چلاندگی کوادراتورهای میدان در یک نوسانگر اپتومکانیکی غیرخطی میرا: رهیافت هایزنبرگ-لانژوین

محمد جواد صالحی، حمیدرضا باغشاهی و علی اصغری نژاد

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان، رفسنجان

چکیده – در این مقاله به مطالعه چلاندگی کوادراتورهای میدان در یک سامانه اپتومکانیکی با بازتابنده‌های براگ متحرک و یک تیغه دی‌الکتریک در داخل آن که به صورت مرتبه دوم با میدان کاواک جفت شده است می‌پردازیم. همچنین فرض بر این است که برهم‌کنش در حضور محیط کر، میدان لیزر و اثرات اتلافی اتفاق بیافتد. با استفاده از رهیافت هایزنبرگ-لانژوین، تأثیر محیط کر، جفت‌شدگی اپتومکانیکی، پارامتر وادنیدگی و اثرات اتلافی بر روی چلاندگی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

کلید واژه- چلاندگی، نوسانگر اپتومکانیکی، میرایی، رهیافت هایزنبرگ- لانژوین

Squeezing of the Field Quadratures in a Dissipative Nonlinear Optomechanical Oscillator: Heisenberg-Langevin Approach

Mohammad Javad Salehi, Hamid Reza Baghshahi and Ali Asghari Nejad

Department of Physics, Faculty of Science, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan

In this paper, we study squeezing of the field quadratures in an optomechanical cavity formed by a micropillar with moveable Bragg reflectors and a thin dielectric-membrane which is quadratically coupled to the cavity field. In addition, it is considered that, this interaction is occurred in the presence of Kerr medium, laser field and dissipation effects. Using the Heisenberg-Langevin approach, the effect of Kerr medium, optomechanical coupling, detuning parameter and dissipation effects on the behavior of the squeezing is evaluated.

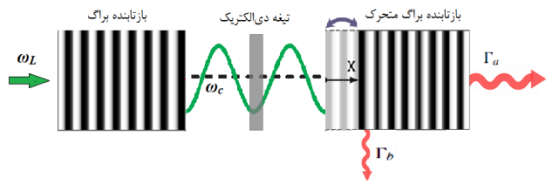
Keywords: Squeezing, Optomechanical resonator, Dissipation, Heisenberg-Langevin Approach

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-07]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

۱- مقدمه

سامانه‌های اپتومکانیکی از ساختارهای مهم در اپتیک کوانتومی به شمار می‌آیند که در نوع استاندارد آن مد کاواک می‌تواند با نوسانگر مکانیکی از طریق فشار تابشی جفت شود. از جمله کاربردهای سامانه‌های اپتومکانیک می‌توان به پردازش اطلاعات کوانتومی، سردسازی کوانتومی جسم ماکروسکوپیک، اندازه‌گیری دقیق جرم و نیرو و ... اشاره کرد [۱]. در سامانه‌های اپتومکانیکی برهم‌کنش آینه متحرک با میدان تابشی می‌تواند منجر به رفتار غیرخطی شود که با بروز این رفتار غیرخطی می‌توان به مهندسی حالت‌های غیرکلاسیکی در یک سامانه پرداخت، در [۲] یک سامانه اپتومکانیکی متشکل از دو بازتابنده براگ در دو انتهای کاواک که یکی از آنها متحرک است در نظر گرفته شده و یک چاه کوانتومی در داخل کاواک قرار دارد، که در این سامانه نشان داده شده برهم‌کنش مد کاواک و بازتابنده از مرتبه دوم است. از منظر دیگر و در ارتباط مستقیم با این مقاله تمام سامانه‌های مورد بررسی در اپتیک کوانتومی به طور اجتناب ناپذیری با محیط اطرافشان در تماس هستند و بنابراین در نظر گرفتن اتلاف در این سامانه‌ها مهم می‌باشد. یکی از رهیافت‌های مهم برای بررسی اثرات اتلافی در این سامانه‌ها رهیافت هایزنبرگ-لانژوین است، که در آن محیط اتلافی را به صورت یک ذخیره‌ساز (حمام) با تعداد درجات آزادی زیاد (مجموعه‌ای از نوسانگرهای هماهنگ) در نظر می‌گیرند [۳]. در این مقاله یک سامانه اپتومکانیکی که در دو انتهای کاواک آن بازتابنده‌های براگ قرار دارد و یکی از آنها متحرک است را در نظر می‌گیریم. همچنین فرض می‌کنیم در داخل این کاواک یک محیط غیرخطی قرار داده شده است که اثر غیرخطی کر در آن وجود دارد [۴]. در وسط کاواک و بر روی یکی از گره‌ها یا شکم‌های موج ایستاده‌ی تشکیل شده در داخل کاواک، یک تیغه دی‌الکتریک از جنس SiN با ضخامت 50_{nm} در نظر می‌گیریم [۵]. همچنین برای بازتابنده متحرک و خود کاواک میرایی در نظر می‌گیریم. با استفاده از رهیافت هایزنبرگ-لانژوین و استفاده از تقریب نویز سفید مارکوفی، چلاندگی مدهای میدان را مورد مطالعه قرار داده و تأثیر میرایی بر روی آن را مورد بررسی قرار می‌دهیم. لازم به ذکر است که حالت یک میدان را چلانده می‌گوییم اگر تغییرات یکی از کوادراتورهای میدان نسبت به حالت همدوس کاهش و کوادراتور دیگری افزایش پیدا کند، با این شرط که تغییرات آنها در اصل عدم قطعیت صدق کند [۳]. از کاربردهای مهم حالت‌های چلانده می‌توان به آشکارسازی امواج گرانشی [۶] و ... اشاره نمود.



شکل ۱: طرحواره سامانه اپتومکانیکی که در آن بازتابنده‌های براگ در دو انتهای کاواک و تیغه دی‌الکتریک مشخص شده‌اند. Γ_a ثابت میرایی کاواک و Γ_b ثابت میرایی بازتابنده براگ متحرک هستند.

۲- رهیافت هایزنبرگ-لانژوین برای سامانه‌های اپتومکانیکی

در اینجا یک نوسانگر اپتومکانیکی که زیر سامانه‌های آن به صورت مرتبه دو و غیرخطی [۲و۴] با هم جفت شده‌اند را در نظر می‌گیریم. همچنین یک میدان تک‌رنگ لیزر با فرکانس ω_L به داخل کاواک تابیده می‌شود. هامیلتونی این سامانه ما به صورت زیر است:

$$\hat{H} = \hat{H}_R + \hat{H}_0 \qquad (۱)$$

به طوری که $\hat{H}_0$ و $\hat{H}_R$ به وسیله معادلات (۲) و (۳) داده شده اند. $\hat{H}_R$ قسمتی است که هر دو زیرسامانه با حمام گرمایی خودشان درهم‌کنش می‌کنند که می‌توانیم آنها را به صورت مجموعه‌ای از نوسانگرهای هماهنگ در نظر بگیریم. در چارچوب چرخان با فرکانس ω_L هامیلتونی $\hat{H}_0$ به صورت زیر تبدیل می‌شود $(\Delta_c = \omega_c - \omega_L)$:

$$\hat{H}_0 = \Delta_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_M \hat{b}^\dagger \hat{b} + g_{opt}[\hat{a}^\dagger \hat{a}(\hat{b}^\dagger + \hat{b})^2] + \Omega(\hat{a}^\dagger + \hat{a}) + \chi \hat{a}^{\dagger 2} \hat{a}^2 \qquad (۲)$$

به طوری که $\hat{a}^\dagger$ و $\hat{b}^\dagger$ به ترتیب عملگرهای خلق فوتون‌های کاواک و فونون‌ها با فرکانس‌های ω_c و ω_M هستند. جمله سوم معادله (۲) جفت شدگی مرتبه دو بازتابنده متحرک با مد میدان، جمله چهارم تابش میدان لیزر و جمله آخر این معادله اثر غیرخطی کر را نشان می‌دهند. $\hat{H}_R$ به صورت

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-07]

زیر است:

$$\hat{H}_R = \sum_k \omega_k \hat{m}_k^\dagger \hat{m}_k + \sum_k g_k (\hat{m}_k^\dagger \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{m}_k) + \sum_{k'} \omega_{k'} \hat{n}_{k'}^\dagger \hat{n}_{k'} + \sum_{k'} g_{k'} (\hat{n}_{k'}^\dagger \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{n}_{k'}) \quad (۳)$$

به طوری که دو جمله اول سمت راست آن میرایی کاواک از طریق حمام گرمایی خودش با عملگرهای نوسانگر هماهنگ ساده $\hat{m}_k^\dagger$ و $\hat{m}_k$ و جمله سوم و چهارم میرایی بازتابنده متحرک به وسیله عملگرهای $\hat{n}_{k'}$ و $\hat{n}_{k'}^\dagger$ هست.

معادلات حرکت هایزنبرگ برای عملگرهای دو زیر سامانه کاواک و بازتابنده متحرک با معادلات (۴) و (۶) و معادلات مربوط به عملگرهای منابع میرایی به وسیله معادلات (۵) و (۷) به صورت زیر مشخص می‌شوند:

(۴)
$$\frac{d}{dt}\hat{a} = -i\Delta_c \hat{a} - ig_{opt}[\hat{a}(\hat{b}^\dagger + \hat{b})^2] - i\Omega - i\sum_k g_k \hat{m}_k - 2i\chi(\hat{a}^\dagger \hat{a}^2)$$

(۵)
$$\frac{d}{dt}\hat{m}_k = -i\omega_k \hat{m}_k - ig_k \hat{a}$$

(۶)
$$\frac{d}{dt}\hat{b} = -i\omega_M \hat{b} - 2ig_{opt}[\hat{a}^\dagger \hat{a}(\hat{b} + \hat{b}^\dagger)] - i\sum_{k'} g_{k'} \hat{n}_{k'}$$

(۷)
$$\frac{d}{dt}\hat{n}_{k'} = -i\omega_{k'} \hat{n}_{k'} - ig_{k'} \hat{b}$$

با حل معادله‌های (۵) و (۷) و جایگذاری در (۴) و (۶) رابطه‌های (۸) و (۹) به وجود خواهند آمد:

$$\frac{d}{dt}\hat{a} = -i\Delta_c \hat{a} - ig_{opt}[\hat{a}(\hat{b}^\dagger + \hat{b})^2] - i\Omega - 2i\chi(\hat{a}^\dagger \hat{a}^2) - \frac{1}{2}\Gamma_a \hat{a}(t) + F_a(t) \quad (۸)$$

$$\frac{d}{dt}\hat{b} = -i\omega_M \hat{b} - 2ig_{opt}[\hat{a}^\dagger \hat{a}(\hat{b} + \hat{b}^\dagger)] - \frac{1}{2}\Gamma_b \hat{b}(t) + F_b(t) \quad (۹)$$

به طوری که $F_a(t)$، Γ_a، $F_b(t)$ و Γ_b عملگر اختلال و ثابت میرایی برای کاواک و بازتابنده متحرک هستند.

(۱۰)
$$F_a(t) = -i\sum_k g_k \hat{m}_k(0) e^{-i\omega_k t}$$

(۱۱)
$$F_b(t) = -i\sum_{k'} g_{k'} \hat{n}_{k'}(0) e^{-i\omega_{k'} t}$$

(۱۲)
$$\frac{1}{2}\Gamma_a \hat{a}(t) \cong \sum_k g_k^2 \int_0^t dt' \hat{a}(t') e^{-i\omega_k (t-t')}$$

(۱۳)
$$\frac{1}{2}\Gamma_b \hat{b}(t) \cong \sum_{k'} g_{k'}^2 \int_0^t dt' \hat{b}(t') e^{-i\omega_{k'} (t-t')}$$

۲- ۱- معادلات کوانتومی

از طریق معادلات (۸) و (۹) و الحاقی آنها یک سری معادلات جفت شده به دست می‌آید و با توجه به اینکه هر دو منبع را حمام گرمایی در نظر گرفتیم خواهیم داشت:

$$\langle F_{\hat{a}}(t)\rangle = \langle F_{\hat{b}}(t)\rangle = \langle F_{\hat{a}}(t)\hat{b}(t)\rangle = \langle F_{\hat{b}}(t)\hat{a}(t)\rangle = 0$$

$$\langle F_{\hat{a}}^\dagger(t)\hat{a}(t)\rangle = \langle \hat{a}^\dagger(t) F_{\hat{a}}(t)\rangle = \frac{\Gamma_a}{2}\bar{n}_{th}^a$$

$$\langle F_{\hat{b}}^\dagger(t)\hat{b}(t)\rangle = \langle \hat{b}^\dagger(t) F_{\hat{b}}(t)\rangle = \frac{\Gamma_b}{2}\bar{n}_{th}^b$$

و معادلات جفت شده بدست آمده به شکل زیر هستند:

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{a}\rangle = -i\Delta_c\langle\hat{a}\rangle - i\Omega - ig_{opt}\left[\langle\hat{a}\hat{b}^{\dagger 2}\rangle + \langle\hat{a}\hat{b}^2\rangle + 2\langle\hat{a}\hat{b}^\dagger\hat{b}\rangle + \langle\hat{a}\rangle\right] - 2i\chi\langle\hat{a}^\dagger\hat{a}^2\rangle - \frac{1}{2}\Gamma_a\langle\hat{a}\rangle \quad (۱۴)$$

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{b}\rangle = -i\omega_M\langle\hat{b}\rangle - 2ig_{opt}\left[\langle\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{b}\rangle + \langle\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{b}^\dagger\rangle\right] - \frac{1}{2}\Gamma_b\langle\hat{b}\rangle \quad (۱۵)$$

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{a}^\dagger\hat{a}\rangle = -i\Omega\left(\langle\hat{a}^\dagger\rangle - \langle\hat{a}\rangle\right) - \Gamma_a\left(\langle\hat{a}^\dagger\hat{a}\rangle - \bar{n}_{th}^a\right) \quad (۱۶)$$

$$\frac{d}{dt}\langle\hat{b}^\dagger\hat{b}\rangle = -2ig_{opt}\left[\langle\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{b}^{\dagger 2}\rangle - \langle\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{b}^2\rangle\right] - \Gamma_b\langle\hat{b}^\dagger\hat{b}\rangle + \Gamma_b\bar{n}_{th}^b \quad (۱۷)$$

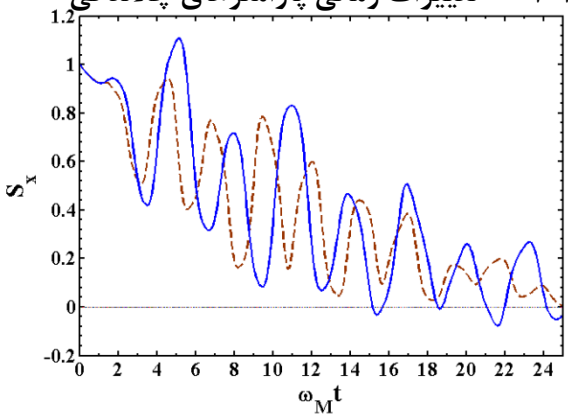
$$\frac{d}{dt}\langle\hat{a}\hat{b}^\dagger\rangle = \left(-\frac{1}{2}(\Gamma_a + \Gamma_b) + i(\omega_M - \Delta_c)\right)\langle\hat{a}\hat{b}^\dagger\rangle - i\Omega\langle\hat{b}^\dagger\rangle + ig_{opt}\left[-\langle\hat{a}\hat{b}^\dagger\hat{b}^2\rangle - \langle\hat{a}\hat{b}^{\dagger 3}\rangle - \langle\hat{a}\hat{b}^\dagger\rangle\right] + 2ig_{opt}\left[\langle\hat{a}^\dagger\hat{a}^2\hat{b}\rangle + \langle\hat{a}^\dagger\hat{a}^2\hat{b}^\dagger\rangle - \langle\hat{a}\hat{b}^{\dagger 2}\hat{b}\rangle\right] - 2i\chi\langle\hat{a}^\dagger\hat{a}^2\hat{b}^\dagger\rangle \quad (۱۸)$$

معادلات به دست آمده در بالا بسته نیستند، با استفاده از رهیافت کاهندگی، مرتبه عملگرهای ذکر شده را کاهش می‌دهیم (نهایتاً تا مرتبه دو) [۷]. با حل عددی معادلات بدست آمده به بررسی چلاندگی کوادراتورهای میدان می‌پردازیم.

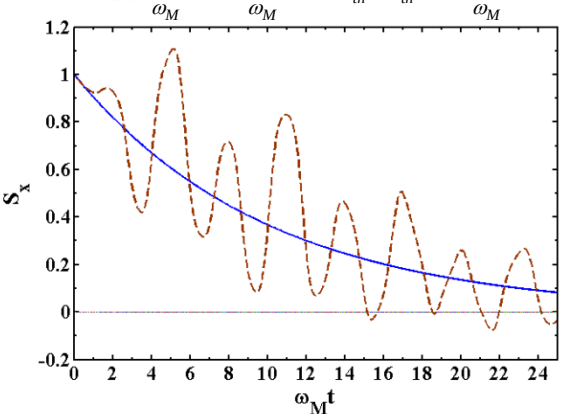
این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-07]

۱-۱- تغییرات زمانی پارامترهای چلاندگی



شکل ۲: پارامتر S_x چلاندگی با انتخاب $\frac{g_{opt}}{\omega_M}=1.1$ (نمودار توپر)، $\frac{g_{opt}}{\omega_M}=1.6$ (نمودار خطچین) و $\frac{\chi}{\omega_M}=.1$، $\frac{\Gamma_a}{\omega_M}=.1$، $\frac{\Gamma_b}{\omega_M}=.001$، $\bar{n}_{th}^a=\bar{n}_{th}^b=0$، $\frac{\Delta_c}{\omega_M}=0$، $\frac{\Omega}{\omega_M}=.6$ [۲]



شکل ۳: پارامتر S_x چلاندگی بدون در نظر گرفتن اثر کر $\frac{\chi}{\omega_M}=0$ (نمودار توپر)، در نظر گرفتن اثر کر $\frac{\chi}{\omega_M}=.1$ (نمودار خطچین)، $\frac{g_{opt}}{\omega_M}=1.1$ و پارامترهای مشابه با شکل ۲

با تعریف پارامترهای چلاندگی به صورت $S_x=4(\Delta\hat{x})^2-1$ و $S_y=4(\Delta\hat{y})^2-1$ در مؤلفه‌های $\hat{x}$ و $\hat{y}$ اگر $-1\langle S_x\langle 0$ و $-1\langle S_y\langle 0$ باشد چلاندگی رخ می‌دهد. این پارامترها با در نظرگرفتن تعریف $\hat{x}$ و $\hat{y}$ بصورت زیر هستند:

$$S_x=2\langle\hat{a}^\dagger\hat{a}\rangle+\langle\hat{a}^2\rangle+\langle\hat{a}^{\dagger 2}\rangle-\left(\langle\hat{a}\rangle+\langle\hat{a}^\dagger\rangle\right)^2 \quad (۱۹)$$

$$S_y=2\langle\hat{a}^\dagger\hat{a}\rangle-\langle\hat{a}^2\rangle-\langle\hat{a}^{\dagger 2}\rangle+\left(\langle\hat{a}\rangle-\langle\hat{a}^\dagger\rangle\right)^2 \quad (۲۰)$$

شکل ۲ برای بررسی تأثیر جفت‌شدگی اپتومکانیکی بر روی تغییرات زمانی مولفه S_x چلاندگی رسم شده است. همانطور که از این شکل مشخص است با افزایش این پارامتر عمق چلاندگی کم می‌شود. در شکل ۳ تأثیر محیط غیرخطی کر بر روی مولفه S_x چلاندگی مورد بررسی قرار گرفته است. همانطور که مشخص است چلاندگی در این مولفه فقط در حضور محیط کر اتفاق می‌افتد.

۲- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی چلاندگی کوادراتورهای میدان درون یک سامانه اپتومکانیکی با ویژگی‌های گفته شده پرداخته شده است. بر اساس نتایج بدست آمده که در اینجا نیامده است چلاندگی در مولفه y میدان با در نظر گرفتن وادنیدگی صفر وجود ندارد. ولی با انتخاب وادنیدگی صفر همانطور که در شکل‌های ۲ و ۳ آمده است در برخی از بازه‌های زمانی در مولفه x چلاندگی وجود دارد که مدت زمان رخ دادن آن و همچنین عمق آن به جفت‌شدگی اپتومکانیکی و پارامتر کر وابسته است. در مورد تأثیر پارامتر وادنیدگی (Δ_c) بر روی رفتار زمانی مولفه‌های چلاندگی ذکر این نکته لازم است که با در نظرگرفتن وادنیدگی مخالف صفر چلاندگی در هر دو مولفه، ولی با عمق بسیار ناچیز رخ می‌دهد.

مراجع

[1] M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg, F. Marquardt, Rev. Mod. Phys. 86, 1391, 2014.
[2] O. Kyriienko, T. C. H. Liew, I. A. Shelykh, Phys. Rev. Lett. 112, 76402, 2014.
[3] M. O. Scully, M. Suhail Zubairy, *Quantum optics*, Cambridge University Press,1997.
[4] S. Shahidani, M. H. Naderi, M. Soltanolkotabi, S. Barzanjeh, J. Opt. Soc. Am. B, 31, 1087, 2014.
[5] J. D. Thompson, B. M. Zwickl, A. M. Jayich, F. Marquardt, S. M. Girvin, J. G. E. Harris, Nature, 452, 72, 2008.
[6] D. Walls, Nature, 306, 141, 1983.
[7] S. K. Singh, C. H. Raymond Ooi, J. Opt. Soc. Am. B, 31, 2390, 2014.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2026-02-07]