بیست و ششمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و دوازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه خوارزمی،
تهران، ایران.
۱۵-۱۶ بهمن ۱۳۹۸

تولید حالت چلانده نوسانگر مکانیکی در یک سامانه اپتومکانیک مدوله شده

گیتی خزائی، علی دلفی

g.khazaei@mail.sbu.ac.ir , a_dalafi@sbu.ac.ir

در این مقاله به بررسی تحول حالت یک سامانه اپتومکانیک پرداخته‌ایم که در آن، ثابت فنر نوسانگر مکانیکی و ضریب جفت‌شدگی اپتومکانیک مدوله شده‌اند. نشان داده شده است که حضور مدولاسیون موجب چلاندگی تکانه نوسانگر مکانیکی می‌شود در حالی که در غیاب این اثر، هیچ چلاندگی در حرکت نوسانگر مکانیکی مشاهده نمی‌شود. بدین منظور، ابتدا تحول حالت سامانه را با محاسبه عملگر تحول زمانی سامانه بدست آورده، سپس عدم قطعیت در مکان و تکانه نوسانگر مکانیکی را محاسبه می‌کنیم. نشان داده‌ایم به ازای مقادیر مشخصی از اندازه مدولاسیون نوسانگر مکانیکی، تکانه نوسانگر مکانیکی چلانده می‌شود.

کلید واژه- سامانه‌های اپتومکانیکی، مهندسی حالت نوسانگر مکانیکی، تولید حالت چلانده

Squeezed state generation of a mechanical oscillator in a modulated Optomechanical system

Giti Khazaei, Ali Dalafi

g.khazaei@mail.sbu.ac.ir , a_dalafi@sbu.ac.ir

In this paper, **we have investigated** the state evolution of an Optomechanical system in which the mechanical spring constant **as well as the optomechanical coupling coefficient** have been modulated. It has been shown that the presence of the modulation leads to the squeezing of the mechanical momentum while in the absence of this effect **there is no mechanical squeezing**. **For this purpose**, we first obtain the evolution of the quantum state of the system and then we calculate uncertainties in the position and momentum operators of the mechanical oscillator. We have shown that for certain amounts of **mechanical** modulation strength, the momentum operator of the mechanical oscillator is squeezed.

Keywords: Optomechanical systems, quantum state engineering of the mechanical oscillator, squeezed state generation.

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]

مقدمه

سامانه‌های اپتومکانیکی که امکان بررسی برهم‌کنش فشار تابشی بین مدهای یک میدان اپتیکی و درجات آزادی یک نوسانگر مکانیکی را فراهم می‌کنند، اخیراً مورد توجه زیادی قرار گرفته‌اند[۱]. در این سامانه‌ها، تولید حالت‌های غیرکلاسیک میدان اپتیکی و نوسانگر مکانیکی، از اهمیت بسیار زیادی برخوردار بوده و دارای کاربردهای مهمی در آشکارسازی امواج گرانشی، اندازه‌گیری جابجایی در حد کوانتومی و اندازه‌گیری‌های زیستی هستند [۵-۲].

در این مقاله به بررسی امکان تولید حالت چلانده نوسانگر مکانیکی در یک سامانه اپتومکانیکی پرداخته‌ایم که در آن، ثابت فنر نوسانگر مکانیکی و همچنین ضریب جفت‌شدگی اپتومکانیک مدوله شده‌اند. برای این منظور، ابتدا هامیلتونی سامانه را با استفاده از تبدیل پولارون و عملگر چلاندگی قطری می‌کنیم. سپس عملگر تحول سامانه را بدست آورده و حالت سامانه را در لحظه دلخواه t به طور تحلیلی تعیین می‌کنیم. با محاسبه عدم قطعیت در مکان و تکانه نوسانگر مکانیکی، نشان خواهیم داد حالت نوسانگر مکانیکی در چنین سامانه‌ای حالت چلانده است.

هامیلتونی سامانه

مطابق شکل۱، یک کاواک اپتومکانیک را در نظر می‌گیریم که به وسیله یک لیزر خارجی با بسامد ω_p رانده شده و همچنین ثابت فنر نوسانگر مکانیکی توسط یک عامل خارجی با بسامد $2\omega_d$ مدوله شده است. هامیلتونی این سامانه در دستگاه مختصات چرخان با بسامد $\omega_p + \omega_d$ به شکل زیر نوشته می‌شود [۷-۶]

$$\hat{H} = \hbar\Delta_c\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\Delta_m\hat{b}^\dagger\hat{b} - \hbar g\hat{a}^\dagger\hat{a}\left(\hat{b}e^{-i\omega_d t} + \hat{b}^\dagger e^{+i\omega_d t}\right) + \frac{\hbar}{2}\lambda\left(\hat{b}^2 + \hat{b}^{\dagger 2}\right) + \hbar\eta\left(\hat{a} + \hat{a}^\dagger\right) \quad (۱)$$

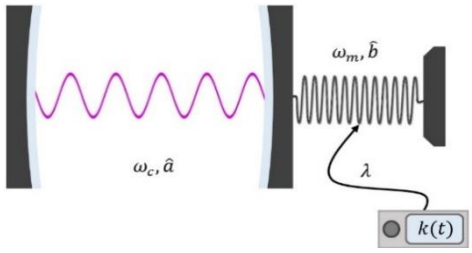
که در آن $\hat{a}$ ($\hat{b}$) عملگر فنای میدان اپتیکی (نوسانگر مکانیکی)، $\Delta_c = \omega_c - \omega_p$ ناکوکی کاواک و ω_c بسامد مد اپتیکی است. همچنین $\Delta_m = \omega_m - \omega_d$ ناکوکی مکانیکی (ω_m بسامد مد مکانیکی)، g ثابت جفت‌شدگی اپتومکانیکی و λ نیز دامنه مدولاسیون نوسانگر مکانیکی است. در این رابطه، دو جمله اول نشان دهنده هامیلتونی آزاد میدان اپتیکی و نوسانگر مکانیکی، جمله سوم نشان دهنده اندرکنش مرتبه اول فشار تابشی و جمله چهارم نشان دهنده مدولاسیون مکانیکی است. جمله آخر نیز بیانگر دمش اپتیکی توسط لیزر خارجی است.

از طرف دیگر، اگر فرض کنیم ضریب جفت‌شدگی اپتومکانیک با بسامد ω_d به صورت $2g\cos\omega_d t$ مدوله شود، آنگاه هامیلتونی (۱) در تقریب موج چرخان به صورت زیر در می‌آید

$$\hat{H} = \hbar\Delta_c\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\Delta_m\hat{b}^\dagger\hat{b} - \hbar g\hat{a}^\dagger\hat{a}\left(\hat{b} + \hat{b}^\dagger\right) + \frac{\hbar}{2}\lambda\left(\hat{b}^2 + \hat{b}^{\dagger 2}\right). \quad (۲)$$

در اینجا، فرض کرده‌ایم که کاواک برای مدت زمان محدودی توسط لیزر خارجی رانده شده، سپس رانش قطع می‌شود تا این که میدان داخل کاواک در حالت اولیه همدوس $|\alpha\rangle_c$ قرار گیرد. بدین ترتیب، از جمله رانش اپتیکی در هامیلتونی (۲) صرف نظر کرده‌ایم [۸]. اگر نوسانگر مکانیکی در حالت اولیه پایه $|0\rangle_m$ قرار دارشته باشد [۹] آنگاه می‌توان حالت اولیه سامانه را به صورت بردار حالت $|\psi(0)\rangle = |\alpha\rangle_c \otimes |0\rangle_m$ در نظر گرفت. به منظور محاسبه عملگر تحول زمانی سامانه، ابتدا هامیلتونی سامانه را قطری می‌کنیم. قطری کردن هامیلتونی سامانه را در دو مرحله انجام می‌دهیم. ابتدا از تبدیل پولارون به شکل

$$\hat{D}\left(\beta\hat{a}^\dagger\hat{a}\right) = \exp\left[\beta\hat{a}^\dagger\hat{a}\left(\hat{b}^\dagger - \hat{b}\right)\right] \quad (۳)$$



شکل ۱: طرحواره کلی سامانه اپتومکانیکی مجهز به نوسانگر مکانیکی مدوله شده.

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]

استفاده می‌کنیم که در آن، $\beta = -g/(\Delta_m + \lambda)$ است [۱۰]. هامیلتونی سامانه تحت این تبدیل به صورت $\hat{H}' = \hat{D}\hat{H}\hat{D}^\dagger$ به دست می‌آید که به شکل زیر محاسبه شده است

$$\hat{H}' = \hbar\Delta_c\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\Delta_m\hat{b}^\dagger\hat{b} - \hbar\beta^2(\Delta_m + \lambda)(\hat{a}^\dagger\hat{a})^2 + \frac{\hbar}{2}\lambda\left(\hat{b}^2 + \hat{b}^{\dagger 2}\right). \quad (۴)$$

همان‌طور که از این رابطه مشخص است، جفت‌شدگی اپتومکانیک تحت این تبدیل از بین رفته است؛ اما به خاطر وجود جمله آخر، هنوز هامیلتونی قطری نشده است. برای قطری کردن هامیلتونی سامانه، از تبدیل چلاندگی به شکل

$$\hat{S}(\xi) = \exp\left[\frac{1}{2}\xi\left(\hat{b}^2 - \hat{b}^{\dagger 2}\right)\right] \quad (۵)$$

استفاده می‌کنیم که در آن ξ پارامتر چلاندگی است [۱۱]. هامیلتونی تحت این تبدیل به صورت $\hat{H}'' = \hat{S}\hat{H}'\hat{S}^\dagger$ به دست می‌آید که به شکل زیر محاسبه شده است

$$\hat{H}'' = \hbar\Delta_c\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\omega_m'\hat{b}^\dagger\hat{b} - \hbar\beta^2(\Delta_m + \lambda)(\hat{a}^\dagger\hat{a})^2 \quad (۶)$$

که در آن، $\omega_m' = \sqrt{\Delta_m^2 - \lambda^2}$ است به طوری که

$$\mu = \cosh\xi = \sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{\Delta_m}{2\omega_m'}} \quad (۷)$$

$$\nu = \sinh\xi = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\Delta_m}{2\omega_m'}} \quad (۸)$$

می‌باشد. همان‌طور که مشخص است، هامیلتونی این سامانه تحت تبدیلات پولارون و چلاندگی قطری شده است.

دینامیک سامانه

در این بخش به دنبال یافتن تحول حالت سامانه در تصویر شرودینگر در غیاب آثار اتلاف هستیم. چنانچه بخواهیم دینامیک سامانه را در بازه‌های زمانی کوتاه‌تر از طول عمر فوتون داخل کاواک، یعنی برای $t < 1/\kappa$، بررسی کنیم که κ آهنگ اتلاف کاواک است، می‌توان از آثار اتلاف سامانه صرف نظر کرد. برای محاسبه حالت سامانه در زمان دلخواه t، لازم است عملگر تحول زمانی سامانه ($\hat{U}(t) = \exp[-i\hat{H}t/\hbar]$) را به دست آوریم. با توجه به این که $\hat{H} = \hat{S}^\dagger\hat{D}^\dagger\hat{H}''\hat{D}\hat{S}$ است، می‌توان نوشت

$$\hat{U}(t) = \hat{S}^\dagger\hat{D}^\dagger\exp[-i\hat{H}''t/\hbar]\hat{D}\hat{S}. \quad (۹)$$

با توجه به این که $|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t)|\psi(0)\rangle$، خواهیم داشت

$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}e^{-i\Delta_c nt}e^{i\beta^2(\Delta_m+\lambda)n^2t}|n\rangle_c \otimes \hat{D}^\dagger\hat{S}^\dagger\left|\beta n e^{-i\omega_m' t}, \xi e^{-i2\omega_m' t}\right\rangle_m. \quad (۱۰)$$

رابطه فوق نشان دهنده حالت سامانه اپتومکانیک در زمان t است. از این رابطه برای محاسبه عدم قطعیت در مکان و تکانه نوسانگر مکانیکی و نمایش چلاندگی این مؤلفه‌ها استفاده خواهیم کرد.

محاسبه عدم قطعیت‌ها

در این بخش به محاسبه عدم قطعیت عملگرهای مکان ($\hat{Q} = (\hat{b} + \hat{b}^\dagger)/\sqrt{2}$) و تکانه ($\hat{P} = (\hat{b} - \hat{b}^\dagger)/i\sqrt{2}$) نوسانگر مکانیکی می‌پردازیم. عدم قطعیت در این عملگرها عبارتند از

$$\langle(\Delta\hat{Q})^2\rangle = \langle\hat{Q}^2\rangle - \langle\hat{Q}\rangle^2 \quad (۱۱)$$

$$\langle(\Delta\hat{P})^2\rangle = \langle\hat{P}^2\rangle - \langle\hat{P}\rangle^2. \quad (۱۲)$$

با توجه به روابط (۱۱) و (۱۲) و تعریف عملگرهای مکان و تکانه نوسانگر مکانیکی و بردار حالت سامانه در زمان t (رابطه ۱۰)، عدم قطعیت در مکان و تکانه نوسانگر مکانیکی به صورت زیر به دست می‌آید

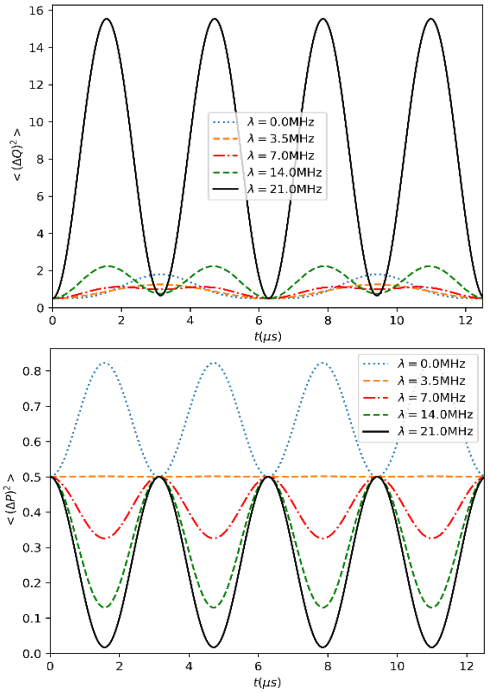
$$\langle(\Delta\hat{Q})^2\rangle = 2\beta^2|\alpha|^2(1-\cos\tau)^2 + \nu(\mu+\nu)[1 - (\mu+\nu)(\mu\cos 2\tau - \nu)] + \frac{1}{2}, \quad (۱۳)$$

$$\langle(\Delta\hat{P})^2\rangle = 2\beta^2|\alpha|^2(\mu-\nu)^4\sin^2\tau + \nu(\mu-\nu)[(\mu-\nu)(\mu\cos 2\tau + \nu) - 1] + \frac{1}{2}, \quad (۱۴)$$

که در آن، $\tau = \omega_m' t$ است. چلاندگی در یک عملگر زمانی به وقوع می‌پیوندد که عدم قطعیت آن کمتر از 1/2 باشد. در شکل۲ عدم قطعیت عملگرهای مکان و تکانه نوسانگر مکانیکی یک سامانه اپتومکانیکی را با پارامترهای تجربی[۵]

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]



شکل ۲: نمودارهای عدم قطعیت مکان و تکانه نوسانگر مکانیکی به ازای $\omega_m = 0, 3.5,\ 7, 14.21\ MHz$.

$g= 45MHz$، $|\alpha|^2 = 0.01$، $\Delta_m = 11.2MHz$ به ازای مقادیر مختلف λ بر حسب زمان رسم کرده‌ایم. همان‌طور که مشاهده می‌شود، چلاندگی فقط در کوادراتور تکانه نوسانگر مکانیکی و به ازای $\lambda > 3.5MHz$ به وقوع می‌پیوندد. در غیاب مدولاسیون نوسانگر مکانیکی ($\lambda = 0$)، روابط (۱۳) و (۱۴) نشان می‌دهند که عدم قطعیت‌ها همواره بزرگتر از $1/2$ هستند و در نتیجه امکان تولید حالت‌های چلانده وجود ندارد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله به محاسبه بردار یک حالت سامانه اپتومکانیکی مجهز به مدولاسیون مکانیکی در غیاب آثار اتلافی محیط اطراف پرداخته‌ایم. با محاسبه عدم قطعیت عملگرهای مکان و تکانه نوسانگر مکانیکی، نشان داده‌ایم مدولاسیون مکانیکی موجب چلاندگی عملگر تکانه نوسانگر مکانیکی می‌شود.

مراجع

[۱] Aspelmeyer, M., Kippenberg, T.J. and Marquardt, F., 2014. Cavity optomechanics. *Reviews of Modern Physics*, *86*(4), p.1391.

[۲] Abadie, J., Abbott, B.P., Abbott, R., Abbott, T.D., Abernathy, M., Adams, C., Adhikari, R., Affeldt, C., Allen, B., Allen, G.S. and Ceron, E.A., 2011. A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit. *Nature Physics*, *7*(12), p.962.

[۳] Braginsky, V.B., Braginskiĭ, V.B. and Khalili, F.Y., 1995. *Quantum measurement*. Cambridge University Press.

[۴] Taylor, M.A., Janousek, J., Daria, V., Knittel, J., Hage, B., Bachor, H.A. and Bowen, W.P., 2013. Biological measurement beyond the quantum limit. *Nature Photonics*, *7*(3), p.229.

[۵] Zhang, Z.C., Wang, Y.P., Yu, Y.F. and Zhang, Z.M., 2018. Quantum squeezing in a modulated optomechanical system. *Optics express*, *26*(9), pp.11915-11927.

[۶] Zhang, Z.C., Wang, Y.P., Yu, Y.F. and Zhang, Z.M., 2018. Quantum squeezing in a modulated optomechanical system. *Optics express*, *26*(9), pp.11915-11927.

[۷] Yin, T.S., Lü, X.Y., Zheng, L.L., Wang, M., Li, S. and Wu, Y., 2017. Nonlinear effects in modulated quantum optomechanics. *Physical Review A*, *95*(5), p.053861.

[۸] Dalafi, A., Naderi, M.H. and Soltanolkotabi, M., 2014. Squeezed-state generation via atomic collisions in a Bose–Einstein condensate inside an optical cavity. *Journal of Modern Optics*, *61*(17), pp.1387-1397.

[۹] Mancini, S., Vitali, D. and Tombesi, P., 1998. Optomechanical cooling of a macroscopic oscillator by homodyne feedback. *Physical Review Letters*, *80*(4), p.688.

[۱۰] Bowen, W.P. and Milburn, G.J., 2015. *Quantum optomechanics*. CRC press.

[۱۱] Schleich, W.P., 2011. *Quantum optics in phase space*. John Wiley & Sons.

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-04]