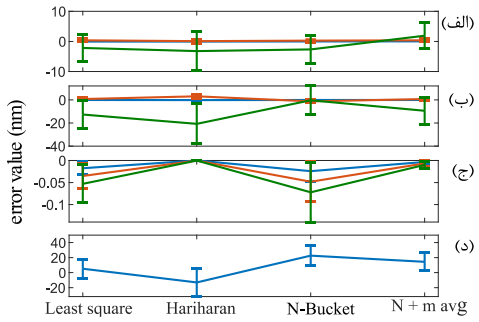
نتایج

شبیه‌سازی و تحلیل توسط رایانه‌ای با مشخصات Intel(R) Core(TM) i7-6700HQ و 16GB RAM در نرم‌افزار متلب انجام شده‌اند. از آن‌جایی که در الگوریتم‌های انتقال‌فاز، تحلیل مستقل از اطلاعات نقاط همسایه انجام می‌شود، نتایج تنها برای یک نقطه داده‌برداری مورد بررسی قرار گرفته است. برای بررسی خطای تصادفی محاسبات یک میلیون مرتبه تکرار شد. مقدار دامنه در حالت پایدار برابر یک در نظر گرفته شد و برای یکسان بودن شرایط اولیه الگوریتم‌ها خطاهای تصادفی شبیه‌سازی شده برای همه الگوریتم‌ها یکسان در نظر گرفته شد. دامنه خطاها براساس مقادیر محتمل شرایط آزمایشگاهی انتخاب شده‌اند و بر این اساس پاسخ الگوریتم‌های مختلف به دست آمده است. شکل ۱ نمونه‌ای از اختلاف نتایج ناشی از الگوریتم کم‌ترین مربعات نسبت به مقدار ایده‌آل شبیه‌سازی را برای ۱۰۰ نقطه برحسب راه نوری در حضور انواع خطا نمایش می‌دهد.



شکل ۱: اختلاف نتایج ناشی از الگوریتم کم‌ترین مربعات نسبت مقدار ایده‌آل شبیه‌سازی برحسب راه‌نوری در حضور: (الف) خطای لرزش با بیشینه ۲۰ نانومتری، (ب) خطای پایداری دامنه با بیشینه ۰٫۲، (ج) خطای انتقال فاز به میزان ٪۱۰+ به ازای هر گام، (د) هم‌زمان خطاهای بخش‌های (الف)، (ب) و (ج) در شبیه‌سازی.

شکل ۱ مشخص می‌سازد با افزودن خطا تصادفی پایداری دامنه به مقدار ۲۰ درصد تأثیر بسیار بیشتری نسبت به دیگر پارامترهای مورد بررسی دارد و در مرحله بعد لرزش چیدمان اپتیکی تاثیر از مرتبه نصف دامنه ارتعاش سیستم دارد.

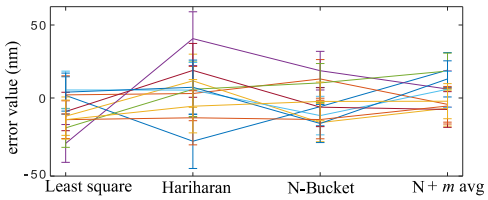


شکل ۲: میانگین اختلاف ارتفاع سطح بازسازی شده و انحراف از معیار آن برای تمامی نقاط توسط الگوریتم‌ها در حضور: (الف) خطای لرزش چیدمان اپتیکی به ازای بیشینه مقادیر ۰٫۲ نانومتر (نقاط آبی)، ۲ نانومتر (نقاط قرمز) و ۲۰ نانومتر (نقاط سبز). (ب) خطای پایداری دامنه به ازای بیشینه مقادیر ۰٫۰۰۲ (نقاط آبی)، ۰٫۰۲ (نقاط قرمز) و ۰٫۲ (نقاط سبز). (ج) خطای انتقال فاز برای مقادیر ٪۳٫۳ (آبی)، ٪۶٫۶ (قرمز) و ٪۱۰ (سبز) به ازای هر انتقال فاز. (د) بیشینه خطاهای بخش‌های (الف)، (ب) و (ج).

در ادامه نتایج بررسی صحت و دقت پاسخ الگوریتم‌ها نسبت به حالات مختلف خطاها ارائه شده است. شکل ۲ مقدار خطای الگوریتم‌های تحلیل را برای سه نوع خطا نمایش می‌دهد. خطوط رنگی معرف اندازه دامنه خطای اعمال شده در شبیه‌سازی است، به طوری که خطوط آبی نشان‌گر کم‌ترین مقدار و خطوط سبز معرف بیش‌ترین مقدار خطای

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-31]

اعمال شده است. با توجه به نتایج به دست آمده (شکل ۲(الف))، الگوریتم‌های میانگین‌گیری و کمترین مربعات دارای صحت بیش‌تر و الگوریتم‌های Nپله و هاریهاران دارای صحت کمتری تحت نوفه لرزش چیدمان اپتیکی هستند. همچنین در این بررسی، روش Nپله و هاریهاران دارای کم‌ترین دقت در مقایسه با دیگر الگوریتم‌ها هستند. در مقابل، برای خطای ناشی از نوفه‌های شدت (شکل ۲(ب))، الگوریتم Nپله دارای بیش‌ترین صحت و روش هاریهاران دارای کم‌ترین صحت است. در این حالت دقت الگوریتم‌ها از یک مرتبه به دست آمده است. در بررسی خطای انتقال‌فاز (شکل ۲(ج))، الگوریتم هاریهاران بهترین صحت و دقت را داراست و پس از آن الگوریتم میانگین‌گیری قرار دارد. با این حال، میزان خطای به دست آمده به طور قابل ملاحظه‌ای کمتر از خطای ناشی از دیگر منابع خطا است، به طوری که می‌توان به راحتی از اثر این خطا چشم‌پوشی کرد. شکل ۲(د) نتایج حالتی را نمایش می‌دهد که تمامی خطاها وجود دارد. در این حالت الگوریتم Nپله بیشترین صحت را داراست و دقت همه الگوریتم‌ها از یک مرتبه است. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت، روش‌های میانگین‌گیری و کمترین مربعات، به نسبت بهترین صحت و دقت را دارا بودند.



شکل ۳: تکرار ۱۰ بار داده‌گیری برای اندازه‌گیری میانگین اختلاف ارتفاع سطح بازسازی شده و انحراف از معیار آن برای تمامی نقاط و پاسخ الگوریتم‌ها به خطای لرزش چیدمان اپتیکی به بیشینه مقدار ۲۰ نانومتر، خطای پایداری دامنه به بیشینه مقدار ۰٫۲ و خطای انتقال فاز برای ۱۰٪ به ازای هر تغییر فاز.

در ادامه، برای بررسی تکرارپذیری و میزان اعتبار نتایج به دست آمده، حالتی که تمامی خطاها بیش‌ترین مقدار فرض شده خود را دارا هستند، ۱۰ مرتبه تکرار شد. شکل ۳ میزان تکرارپذیری و پراکندگی نتایج تحلیل‌های انجام شده را نشان می‌دهد. در این حالت دامنه تغییرات کمتر از ۴۰ نانومتر به دست آمد. نتایج نشان می‌دهد روش کمترین مربعات دارای بهترین دقت و صحت است.

الگوریتم‌ها از نظر زمان پردازش نیز با هم مقایسه شدند که زمان پردازش الگوریتم‌های کمترین مربعات، هاریهاران، Nپله و میانگین‌گیری به ترتیب برابر ۶٫۹۹، ۰٫۰۲، ۰٫۳۳ و ۰٫۳۳ به دست آمد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی پاسخ الگوریتم‌ها کمترین مربعات، هاریهاران، Nپله و میانگین‌گیری در شرایط حضور خطاهای انتقال فاز، لرزش چیدمان اپتیکی و پایداری دامنه از نظر دقت، صحت و سرعت پرداخته شد. نتایج به دست آمده نشان داد، الگوریتم کمترین مربعات در شرایط وجود انواع خطا صحت و دقت بهتری دارد و در مقابل دارای کمترین سرعت محاسبات است. هرچند الگوریتم هاریهان بهترین عملکرد را نسبت به خطای انتقال فاز نشان داده است اما نسبت به خطاهای تصادفی به خصوص خطای پایداری دامنه بیشترین تاثیرپذیری را داشته است.

مرجع‌ها

[1] M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi, “Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry”, JosA, Vol. 72, No. 1, pp. 156-160, 1982.

[2] K. E. Perry and Jr. J. McKelvie, “A comparison of phase shifting and fourier methods in the analysis of discontinuous fringe patterns”, Opt. and Las. in Eng. Vol. 19, pp. 269-284, 1993.

[3] E. B. Li, X. Peng, J. Xi, J. F. Chicharo, J. Q. Yao, and D. W. Zhang, “Multi-frequency and multiple phase-shift sinusoidal fringe projection for 3D profilometry”, Vol. 13, pp. 1561-1569, 2005.

[4] Malacara, Daniel (ed.), *Optical shop testing*, John Wiley & Sons, pp. 547-666, 2007.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-31]