حالت‌های کر جابجاشده‌ی فوتون‌افزوده غیرخطی و ویژگی‌های آماری آن‌ها

غلامرضا لشکری وند، غلامرضا هنرآسا و حسن پاکارزاده

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

چکیده – در این مقاله، حالت‌های کر جابجاشده‌ی فوتون‌افزوده غیرخطی به عنوان میدان خروجی از یک تداخل‌سنج ماخ –زندرحاوی محیط کر زمانی که میدان‌های ورودی حالت همدوس فوتون‌افزوده تغییرشکل یافته و حالت خلا هستند، معرفی می‌گردد. در ادامه، به عنوان تحقق فیزیکی حالت‌های معرفی‌شده، رهیافت مطرح‌شده برای پتانسیل پوش-تلر اعمال و توزیع تعداد فوتون و پارامتر مندل آن‌ها بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد حالت‌های معرفی‌شده را می‌توان به عنوان حالت‌های غیرکلاسیکی در نظر گرفت.

کلید واژه- تداخل‌سنج ماخ-زندر، حالت‌های کر جابجاشده، حالت‌های فوتون‌افزوده، توزیع تعداد فوتون، پارامتر مندل

Nonlinear Photon-Added Displaced Kerr States and Their Statistical Properties

Gholamreza Lashkarivand, Gholamreza Honarasa and Hassan Pakarzadeh

Department of Physics, Shiraz University of Technology, Shiraz

Abstract- In this paper, nonlinear photon-added displaced Kerr states are introduced as the output field of a Mach-Zehnder interferometer including the Kerr medium when the input fields are the deformed photon-added coherent state and the vacuum state. As the physical realization, the presented approach is applied to the Poschl-Teller potential and their photon number distribution and Mandel parameter are studied. The results show that the introduced states can be considered as the nonclassical states.

Keywords: Mach-Zehnder interferometer, Displaced Kerr state, Photon-added coherent states, Photon number distribution, Mandel Parameter

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-01]

۱- مقدمه

امروزه ویژگی‌های غیرکلاسیکی میدان‌های تابشی در اپتیک کوانتومی به دلیل کاربردهایی که در حوزه اطلاعات کوانتومی، مخابرات کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی و ... دارند[۱]، از اهمیت فراوانی برخوردارند. تعمیم حالت‌های همدوس می‌تواند باعث بروز ویژگی‌های غیرکلاسیکی گردد و استفاده از یک تابع غیرخطی برای تغییرشکل حالت‌های همدوس، از مهمترین تعمیم‌های حالت‌های همدوس استاندارد محسوب می‌شود که به این حالت‌های تعمیم‌یافته، حالت‌های همدوس غیرخطی می‌گویند[۲].

یکی دیگر از حالتهای همدوس تعمیم‌یافته، حالت فوتون‌افزوده است که با به‌کارگیری مکرر عملگر خلق فوتون روی پایه‌های حالت همدوس به‌دست می‌آید. این حالت‌ها توسط اگروال و تارا در سال ۱۹۹۹ معرفی [۳] و چند سال بعد بوسیله زاواتا و همکارانش[۴] به طور تجربی محقق شدند. افزودن فوتون به میدان‌های گاوسی می‌تواند منجر به بروز و نمایش ویژگی‌های غیرکلاسیکی شود[۵]. حالت‌های فوتون‌افزوده تغییرشکل یافته در سال ۲۰۱۱ معرفی گردید و ویژگی‌های غیرکلاسیکی آن مورد بررسی قرار گرفت[۶]. اخیرا حالت‌های کر جابجاشده غیرخطی که از تداخل بین یک حالت همدوس فوتون‌افزوده و حالت خلا در یک تداخل‌سنج ماخ-زندر حاوی محیط کر به دست می‌آیند معرفی شده است[۷].

در این مقاله، برای اولین بار، با در نظر گرفتن حالت‌های فوتون‌افزوده‌ی تغییرشکل یافته، به‌عنوان حالت ورودی محیط کر و قراردادن آن‌ها در یک تداخل‌سنج ماخ-زندر، دسته متمایزی از حالت‌های کر جابجاشده فوتون‌افزوده غیرخطی(ψ_{NDKS})، معرفی و سپس ویژگی‌های آماری آن‌ها بررسی می شود.

۲- حالت‌های کر جابجاشده‌ی فوتون‌افزوده غیرخطی

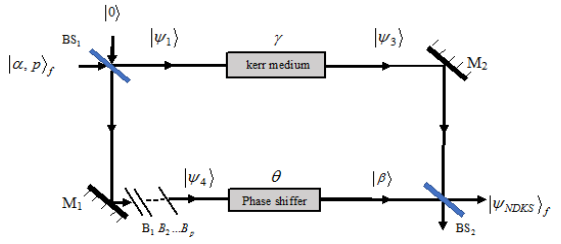
حالت‌های همدوس غیرخطی به‌عنوان ویژه‌حالت‌های عملگر نابودی تغییرشکل یافته‌ی $\hat{A}=\hat{a}f(\hat{n})$ که در آن $f(\hat{n})$ تابعی از عملگر تعداد $\hat{n}=\hat{a}^{\dagger}\hat{a}$ است، تعریف می‌شوند $\hat{A}|\alpha\rangle_f=\alpha|\alpha\rangle_f$ [۲و۸]. حالت‌های همدوس فوتون‌افزوده تعمیم‌یافته از اعمال p مرتبه عملگر خلق تغییرشکل یافته بر حالت‌های همدوس غیرخطی به صورت زیر به‌دست می‌آیند[۶]:

$$|\alpha,p\rangle_f=N_1A^{\dagger p}|\alpha\rangle_f \qquad (۱)$$
$$=N_1\sum_{n=0}^{\infty}\frac{[f(n+p)]!}{[f(n)]!^2}\frac{\alpha^n\sqrt{(n+p)!}}{n!}|n+p\rangle$$

که در آن $[f(n)]!=f(n)...f(1)$ و

$$N_1=\left(\sum_{n=0}^{\infty}|\alpha|^{2n}\frac{[f(n+p)]!^2}{[f(n)]!^4}\frac{(n+p)!}{n!^2}\right)^{-1/2} \qquad (۲)$$

ضریب بهنجارش است. یک طرح آزمایشگاهی بر اساس تداخل‌سنج ماخ-زندرکه شامل یک محیط غیرخطی کر در یک شاخه و یک انتقال‌دهنده فاز در شاخه دیگر است(شکل۱)، می‌تواند حالت‌های کر جابجاشده‌ی فوتون‌افزوده غیرخطی را به‌وجود آورد. حالت همدوس فوتون‌افزوده‌ی تغییرشکل یافته‌ی $|\alpha,p\rangle_f$ با حالت خلاء در پرتوشکاف BS_1 تداخل کرده و در شاخه‌ی بالای تداخل‌سنج، پس از عبور از یک محیط کر با ثابت $\gamma=2\chi L/\upsilon$ (L طول محیط کر، υ سرعت فاز در محیط کر و χ ضریب جفت‌شدگی مرتبط با پذیرفتاری مرتبه سوم محیط کر) و با عملگر تحول در تصویر برهم‌کنش $\hat{U}_k(\gamma)$ به یک حالت کر غیرخطی تبدیل می‌شود. در شاخه پایین با گذر از p پرتوشکاف متوالی، p فوتون از حالت همدوس فوتون‌افزوده‌ی تغییرشکل یافته کم می‌شود و با عبور از یک انتقال‌دهنده‌ی فاز، در پرتوشکاف BS_2 با شاخه‌ی بالا درهم‌آمیخته و حالت میدان خروجی $|\psi_{NDKS}\rangle_f$ را ایجاد می‌نماید.



شکل ۱: نمایی ساده از طرح‌واره‌ی حالت کر غیرخطی جابجاشده با ورودی حالت فوتون‌افزوده‌ی تغییرشکل یافته و حالت خلا.

اگر برهم‌کنش پرتو خروجی از پرتوشکاف BS_1 با محیط کر

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-01]

غیرخطی در شاخه‌ی بالای تداخل‌سنج را با هامیلتونی $H=\hbar\omega a^{\dagger}a+\hbar\chi a^{\dagger 2}a^{2}$ بیان کنیم [۷]؛ حالت خروجی از محیط کر به صورت $|\psi_3\rangle=\hat{U}_k(\gamma)|\psi_1\rangle$ به‌دست می‌آید که در آن $\hat{U}_k(\gamma)=\exp[i\frac{\gamma}{2}\hat{n}(\hat{n}-1)]$ است. بنابراین:

$$|\psi_3\rangle=\hat{U}_k(\gamma)|\alpha,p\rangle_f$$
$$=N_1\sum_{m=0}^{\infty}[e^{i\frac{\gamma}{2}(m+p)(m+p-1)}\times\frac{[f(m+p)]!}{[f(m)]!^2}\times\frac{\alpha^m\sqrt{(m+p)!}}{m!}|m+p\rangle] \quad (۳)$$

در شاخه‌ی دیگر، پس از بیرون کشیدن p فوتون توسط پرتوشکاف‌های متوالی که ضرایب عبور بالایی دارند، در انتقال‌دهنده فاز دچار جابجایی فاز می‌شود ($|\beta\rangle$) و در پرتوشکاف BS_2 با حالت کر فوتون‌افزوده‌ی غیرخطی تداخل می‌کند و حالت کر جابجاشده‌ی فوتون‌افزوده غیرخطی را ایجاد خواهد کرد. چنانچه پرتوشکاف BS_2 بازتابندگی بالایی داشته باشد ($r\approx 1$)، افت‌وخیزهای کوانتومی شاخه‌ی پایین در خروجی نهایی تاثیر ندارد و فقط نقش یک نیروی محرکه‌ی کلاسیک را بازی می کند که به وسیله‌ی عملگر جابجایی $\hat{D}(\beta)=\exp(\beta a^{\dagger}-\beta^{*}a)$ توصیف می‌شود[۹]. حالت خروجی به صورت زیر به دست می‌آید:

(۴)

$$|\psi_{NDKS}\rangle_f=\frac{1}{N}\hat{D}(\beta)|\psi_3\rangle=$$
$$\frac{N_1}{N}\sum_{m=0}^{\infty}[e^{i\gamma/2(m+p)(m+p-1)}\frac{[f(m+p)]!}{[f(m)]!^2}\times\frac{\alpha^m\sqrt{(m+p)!}}{m!}\hat{D}(\beta)|m+p\rangle]$$

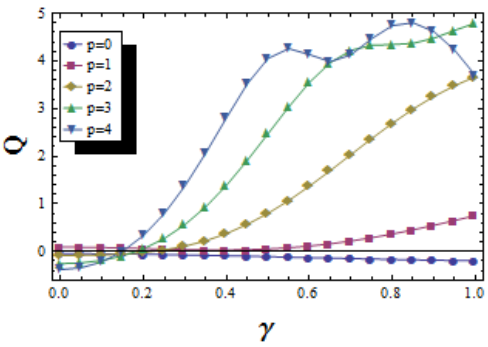
۳- ویژگی‌های آماری

تابع غیر خطی $f(\hat{n})$ این امکان را فراهم می‌کند تا با انتخاب مناسب آن برای هر سامانه فیزیکی، پارامترهای استاندارد مربوط به آن سامانه را محاسبه وتحلیل کرد. در این مقاله، دو ویژگی آماری توزیع تعداد فوتون و پارامتر مندل را برای پتانسیل پوش- تلر که کاربردهای متنوعی در زمینه‌های مختلف فیزیکی دارد را مورد مطالعه قرار داده‌ایم. تابع غیرخطی متناظر با این پتانسیل به صورت $f(\hat{n})=\sqrt{n+\nu}$ و $\nu>2$ در نظر گرفته می‌شود[۱۰].

۳-۱- پارامتر مندل

پارامتر مندل که به صورت $Q=\frac{\langle n^2\rangle-\langle n\rangle^2}{\langle n\rangle}-1$ تعریف می‌شود، میزان انحراف توزیع حالت‌ها را از آمار پواسونی نشان می‌دهد؛ به طوریکه $Q>0$ متناظر با توزیع فراپواسونی(حالت کلاسیکی)، $Q<0$ متناظر با توزیع زیرپواسونی(حالت غیرکلاسیکی) و $Q=0$ متناظر با توزیع پواسونی(حالت همدوس) می‌باشد. با محاسبه مقادیر چشم‌داشتی روی حالت کر جابجاشده‌ی فوتون‌افزوده غیرخطی معرفی‌شده پارامتر مندل به‌دست می‌آید.

در شکل ۲ نحوه تغییرات پارامتر مندل بر حسب γ نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که در حالت $p=0$ که معادل یک حالت کر جابجاشده بدون فوتون برانگیخته‌شده است، پارامتر مندل برای تمام مقادیر γ منفی می‌شود و آمار زیرپواسونی از خود نشان می‌دهد. با افزایش p این رفتار به سمت γ های کوچکتر متمایل می‌گردد.



شکل ۲: پارامتر مندل به صورت تابعی از γ برای مقادیر مختلف p و $\alpha=1$، $\beta=2$ و $\nu=3$.

۳-۲- توزیع تعداد فوتون

احتمال یافتن فوتون از ویژگی‌های کلیدی هر حالت کوانتومی است. با استفاده از رابطه‌ی زیر[۱۱]:

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-01]

$$\langle n|\hat{D}(\beta)|m\rangle = e^{-|\beta|^2/2}\begin{cases}\beta^{n-m}(\frac{m!}{n!})^{1/2}L_m^{n-m}(|\beta|^2), n\geq m\\ (-\beta^*)^{m-n}(\frac{n!}{m!})^{1/2}L_n^{m-n}(|\beta|^2),\ n<m\end{cases}$$

(۵)

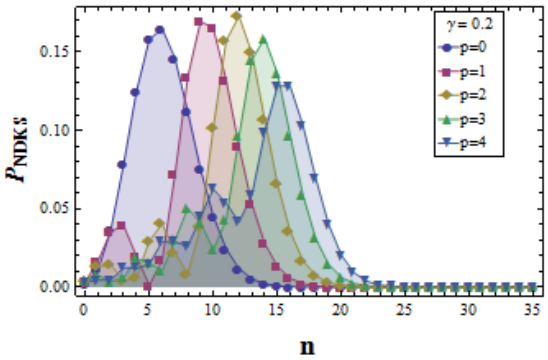
که در آن $L_n^m(x)$ چند جمله‌ای لاگر وابسته است می‌توان توزیع تعداد فوتون P_{NDKS} را به صورت زیر به‌دست آورد:

$$P_{NDKS} = \left|\langle n|\psi_{NDKS}\rangle_f\right|^2$$
$$= \left|\frac{N_1}{N}\right|^2 e^{-|\beta|^2}\left|\sum_{m=0}^{\infty}[\frac{[f(m+p)]!}{[f(m)]!^2}\frac{\alpha^m}{m!}\right.$$
$$\times\begin{cases}\frac{(m+p)!}{\sqrt{n!}}e^{i\gamma/2(m+p)(m+p-1)}\beta^{n-m-p}L_{m+p}^{n-m-p}(|\beta|^2)]\Big|^2, n\geq m+p\\ \sqrt{n!}e^{i\gamma/2(m+p)(m+p-1)}(-\beta^*)^{m+p-n}L_n^{m+p-n}(|\beta|^2)]\Big|^2, n<m+p\end{cases}$$

(۶)

که در آن

$$\left|\frac{N_1}{N}\right|^2 = \left(\sum_{m=0}^{\infty}|\alpha|^{2m}\frac{[f(m+p)]!^2}{[f(m)]!^4}\frac{(m+p)!}{m!^2}\right)^{-1} \quad (۷)$$



شکل ۳: توزیع تعداد فوتون برای مقادیر مختلف p و $\gamma = 0.2$.

در شکل۳ ، P_{NDKS} برحسب تعداد فوتون n برای مقادیر مختلف p و پارامتر محیط کر $\gamma = 0.2$ رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود آمار فوتونی با افزایش p (در محدوده‌ای که رفتار زیرپواسونی دارند)، باعث جایگزیده‌تر شدن توزیع فوتون‌ها شده و با افزایش بیشتر p پس از وارد شدن به محدوده‌ی فراپواسونی، توزیع فوتون گسترده‌تر می‌شود و به تدریج این توزیع، نوسانی و نامنظم شده که می‌تواند ناشی از تداخل در فضای فاز باشد.

۴- نتیجه‌گیری

دراین مقاله حالت‌های کر جابجاشده‌ی فوتون‌افزوده غیرخطی معرفی گردید. این حالت‌ها از تداخل یک حالت فوتون‌افزوده تعمیم‌یافته با حالت خلا در یک تداخل‌سنج ماخ-زندر حاوی محیط کر ساخته می‌شوند. با بررسی ویژگی‌هایی مانند پارامتر مندل و توزیع فوتون برای حالت ارائه‌شده، مشاهده می‌شود که این حالت‌ها رفتار غیرکلاسیکی از خود نشان می‌دهند و می‌توان آن‌ها را به عنوان حالت‌های غیرکلاسیکی در نظر گرفت.

مراجع

[1] D. Browne, S. Bose, F.Mintert, M.S. Kim, “From quantum optics to quantum technologies”, Quantum Electronics, Vol. 54, pp. 2–18, 2017

[2] R. L.de Matos Filho, W.Vogel, “Nonlinear coherent states”, Phys. Rev. A, Vol. 54, pp. 4560-4563, 1996.

[3] G. S. Agarwal, K. Tara, “Nonclassical properties of states generated by the excitations on a coherent state”, 1991 Phys. Rev. A, Vol. 43, pp. 492-497, 1991.

[4] A. Zavatta, S. Viciani, M. Bellini, “uantum-to-Classical Transition with Single-Photon-Added Coherent States of Light”, Science, Vol. 306, pp. 660-662, 2004.

[5] C. T. Lee, “Theorem on nonclassical states”, Phys. Rev. A, Vol. 52, pp. 3374–3376, 1995.

[6] O. Safaeian, M. K. Tavassoly, “Deformed photon-added nonlinear coherent states and their non-classical properties”, J. Phys. A: Math. Theor., Vol. 44, pp. 225301, 2011.

[7] A. Chatterjee, R. Ghosh, “Nonlinear displaced Kerr state and its nonclassical properties”, J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 33, pp. 1511-1522, 2016.

[8] V. L. Man’ko, G. Marmo, E. C. G.Sudarshan, F. Zaccaria, “f-oscillators and nonlinear coherent states” , Phys. Scr., Vol. 55, pp. 528– 541, 1997.

[9] M. Kitagawa, Y. Yamamoto, “Number-phaseminimum-uncertainty state with reduced number uncertainty in a Kerr nonlinear interferometer”, Phys. Rev. A, Vol. 34, pp. 3974–3988, 1986.

[10] G.R. Honarasa, M.K. Tavassoly, M. Hatami, “Quantum phase properties associated to solvable quantum systems using the nonlinear coherent states approach”, Opt. Commun., Vol. 282, pp. 2192–2198, 2009.

[11] R. Tanaś, B. K. Murzakhmetovs, T. Gantsogs, A. V. Chizhov, “Phase properties of displaced number states,” Quantum Opt., Vol. 4, pp. 1–7, 1992.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-01]