بیست و ششمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و دوازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه خوارزمی،
تهران، ایران.
بهمن ۱۳۹۸ ۱۵-۱۶

تخمین قطر باریکه لیزر چندمدی کانونی شده توسط عدسی تزویجگر برای باریکه‌های با تقارن محوری با لحاظ ابیراهی کروی عدسی

سعید عربگری، مهتاب اصل دهقان، مجتبی مصلحیان، سید شهرام کاظمی

مرکز ملی علوم و فنون لیزر ایران

Email: arabgari@inlc.ir, asldehghan@inlc.ir, moslehian@inlc.ir, kazemi@inlc.ir

چکیده – در این مقاله قطر لکه کانونی شده باریکه‌های لیزری به دو روش محاسبه شده است. روش اول که تقریب اولیه از این کمیت ا ست، مبتنی بر یافتن م شخ صات مدپایه باریکه لیزری و انت شار آن از داخل عد سی ا ست که در آن عد سی نازک در نظر گرفته می‌شـــود. روش دوم که تخمین دقیق‌تری از قطر لکه کانونی را می‌دهد مبتنی بر انتشـــار بالاترین مد لاگر-گاوس TEM_{l0} موجود در باریکه لیزری و با احتساب ابیراهی کروی عد سی تزویجگر ا ست. مشاهده شد که برای عد سیهای با ضریب ابیراهی کروی بزرگتر از ۱۰، اثر ابیراهی کروی در قطر باریکه کانونی شده قابل توجه ا ست و با توجه به اهمیت انتخاب صحیح قطر ه سته فیبر برای تزویج، لازم است حتما قطر باریکه کانونی را برای اینگونه عدسیها با احتساب این پارامتر محاسبه نماییم.

کلید واژه- ابیراهی کروی، انتگرال کالینز، باریکه گاوسی، تزویج باریکه لیزری به فیبر، مدهای لاگر-گاوس

Estimation of focused beam spot size for a multimode laser by considering spherical aberration of lens

S Arabagri, M Asle Dehghan, M Moslehian, S Sh Kazemi

Iranian National Center for Laser Science and Technology

Email: arabgari@inlc.ir, asldehghan@inlc.ir, moslehian@inlc.ir, kazemi@inlc.ir

Abstract- In this article the focused beam spot diameter of laser beam is calculated by two methods. The first method witch is the first order approximation is based on investigating the fundamental mode characteristics and its propagation through a thin lens. The second method which is more accurate is based on propagation of the highest TEM_{l0} Laguerre-Gauss mode and considering the spherical aberration of coupling thin lens. It was realized that in thin lenses with spherical aberration coefficient more than 10, the effect of spherical aberration on focused beam diameter is significant and due to the importance of choosing the correct fiber coupler diameter, considering this parameter for correct calculation is necessary.

Keywords: Collins integral, Fiber coupling, Gaussian beam, Laguerre-Gauss beam, Spherical aberration

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

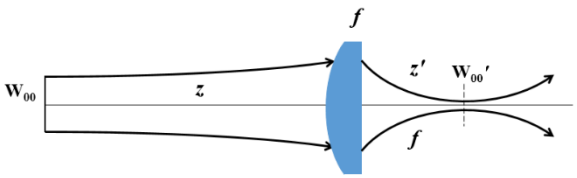
[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-07]

مقدمه

برای بهره‌برداری مناسب از باریکه لیزری تولید شده توسط لیزرها می‌بایست حدالامکان باریکه خروجی آنها را به فیبر تزویج کرد که توسط یک یا چند عدسی انجام می‌شود. برای تزویج لازم است کانونی کردن باریکه لیزری با زاویه‌ای بزرگتر از زاویه پذیرش فیبر (NA)، انجام شود همچنین قطر هسته فیبر نیز بزرگتر از قطر لکه کانونی شده باشد گرچه مطلوب آن است که قطر فیبر بیش از حد بزرگ نباشد تا کیفیت باریکه لیزری حفظ شود از این رو اندازه‌گیری هرچه دقیق‌تر قطر لکه کانونی شده حائز اهمیت است.

محاسبه قطر لکه بدون احتساب ابیراهی کروی

روش متداول برای انتشار و محاسبه شعاع لکه باریکه‌های لیزری چندمدی که تقریب اول محسوب می‌شود به این صورت است که مشخصات مدپایه از باریکه لیزری چندمدی را یافته و سپس آنرا در سامانه‌های اپتیکی مورد نظر منتشر می‌کنند (شکل ۱) و پس از آن قطر لکه های بدست آمده برای این مد را در مجذور کیفیت باریکه ضرب می‌کنند [۱].



شکل۱. انتشار باریکه گاوسی از عدسی تزویجگر و کانونی شدن آن

اگر مدپایه با شعاع کمره w_{00} توسط عدسی تزویجگری که در فاصله z از کمره باریکه گاوسی قرار دارد و فاصله کانونی آن f است کانونی شود، اندازه شعاع کمره (w'_{00}) و فاصله آن (z') پس از عدسی از رابطه زیر بدست می‌آید [۱]:

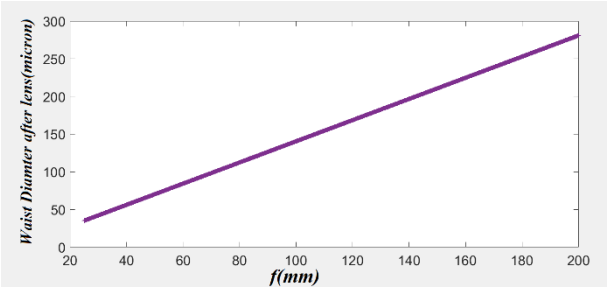
$$\frac{1}{z'}=\frac{1}{f}-\frac{1}{z}+\frac{z_0^2}{z(z^2+z_0^2-zf)} \qquad (۱)$$

$$w'_{00}=w_{00}\frac{f}{\sqrt{z_0^2+(z-f)^2}} \qquad (۲)$$

بنابر اصل تقریب اول اگر کیفیت باریکه لیزر M^2 و شعاع کمره آن w_{0m} باشد، شعاع کمره باریکه لیزر (w'_{m0}) پس از عبور از عدسی از رابطه زیر بدست می‌آید [۱]:

$$w'_{m0}=\sqrt{M^2}\,w'_{00}=w_{0m}\frac{f}{\sqrt{z_0^2+(z-f)^2}} \qquad (۳)$$

برای باریکه لیزری با طول موج λ=1030nm و شعاع کمره w_{m0}=7mm و کیفیت باریکه M^2=15 که کمره آن در فاصله z=0.5m قرار دارد، شعاع لکه در کمره و محل آن پس از عبور از عدسیهای با فاصله کانونی‌های مختلف محاسبه و نتیجه در نمودار (۲) ترسیم شده است. ملاحظه می‌گردد که با افزایش فاصله کانونی عدسی، قطر کمره به صورت خطی افزایش می‌یابد. علت این امرآن است که به دلیل موازی بودن باریکه لیزری تابشی (با طول ریلی تقریبا ۱۰ متر)، اولا کمره در کانون عدسی تشکیل شده و ثانیا قطر لکه در کانون عدسی همواره با فاصله کانونی عدسی رابطه خطی دارد [۲].



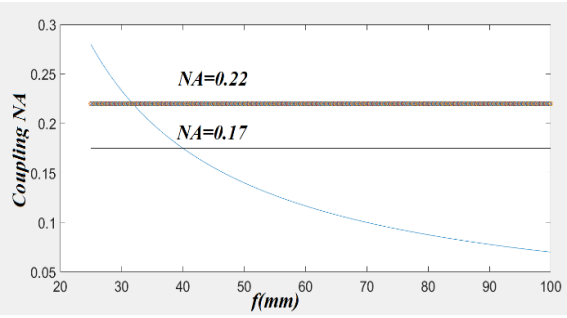
شکل ۲. قطر کمره نسبت به فاصله کانونی عدسی تزویجگر

با رسم NA باریکه تزویج شده نسبت به فاصله کانونی عدسی تزویجگر، می‌توان فاصله‌های کانونی مجاز برای انتخاب عدسی را بدست آورد (شکل ۳). اگر مطابق شکل (۳) NA باریکه کانونی شونده را کوچکتر از ۰/۱۷ برگزینیم، عدسیهای تزویجگر با فاصله کانونی بزرگتر از ۴۰ میلیمتر حائز این شرط خواهند بود. با توجه به رابطه خطی بین قطر

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-07]

لکه در کمره و فاصله کانونی عدسی می‌توان نتیجه گرفت که عدسی بهینه f=40mm است که کوچکترین قطر لکه به ابعاد ۵۶ میکرون را بدست می‌دهد.



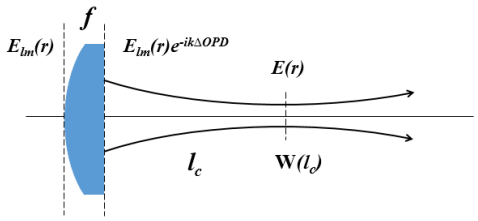
شکل ۳. *NA* کانونی شدن باریکه لیزری نسبت به فاصله کانونی عدسی تزویجگر و ترسیم دریچه عددی فیبر برای مقایسه

تخمین قطر لکه با احتساب ابیراهی کروی

ضرورت انتخاب قطر بهینه برای هسته فیبر باعث می‌گردد تا روش دقیق‌تری برای تخمین قطر باریکه کانونی شده بکار بریم. یک تقریب مرتبه بالاتر، اعمال اثر ابیراهی عدسی تزویجگر بر انتشار باریکه است. از آنجا که برای تزویج، باریکه لیزری موازی می‌شود [۲]، لذا تنها ابیراهی موثر بر انتشار باریکه، ابیراهی کروی خواهد بود. اگر فرض کنیم تشدیدگر لیزر دارای تقارن محوری باشد در این صورت، باریکه لیزری متشکل از مدهای لاگر-گاوس با مرتبه‌های مختلف (l,m) و کیفیت باریکه M^2_{lm} خواهد بود که داریم [۱]:

$$M^2_{lm} = 2l + m + 1 \qquad (۴)$$

در یک تشدیدگر با باریکه خروجی M^2 تمام مدهای لاگر-گاوس با کیفیت‌باریکه کمتر از M^2 نوسان خواهند کرد. طبق اصل تقریب اول همواره بزرگترین قطر لکه لیزری متعلق به مدهای لاگر-گاوس با بزرگترین کیفیت باریکه است بنابراین برای بدست آوردن قطر لکه کانونی کافی است که این مدها را منتشر کرده و قطر لکه آنها را محاسبه کنیم. از میان مدهای لاگر-گاوس که دارای بزرگترین کیفیت باریکه $M^2_{lm}=M^2$ هستند، مد با مرتبه m=0 دارای تقارن محوری است لذا می‌توان انتشار آن را با استفاده از انتگرال یک بعدی کالینز انجام داد. بنابراین برای یک تخمین قابل قبول از قطر لکه کانونی، کافی است قطر لکه این مد را در کانون لنز محاسبه کنیم. اصول این کار در شکل (۴) تصویر شده است.



شکل ۴. اصول محاسبه قطر لکه کانونی در حضور ابیراهی کروی

ابتدا توزیع میدان مد (l,0) را قبل از عدسی تزویجگر بدست می‌آوریم (E_0). سپس اثر این عدسی را به عنوان یک المان‌فازی به میدان اعمال می‌کنیم. این المان فازی شامل اثر کانونی‌سازی عدسی ($k\rho^2/2f$) و اثر ابیراهی کروی است که از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\phi(\rho) = 2\pi w_{040}(\rho)^4 \qquad (۵)$$

در این رابطه w_{040} ضریب ابیراهی کروی است که می‌توان آنرا از نرم افزار zemax بدست آورد. پس از اعمال اثر فازی عدسی، میدان عبوری از عدسی (E_1) را می‌توان به سادگی با استفاده از انتگرال کالینز در فضای آزاد با هر طول (z_2) منتشر کرده و میدان (E_2) را در آنجا یافت. برای انتشار در فضای آزاد از رابطه زیر استفاده خواهیم کرد:

$$E_2(r_2.z_2) = \frac{i}{\lambda z_2} e^{-ikz_2} e^{-\frac{i\pi r_2^2}{\lambda z_2}} \int_0^{R_1} E_1(r_1)\, e^{-\frac{i\pi r_1^2}{\lambda z_2}}\, 2\pi J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda z_2} r_1 r_2\right) r_1 dr_1 \qquad (۶)$$

در این رابطه R_1 صفحه کانونی و J_0 تابع بسل مرتبه اول است. شعاع باریکه در صفحه کانون را با استفاده از شدت میدان (I=EE*) و رابطه زیر می‌توان حساب کرد:

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-07]

$$< w_r(z)^2 >= 2\frac{\iint r^2 I(r.z) r dr}{\iint I(r.z) r dr} \quad (۷)$$

توزیع میدان مد لاگر-گاوس مرتبه (l,0) در مختصات استوانه‌ای برابر است با:

$$E_{l0}(r.z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} L_l^0\left(\frac{2r^2}{w(z)^2}\right) e^{-\frac{r^2}{w(z)^2}} e^{-ikz-ik\frac{r^2}{2R(z)}+i(2l+1)tan^{-1}\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad (۸)$$

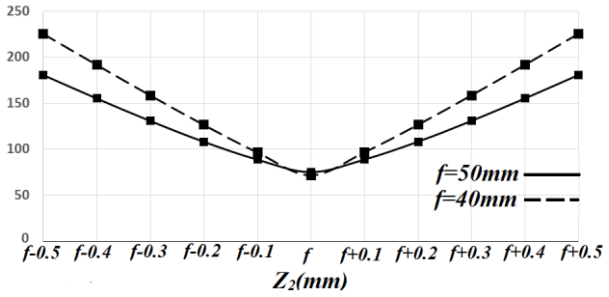
در این رابطه L_l^0 تابع لاگر، R(z) شعاع انحنای میدان، w(z) نیز شعاع مدپایه در مختصه z است. برای باریکه لیزری بررسی شده در بخش اول طبق رابطه (۴) بزرگترین مد لاگر- گاوس با تقارن محوری عبارت است از (7,0).

قطر باریکه کانونی شده این مد را در صفحه کانون عدسی‌های تزویجگر تخت-منحنی با فاصله کانونی‌های ۴۰، ۵۰ و ۶۰ میلیمتر را به دو روش بیان شده محاسبه کردیم. نتایج بدست آمده در جدول (۱) ارائه شده است. ملاحظه می‌شود که با احتساب ابیراهی کروی، قطر لکه کانونی برای دو عدسی ۴۰ و ۵۰ میلیمتری تقریبا برابرند. همچنین این نتایج نشان می‌دهد که اثر مخرب ابیراهی بر قطر لکه برای ضریب ابیراهی کروی بزرگتر از ۱۰ قابل توجه بوده و با کاهش این ضریب این اثر کاهش می‌یابد.

جدول ۱. نتایج محاسبه قطر لکه کانونی شده با لحاظ ابیراهی و بدون آن

f (mm)	قطر باریکه (μm)		ضریب ابیراهی کروی
	بدون ابیراهی کروی	با ابیراهی کروی	W_{040}
۴۰	۵۶	۷۲	۱۲/۸
۵۰	۷۰	۷۵	۶/۶۱
۶۰	۸۴	۸۶	۳/۸۲

از آنجا که به دلیل خطاهای آزمایشگاهی ممکن است سر فیبر دقیقا در محل کانون عدسی قرار نگیرد، شعاع لکه تا فاصله ۵۰۰ میکرونی از محل کانون محاسبه گردید. نتیجه برای f=40,50mm در شکل (۵) رسم شده است که به روشنی نشان می‌دهد که قطر باریکه کانونی ایجاد شده توسط عدسی ۴۰*mm* به سرعت با دور شدن از کانون افزایش می‌یابد و همواره بزرگتر از قطر بدست آمده برای عدسی ۵۰*mm* است. به این ترتیب با لحاظ ابیراهی کروی به این نتیجه می‌رسیم که لنز با f=50mm قطر باریکه کانونی شده کوچکتری نسبت به لنز f=40mm می‌دهد.



شکل ۵. قطر لکه کانونی در اطراف کانون عدسی ۵۰*mm* و f=۴۰

نتیجه گیری

قطر لکه باریکه لیزری کانونی شده جهت تزویج، بدون احتساب ابیراهی کروی لنز و با احتساب آن محاسبه گردید. ملاحظه شد که برای عدسیهای با ضریب ابیراهی کروی بزرگتر از ۱۰، اثر ابیراهی کروی بر قطر لکه بسیار زیاد است به طوری که لنزهای با فاصله کانونی بزرگتر، قطر لکه کوچکتری نسبت به این لنزها بدست می‌دهند. بنابراین برای انتخاب فاصله کانونی بهینه لنز و انتخاب قطر فیبر مناسب لازم است محاسبات قطر لکه کانونی برای این‌گونه لنزها را با احتساب ابیراهی کروی انجام داد.

مرجع‌ها

[1] N. Hodgson, H. Weber, *Laser Resonators and Beam Propagation*, Second Edition, Springer, (2005)

[2] B. Saleh, M Teich, *Fundamental of Photonics*, Second Edition, Wiley, (2007)

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-07]