بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شیراز،
شیراز، ایران.
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷

مطالعه محاسباتی تراگسیل و بازتاب در یک موجبر بیضوی

حمید جندقی، مسعود رضوانی جلال*، علیرضا عبدی کیان

گروه فیزیک و فوتونیک، دانشگاه ملایر، ملایر (rezvanijalal@malayeru.ac.ir)

چکیده – در این مقاله بازتاب و تراگسیل نور از یک جسم واقع در موجبر استوانه ای با مقطع بیضوی و دیواره رسانا مورد مطالعه محاسباتی قرار می گیرد. ابتدا، امواج الکترومغناطیسی قابل انتقال از موجبر با روش عددی به دست می آیند. سپس، یک جسم دی الکتریک با ضریب شکست n و ضخامت L که هم مقطع با موجبر است درون آن قرار داده می شود و ضرایب بازتاب و تراگسیل آن محاسبه می گردند. نشان داده می شود که بیشترین بازتاب در نزدیکی فرکانس قطع موجبر رخ می دهد ولی در فرکانس های خیلی بیشتر از آن، جسم مذکور مانند مشدد فابری-پرو در فضای آزاد رفتار می کند و ضرایب عبور و انعکاس آن به صورت تناوبی و تشدیدی با فرکانس تغییر می نمایند.

کلید واژه- تیغه فابری-پرو، روش تفاضل محدود، موجبر بیضوی.

Computational Study of Transmission and Reflection in an Elliptical Waveguide

Hamid Jandaghi, Masoud Rezvani Jalal*, Alireza Abdikian

Department of Physics and Photonics, Malayer University, Malayer (rezvanijalal@malayeru.ac.ir)

Abstract- In this paper, reflection and transmission from a body placed within a cylindrical waveguide with elliptical cross-section and conducting wall is computationally studied. First, the electromagnetic waves guidable in the waveguide are numerically obtained. Then, a dielectric body of refractive index n and thickness L which is co-section with the waveguide is inserted into it and its reflection as well as transmission coefficients are computed. It is shown that the highest reflection occurs near the cutoff frequency of the waveguide but in frequencies much larger than it, the body behaves as a Fabry-Perot resonator in an unbounded space and its reflection and transmission coefficients change periodically and resonantly with frequency.

Keywords: Fabry-Perot slab, Finite element method, Elliptical waveguide.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-07]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

مقدمه

امواج الکترومغناطیسی در مواجهه با اجسام، سه فرایند بازتاب، عبور و جذب را تجربه می کنند. بسته به فرکانس نور و نیز توزیع فضایی و زمانی میدان های آن و همچنین هندسه برهمکنش آن با ماده و حتی جنس و شکل اجسام، این فرایندها می توانند مقادیر مختلفی داشته باشند. نور در حین پراکندگی از جسم به آن نیروی اپتیکی نیز وارد می کند. این نیرو از میدان الکتریکی و مغناطیسی نور و برهمکنش آنها با دوقطبی ها و جریان های الکتریکی القاء شده در جسم نشأت می گیرد و در دو دسته نیروی اپتیکی گرادیانی (ناشی از میدان الکتریکی نور) و نیروی اپتیکی پراکندگی (ناشی از میدان مغناطیسی) قابل مطالعه می باشد. نیروی اپتیکی نقش اساسی در ادوات نوری مانند انبرک اپتیکی و سردسازی لیزری دارد [۲و۱].

اکثر کارهای انجام شده روی پراکندگی نور از اجسام مربوط به فضای آزاد است و به ندرت می توان مطالعاتی از بازتاب و عبور نور در فضاهای بسته و نیمه بسته مثل کاواک ها و موجبرها پیدا کرد [۳]. به نظر می رسد که پراکندگی نور و نیروی اپتیکی در داخل موجبرها دارای زوایای پنهان زیادی باشد. در این مقاله، یک موجبر با مقطع بیضوی لحاظ می شود و ضرایب بازتاب و تراگسیل نور از جسمی به ضخامت L و ضریب شکست n که هم مقطع با موجبر است در قالب یک کار جدید به روش عددی محاسبه می گردد.

ساختار مقاله به این صورت است: ابتدا روش عددی محاسبه مدهای قابل هدایت در موجبر بیضوی آورده می شود. سپس نتایج محاسبات عددی عبور و انعکاس ذکر می گردد. در انتهای مقاله نیز به نتیجه گیری پرداخته می شود.

الگوریتم محاسبه مدهای موجبری

برای به دست آوردن مدهای موجبری در داخل یک موجبر دلخواه باید معادله موج الکترومغناطیسی برای فضای داخل آن حل شود. از بین مدهای TE (میدان الکتریکی عرضی) و TM (میدان مغناطیسی عرضی) در اینجا مد TM مدّ نظر قرار می گیرد. در این مد، میدان مغناطیسی هیچ مولفه ای در راستای محور موجبر ندارد و با حل معادله هلمهولتز برای مولفه محوری میدان الکتریکی E_z سایر مولفه های میدان یعنی E_x، E_y، H_x و H_y به دست خواهند آمد [۴]:

$$\nabla^2 E_z(x,y,z) + k^2 E_z(x,y,z) = 0 \qquad (۱)$$

در این معادله $k=\omega/c$ و ω فرکانس نور می باشد. طبق جداسازی متغیرها E_z دارای جوابی به شکل زیر خواهد بود:

$$E_z(x,y,z) = E_z(x,y)e^{\pm ik_z z} \qquad (۲)$$

$E_z(x,y)$ نیز از حل معادله زیر به دست می آید:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)E_z(x,y) + k_{xy}^2 E_z(x,y) = 0 \qquad (۳)$$

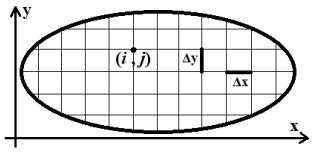
k_z و k_{xy} هم باید در تساوی زیر صدق کنند:

$$k_{xy}^2 + k_z^2 = \left(\frac{n\omega}{c}\right)^2 \qquad (۴)$$

اگر موجبر دارای شکل ساده ای مانند مستطیل و دایره باشد معادله (۳) به صورت تحلیلی قابل حل خواهد بود و میدان E_z و به تبع آن سایر میدان ها به دست خواهند آمد. ولی اگر شکل موجبر غیر از اینها باشد دیگر نمی توان این معادله را به صورت تحلیلی حل کرد و باید به راه های عددی و ابزارهای محاسباتی استاندارد برای حل معادله (۳) به منظور یافتن عدد موج عرضی و مدهای موجبری متوسل شد. روش های متنوعی برای انجام این کار وجود دارد که از آن جمله می توان به الگوریتم های المان محدود و تفاضل محدود اشاره کرد. در اینجا از یک روش ساده تفاضل محدود استفاده می گردد. اصول کار بدین صورت است که ابتدا مقطع موجبر در سیستم مختصات مناسب شبکه بندی شده و به المان های زیادی تقسیم می شود، شکل ۱.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-07]



شکل ۱: المان بندی موجبر بیضوی در سیستم مختصات دکارتی.

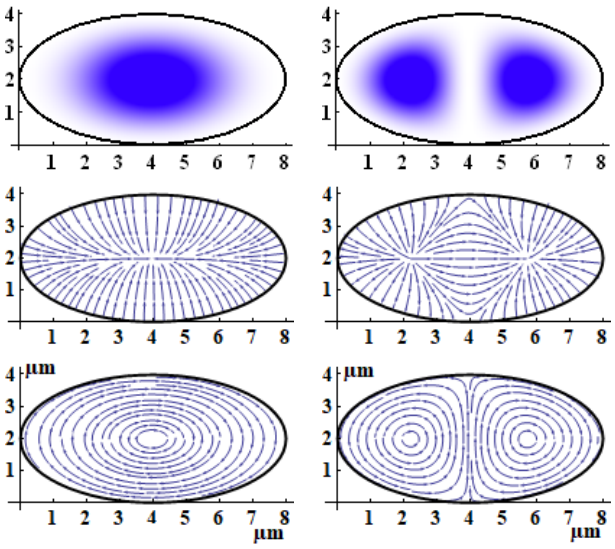
سپس، معادله (۳) با فرمول سه نقطه ای مشتق دوم برای هر المان (i,j) به شکل گسسته زیر در می آید:

$$\frac{E_z(i-1,j)-2E_z(i,j)+E_z(i+1,j)}{\Delta x^2}+\frac{E_z(i,j-1)-2E_z(i,j)+E_z(i,j+1)}{\Delta y^2}+k_{xy}^2E_z(i,j)=0 \qquad (۵)$$

برای تمام المان ها چنین معادله ای نوشته می شود و در المان های مرزی نیز از شرط صفر شدن مولفه مماسی میدان الکتریکی در مرز رسانای ایده آل (یعنی ۰=(مرز)E_z) استفاده می گردد. با این کار به تعداد المان ها (غیر از نقاط مرزی) معادله به وجود خواهد آمد. با کنار هم گذاشتن این معادلات یک دستگاه معادله-مجهول ویژه مقداری شکل می گیرد که ویژه مقادیر آن k_{xy}^2 و مجهولات آن E_z خواهند بود. با حل این دستگاه، میدان ها و اعداد موج به دست می آیند. یک برنامه رایانه ای به زبان Mathematica توسط نویسندگان مقاله طراحی شده است که با دریافت موجبر دلخواه (در اینجا بیضوی) میدان ها و اعداد موج عرضی (و نیز فرکانس قطع) و از آنها نیز ضرایب بازتاب و عبور از سطح اجسام تخت درون موجبر را محاسبه می کند. در ادامه به استفاده از این کد در شبیه سازی اشاره می گردد.

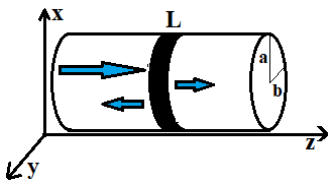
نتایج شبیه سازی و بررسی آنها

یک موجبر بیضوی با قطر بزرگ a=۴ μm و قطر کوچک b=۲ μm با دیواره رسانا لحاظ می گردد. فرض می شود که فضای درون موجبر خلأ باشد. با اجرای کد رایانه ای مذکور فرکانس های قطع و توزیع میدان ها برای مدهای مختلف به دست می آیند. در شکل ۲ توزیع میدان E_z و نیز توزیع میدان الکتریکی عرضی و میدان مغناطیسی عرضی برای مد اول و دوم این موجبر ترسیم شده است.



شکل ۲: توزیع میدان الکترومغناطیسی مد اول (ستون چپ) و مد دوم (ستون راست) یک موجبر بیضوی برای میدان الکتریکی محوری، E_z، (ردیف بالا)، و نیز خطوط میدان الکتریکی عرضی (ردیف وسط) و خطوط میدان مغناطیسی عرضی (ردیف پایین).

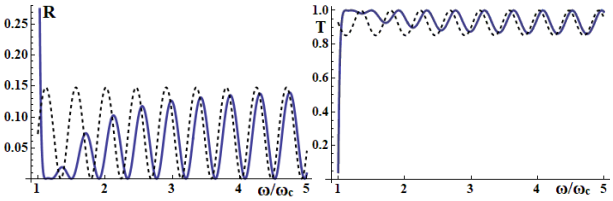
با این میدان ها به راحتی می توان انتقال انرژی و تکانه موج نوری در موجبر را محاسبه کرد. در اینجا به بازتاب و عبور از یک تیغه با ضخامت L و ضریب شکست n که هم مقطع موجبر است پرداخته می شود. روند کار اینگونه است که ابتدا یک موج الکترومغناطیسی موجبری به این تیغه تابیده می شود. قسمتی از موج از سطح آن بازتاب شده و قسمتی هم عبور پیدا می کند. قسمت عبوری به سمت وجه دوم جسم حرکت کرده و از آنجا بازتاب می شود و درصدی از آن نیز عبور می کند. این بازتاب ها و عبورهای پی در پی در نهایت یک موج بازتابی، دو موج رفت و برگشتی در داخل تیغه و یک موج عبوری ایجاد می کند، شکل ۳ [۵].



شکل ۳: فرود یک موج الکترومغناطیسی موجبری از سمت چپ به تیغه ای به ضخامت L و بازتاب و عبور آن از تیغه.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.
[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-07]

با استفاده از مدهای موجبری و اعمال شرایط مرزی در وجوه تیغه به راحتی می توان ضرایب بازتاب و عبور را به دست آورد. در شکل ۴ این ضرایب برای پایین ترین مد موجبر (یعنی ستون چپ شکل ۲) در فرود به تیغه ای با ضریب شکست n=۱/۵ و ضخامت L=۵ μm ترسیم شده است.



شکل ۴: ضریب عبور (راست) و ضریب بازتاب (چپ) یک تیغه به ضخامت μm ۵ و ضریب شکست ۱/۵ در داخل موجبر بر حسب فرکانس (بهنجار شده به فرکانس قطع) در پایین ترین مد TM. نمودار خط چین مربوط به تیغه در فضای آزاد می باشد.

به وضوح دیده می شود که ضریب بازتاب در نزدیکی فرکانس قطع خیلی زیاد و نزدیک به ۱ است. این مقدار با دور شدن از فرکانس قطع سریعاً به صفر کاهش می یابد و بعد از آن شکل تناوبی صعودی به خود می گیرد و در فرکانس های بالاتر هموار می شود. رفتار تناوبی را این گونه می توان توجیه کرد که سیستم مورد مطالعه (شکل ۳) تا حدی مشابه تداخل فابری-پرو است و همانطور که بازتاب و عبور فابری-پرو تناوبی است (نمودارهای خط چین در شکل ۴) در اینجا نیز ظهور چنین رفتاری باید مورد انتظار باشد. البته آنها یک تفاوت اساسی با هم دارند بدین صورت که فابری-پرو معمولی در فضای آزاد قرار دارد ولی اینجا در داخل موجبر مستقرّ شده است. قرار گرفتن در موجبر شرایط مرزی مازادی بر تداخل فابری-پرو تحمیل می کند و این شرایط اضافی دلیل اصلی رفتار پیچیده در فرکانس قطع و فرکانس های نزدیک به آن می باشند، شکل ۴.

با داشتن ضریب بازتاب به راحتی می توان نیروی اپتیکی وارد بر تیغه را محاسبه کرد. از آنجا که برانگیزش ویژه مدها در داخل موجبری که شامل یک جسم تخت همگن و همسانگرد و هم مقطع با موجبر باشد هیچ گرادیان میدانی ایجاد نمی کند پس نیروی اپتیکی وارد بر تیغه از نوع نیروی اپتیکی پراکندگی خواهد بود. انتظار بر این است که این نیرو رفتاری مشابه با ضریب بازتاب داشته باشد یعنی در فرکانس هایی که ضریب بازتاب بیشتر است نیروی رو به جلوی بیشتری احساس شود و جاهایی که ضریب بازتاب صفر است هیچ نیرویی وارد نیاید.

نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از کد نویسی و شبیه سازی به بازتاب و تراگسیل از یک تیغه دی الکتریک واقع در یک موجبر بیضوی پرداخته شد. نشان داده شده شد که ضریب بازتاب در فرکانس قطع بیشترین مقدار را دارد و در فرکانس های بالاتر یک مقدار تناوبی و هموار به خود می گیرد. از آنجا که نیروی اپتیکی پراکندگی وارد بر تیغه با ضریب بازتاب متناسب است می توان نتیجه گیری کرد که بیشترین نیرو در نزدیکی فرکانس قطع به تیغه وارد خواهد شد.

سپاسگزاری

حمایت دانشگاه ملایر از این کار پژوهشی مورد تقدیر و تشکر می باشد.

مرجع‌ها

[1] M. Nieto-Vesperinas et al., "Optical forces on small magnetodielectric particles", OPTICS EXPRESS, Vol. 18, No. 11, p.p. 11428-11443, 2010.

[2] R. Quidant et al., "Optical manipulation of plasmonic nanoparticles". Appl. Phys. A, Vol. 89, p.p. 233–239, 2007.

[3] J. W. Liaw, “Simulation of surface plasmon resonance of metallic nanoparticles by the boundary-element method”, J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 23, No.1, p.p. 108-116, 2006.

[4] John David Jackson, *Classical Electrodynamics*, third edition, p. 359, 1998.

[5] M. Rezvani Jalal, F. Vaziri Alamdarlo, “Simulation of light interference by a biaxial thin film”, Optik, Vol. 130, p.p. 393–397, 2017.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-07]