بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شیراز،
شیراز، ایران.
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷

تأثیر میدان مغناطیسی بر ناپایداری جینز پلاسمای غباری با توزیع کاپا الکترونی و یونی

لیدا اسمعیلی شجاع، لعیا شاه رسائی، سیّد جلال پسته‌ای

دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز

چکیده – در این مقاله، تاثیر میدان مغناطیسی بر ناپایداری جینز در یک پلاسمای غباری به شدت جفت شده شامل یون‌ها و الکترون‌ها با توزیع کاپا و دانه‌های غبار دارای بار منفی با توزیع ماکسولی مطالعه شده است. معادلات اساسی مربوطه را با استفاده از مدل هیدرودینامیکی تعمیم یافته حل نموده و رابطه پاشندگی را از طریق نظریه‌های جنبشی و سیالی به دست آورده و دریافتیم که هر دو مدل به نتایج مشابهی منجر می‌شود. همچنین نرخ رشد ناپایداری را در مدل هیدرودینامیکی محاسبه نمودیم.

کلید واژه- پلاسمای غباری، تابع توزیع کاپا، ناپایداری جینز، میدان مغناطیسی.

Effect of Magnetic Field on Jeans Instability of Dusty Plasma with Electron and Ion kappa distribution

Lida Esmaeili Shojaa, Laya shahrassai, Seyed Jalal Pestehe

Department of Physics, Tabriz University, Tabriz

Abstract- In this paper, the effect of the magnetic field on the Jeans instability in strongly coupled dusty plasma containing ions and electrons with kappa distributions, and dust grains with negative charge, with Maxwell distribution has been studied. We solved the fundamental equations, by the use of generalized hydrodynamic model, and obtained the dispersion relation from kinetic and hydrodynamic theories, we found that both lead similar results. We calculate the growth rate of instability in the case of hydrodynamical model.

Keywords: Dusty Plasma, Kappa Distribution, Jeans Instability, Magnetic Field.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-17]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

ابرهای گازی بزرگ، در اثر نیروی گرانشی خود ناپایدار شده و در بعضی نقاط که چگال‌تر هستند، تبدیل به پیش ستاره می‌شوند، این فرایند ناپایداری جینز نام دارد.

ابرهای گازی از گاز خنثی، پلاسما و دانه‌های غبار تشکیل شده‌اند[۱].ذرات غبار بسته به فرایند بار دار شدن می‌توانند مثبت یا منفی باشند. این ذرات با شعاعی حدود $1\mu m$ و جرم بزرگتر نسبت به یون و الکترون می‌باشند. علاوه بر نیروی گرانشی، نیروهای الکتریکی و مغناطیسی نیز بر پایداری ابرها تأثیر خواهند داشت[۲].

پلاسماهای نجومی، دارای جمعیت زیادی از ذرات پر انرژی هستند، تابع توزیع مناسب برای توزیع سرعت ذرات پر انرژی تابع توزیع کاپا (لورنتسی) می باشد. این تابع با اندیس طیفی κ مشخص می‌شود. در حالت حدی $\kappa \to \infty$ به تابع توزیع ماکسول- بولتزمن تبدیل می‌شود[۳].

در این مقاله ناپایداری جینز در یک پلاسمای غباری با تابع توزیع کاپا برای الکترون‌ها و یون‌ها در حالت جفت شدگی بسیار قوی با حضور میدان مغناطیسی بررسی شده و معادله پاشندگی را از طریق نظریه‌های سیالی و جنبشی به دست می‌آوریم.

۲- تئوری

یک پلاسمای غباری، شامل یون‌های مثبت، الکترون‌های منفی وذرات غبار با بار منفی و ثابت در نظر می‌گیریم. معادلات مربوط به این نوع پلاسما، عبارتند از:

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\left(n_\alpha \vec{v}_\alpha\right) = 0 \qquad (۱)$$

$$m_\alpha \frac{d\vec{v}_\alpha}{dt} = q_\alpha E_2 + m_\alpha E_1 - \left(\frac{k_B T}{n_\alpha}\right)\nabla n_\alpha \qquad (۲)$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}_1 = 4\pi G m_d n_d \qquad (۳)$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}_2 = 4\pi\left[e\left(n_i - n_e\right) + q_d n_d\right] \qquad (۴)$$

معادلات (۱) تا (۴) به ترتیب معادلات پیوستگی، حرکت، پواسون گرانشی و پواسون الکتروستاتیکی ذره نوع $\alpha = i,e,d$ که به ترتیب بیانگر یون، الکترون و غبار، می باشد. $E_1 = -\nabla\psi$ میدان گرانشی ذرات غبار و $E_2 = -\nabla\phi$ میدان الکتروستاتیکی، ψ و ϕ به ترتیب پتانسیل گرانشی، پتانسیل الکتروستاتیکی و کمیات n_α، v_α، T_α، q_α، m_α به ترتیب چگالی، سرعت سیالی، دما، بار ذره و جرم ذره نوع $\alpha = i,e,d$ است. e بار الکترون و یون، k_B ثابت بولتزمن و G ثابت گرانش می باشد.

با در نظر گرفتن امواج تخت به صورت $\exp i\left(\vec{k}\cdot\vec{r} + \omega t\right)$ (ω فرکانس هماهنگ اختلالی، $\vec{r}$ بردار مکان و $\vec{k} = k_x x + k_z z$ بردار موج) و با فرض کمیت‌ها به صورت اختلالی معادله حرکت به صورت زیر خواهد بود:

$$\left(1 + \tau_m \partial/\partial t\right)\begin{bmatrix} m_d n_{d0}\dfrac{\partial \vec{v}_{d1}}{\partial t} + m_d n_{d0}\nabla\psi - \\ z_d e n_{d0}\nabla\phi + z_d e n_{d0}\left(\vec{v}_{d1}\times\vec{B}\right)\end{bmatrix} = \eta\frac{\partial^2 v_{d1}}{\partial x^2} \qquad (۵)$$

که از اختلالات مرتبه دوم صرف نظر شده و معادله به صورت خطی شده، نوشته شده است.

تابع توزیع ذرات برای الکترون و یون به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$f_\kappa\left(v_\alpha\right) = \frac{n_{\alpha 0}}{\left(\pi\kappa\theta^2_\alpha\right)^{3/2}}\frac{\Gamma\left(\kappa_\alpha + 1\right)}{\Gamma\left(\kappa_\alpha - \frac{1}{2}\right)}\left(1 + \frac{v^2_\alpha}{\kappa_\alpha\theta^2_\alpha}\right)^{-(\kappa+1)} \qquad (۶)$$

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-17]

که $n_{\alpha 0}$ چگالی حرارتی و $\theta_\alpha^{\ 2}=\left(\frac{\kappa-3/2}{\kappa}\frac{2k_BT_\alpha}{m_\alpha}\right)$ سرعت حرارتی تعمیم یافته ذره نوع $\alpha=i,e$ و Γ تابع گاما می‌باشد.

برای اینکه θ_α حقیقی باشد، باید $\kappa>\frac{3}{2}$. درتابع توزیع ذکر شده، به علت جرم بسیار کوچک یون و الکترون نسبت به ذرات غبار از انرژی گرانشی در مقایسه با انرژی-های الکتروستاتیکی و جنبشی صرف نظر می نماییم.

چگالی ذره نوع $\alpha=i,e$ برابر است با:

$$n_\alpha=n_\alpha=\int f_\kappa(v_\alpha)d^3v_\alpha$$
$$=n_{\alpha 0}\left(1-\frac{(2\kappa_\alpha-1)q_\alpha\phi}{(2\kappa_\alpha-3)k_BT_\alpha}\right) \quad (۷)$$

اگر فرض کنیم $T_i=T_e$ ، $\kappa_i\neq\kappa_e$ و دانه‌های غبار با بار بزرگ منفی باشد، موجب می‌شود که انرژی پتانسیل کولمبی بسیار بیشتر از انرژی حرارتی ذرات پلاسما بشود. این حالت پلاسمای غباری جفت شده قوی نامیده می-شود[۴]. در بررسی پایداری چنین سیستم‌هایی از مدل هیدرودینامیکی تعمیم یافته استفاده می‌شود[۵].

شرط شبه خنثی بودن $(n_{i0}=n_{e0}+z_dn_{d0})$ را داریم، z_d تعداد الکترون‌های روی سطح غبار می‌باشد. تمام کمیت های فیزیکی به صورت $(A=A_1+A_0)$، که در آن اندیس یک (صفر) مقدار اختلالی (تعادلی) کمیت را نشان می‌دهد. با در نظر گرفتن مرتبه اول، معادله (۴) را خطی سازی و با جاگذاری مقادیر چگالی ذره نوع $\alpha=i,e,d$ مقدار پتانسیل الکتروستاتیکی به دست می‌آید:

$$\phi=\frac{\lambda_{D\kappa}^{\ 2}4\pi q_dn_{d1}}{\kappa^2\lambda_{D\kappa}^{\ 2}+1} \quad (۸)$$

$$\frac{1}{\lambda_{Dk}^{\ 2}}=\frac{1}{\lambda_D^{\ 2}}\left[\frac{2\kappa_i-1}{2\kappa_i-3}+\frac{2\kappa_e-1}{2\kappa_e-3}\right] \quad (۹)$$

$$\frac{1}{\lambda_{Di}^{\ 2}}+\frac{1}{\lambda_{De}^{\ 2}}=\frac{1}{\lambda_D^{\ 2}} \quad (۱۰)$$

که در آن λ_{Dk}، λ_D طول دبای در پلاسمای غباری به ترتیب با توزیع کاپا و توزیع ماکسول و $\frac{1}{\lambda_{D\alpha}^{\ 2}}=\frac{4\pi n_0e^2}{k_BT_\alpha}$ طول دبای ذره نوع $\alpha=i,e$ هستند.

با اعمال $\left(\frac{\partial}{\partial t}\to i\omega,\vec{\nabla}\to ik\right)$ در معادلات (۱)، (۳)، (۴)، (۵) در این صورت رابطه پاشندگی در مورد پلاسمای غباری جفت شده قوی به صورت زیر در می‌آید:

$$\left(\omega^2+\omega_J^{\ 2}-i\omega\omega_{cd}\right)-k^2\omega_{pd}^{\ 2}\left(\frac{\lambda_{D\kappa}^{\ 2}}{\kappa^2\lambda_{D\kappa}^{\ 2}+1}\right)$$
$$=\frac{\eta k^2}{m_dn_{n0}}\left(\frac{i\omega}{1+i\omega\tau_m}\right) \quad (۱۱)$$

که در آن $\omega_{Jd}^{\ 2}=4\pi Gm_dn_{d0}$ فرکانس جینز برای ذرات غبار، $\omega_{pd}^{\ 2}=\frac{4\pi z_d^{\ 2}e^2n_{d0}}{m_d}$ فرکانس پلاسمایی برای ذره غبار و $\omega_{cd}=\frac{z_deB_0}{m_d}$ فرکانس سیکلوترونی غبار، می-باشند[۶]. نهایتاً رابطه پاشندگی، معادله (۱۱)، را برای فرکانس پایین در نظریه سیالی و برای فرکانس نسبتاً بالا برای نظریه جنبشی بحث می‌کنیم.

۲-۱- نظریه سیالی: رابطه پاشندگی را با استفاده از نظریه سیالی و در حضور میدان مغناطیسی در پلاسمای جفت شده قوی با در نظر گرفتن توزیع کاپای ذکر شده و شرط $(\omega\tau<<1,i\omega=\sigma)$ به شکل زیر در می‌آید:

$$\sigma^2+\omega_{cd}\sigma+v_{cd}^{\ 2}\tau_mk^2\sigma+\frac{\omega_{pd}^{\ 2}k^2\lambda_{Dk}^{\ 2}}{1+k^2\lambda_{Dk}^{\ 2}}-\omega_{Jd}^{\ 2}=0 \quad (۱۲)$$

در رابطه (۱۲) $v_{cd}^{\ 2}=\frac{\eta}{m_dn_{d0}\tau_m}$ است و همچنین با بهنجار کردن کمیات فیزیکی به صورت زیر:

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-17]

$$\gamma=\frac{\sigma}{\omega_J},k^*=\frac{kv_{da}}{\omega_J},v_{cd}^*=\frac{v_{cd}}{v_{da}},\tau_m^*=\tau_m\omega_J,$$
$$\omega_{pd}^*=\frac{\omega_{pd}}{\omega_J},\omega_{cd}^*=\frac{\omega_{cd}}{\omega_J},\lambda_{Dk}^*=\frac{\lambda_{Dk}\omega_J}{v_{da}} \quad (۱۳)$$

رابطه (۱۲)، به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\gamma^2+\gamma\omega_{cd}^*+\frac{k^{*2}\lambda_{Dk}^{*2}\omega_{pd}^{*2}}{k^{*2}\lambda_{Dk}^{*2}+1}+v_{cd}^{*2}k^{*2}\gamma\tau^*-1=0 \quad (۱۴)$$

۲-۲-نظریه جنبشی: رابطه پاشندگی با استفاده از نظریه جنبشی در مورد امواج با فرکانس نسبتاً بالا در پلاسمای غباری جفت شده قوی با شرط $(\omega\tau>>1, i\omega=\sigma)$ و نرمالیزه کردن توسط پارامتر های معرفی شده، به دست آمد:

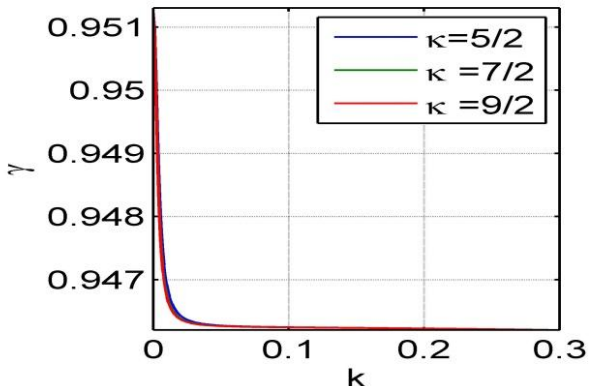
$$\gamma^2+\gamma\omega_{cd}^*+\frac{k^{*2}\lambda_{Dk}^{*2}\omega_{pd}^{*2}}{k^{*2}\lambda_{Dk}^{*2}+1}+v_{cd}^{*2}k^{*2}-1=0 \quad (۱۵)$$

۳- حل عددی

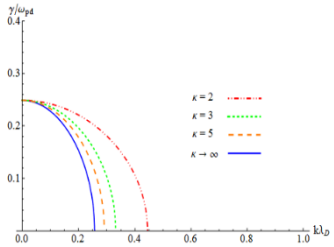
پارامترها را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\omega_{cd}^*=0.1 \quad \omega_{pd}^*=0.1 \quad v_{cd}^*=0.1$$
$$\tau^*=0.1 \quad e=1.602\times10^{-19}c \quad k_B=1.38\times10^{-23}$$
$$n_{i0}=10^{12}m^{-3} \quad n_{e0}=7.6\times10^{9}m^{-3} \quad T_e=T_i=3\times10^3k$$

به ازای κ های مختلف نمودار نرخ رشد در نظریه سیالی برای $\omega_{cd}^*=0.1$ در شکل ۱ رسم شده است.



شکل ۱: نمودار قسمت حقیقی نرخ رشد ناپایداری بر حسب عدد موج



شکل ۲: نمودار نرخ رشد ناپایداری بر حسب عدد موج[۱]

۴- نتیجه گیری

در این مقاله، تأثیر میدان مغناطیسی خارجی را بر روی ناپایداری جینز با استفاده از توزیع کاپای الکترونی و یونی در پلاسمای غباری جفت شده بسیار قوی بررسی نموده و معادله پاشندگی برای نظریه های جنبشی و سیالی را محاسبه نمودیم. همچنین روش هیدرودینامیکی تعمیم یافته در توصیف دینامیک سیستم مورد استفاده قرار گرفت. نشان دادیم افزایش میدان مغناطیسی منجر به کاهش رشد ناپایداری شده به صورت عددی، با رسم نمودار به دست آمد.

۵- مرجع ها

[1] N. Afshari, H. Hakimi Pajouh, and M. R. Rouhani, *Jeans instability of a Dusty Plasma with Superthermal Ions and Electrons*, opsi, vol. 21,2015.

[2] N. Shukla, W. M. Moslem, and P. K. Shukla, *Instability of electromagnetic waves in a self-gravitating rotating magnetized dusty plasma with opposite polarity grain*, Physics of Plasmas, Article vol. 14 2007.

[3] D. Summers and R. M. Thorne, *The modified plasma dispersion function*, Physics of Fluids B, Article vol. 3,1991.

[4] A. A. Mamun, K. S. Ashrafi, and P. K. Shukla, *Effects of polarization force and effective dust temperature on dust-acoustic solitary and shock waves in a strongly coupled dusty plasma*, Physical Review E, vol. 82,2010.

[5] R. P. Prajapati and R. K. Chhajlani, *Self-gravitational instability in magnetized finitely conducting viscoelastic fluid*, Astrophysics and Space Science, Article vol. 344, 2013.

[6] R. K. Chhajlani and P. Sharma, *Effect of magnetic field on Jeans instability of self gravitating strongly coupled dusty plasma*, in Journal of Physics: Conference Series, 2014.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-07-17]