تاثیر زاویه پمپ بر توزیع عرضی زوج فوتون درهم تنیده حاصل از تبدیل-پائین پارامتری خودبخودی

علی محمدی، آتوسا سادات عربانیان و رضا مسعودی

دانشگاه شهید بهشتی- پژوهشکده لیزر و پلاسما

چکیده - در این مقاله شبیه سازی توزیع عرضی زوج فوتون های در هم تنیده حاصل از فرایند تبدیل-پائین پارامتری خودبخودی (SPDC) گزارش می شود. فرایند SPDC یک آمیخته سازی سه موجی است که در محیط کریستال غیر خطی انجام می گیرد و در طی آن زوج فوتون های در هم تنیده به منظور استفاده در حوزه های مختلف اطلاعات کوانتومی نظیر محاسبات کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی و ارتباطات کوانتومی، تولید می شود. ابتدا معادلات تطبیق فازی فرایند SPDC در دو حالت تطبیق فازی نوع ۱ و تطبیق فازی نوع ۲ برای کریستال BBO حل شده و سپس اثر تغییر زاویه ی پمپ نسبت به بردار عمود بر سطح کریستال، روی توزیع عرضی زوج فوتون های سیگنال و ایدلر در هم تنیده بررسی می شود و نشان داده می شود که تغییر کوچک زاویه ی پمپ منجر به بوجود آمدن تغییر بزرگ در توزیع عرضی فوتون های سیگنال و ایدلر خواهد شد.

کلید واژه- تبدیل-پائین پارامتری خود بخودی، درهم تنیدگی، تک فوتون، زوج فوتون در هم تنیده.

Effect of pump angle on transverse distribution of entangled photon pairs from spontaneous parametric down-conversion

Ali Mohammadi, Atoosa Sadat Arabanian, Reza Massudi

Shahid Beheshti University-Laser and Plasma Research Institute

Abstract- In this paper, simulation of the transverse distribution of entangled photon pairs generated by spontaneous parametric down-conversion (SPDC) process is reported. SPDC process is a three-wave mixing that is carried out in a nonlinear crystal and the entangled photon pairs generated by this process to be used in various fields of quantum information such as quantum computing, quantum cryptography and quantum communication. First, we solve the phase matching equations of SPDC process in both of type I and type II phase matching methods inside BBO crystal and then effect of variation of pump angle versus the normal vector to the crystal surface on transverse distribution of the entangled pair photons of signal and idler has been investigated and it has been found that a small change in pump angle leads to a great change in the transverse distribution of signal and idler photons.

Keywords: Spontaneous Parametric Down-Conversion, Entanglement, Single Photon, Entangled Photon Pairs

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت *www.opsi.ir* قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

یکی از مفاهیم جالب و شگفت انگیز در دنیای کوانتومی مفهوم درهم تنیدگی است. با تولد اپتیک کوانتومی امکان تولید عملی حالت های درهم تنیده و انجام آزمایش بر روی آنها به وسیله ی فوتون ها بوجود آمد. فوتون های در همتنیده در عمل از روش های مختلف، نظیر تابش آبشاری اتم ها و فرایند تبدیل-پائین پارامتری خودبخودی (SPDC) تولید می شوند [1-2]. فرایند SPDC زمانی اتفاق می افتد که یک کریستال غیر خطی توسط لیزر پمپ می شود و در طی بر همکنش لیزر با کریستال، هر کدام از فوتون های پمپ، تبدیل به دو فوتون می شوند. در سال ۱۹۷۰ SPDC برای اولین بار به عنوان یک منبع تولید زوج فوتون معرفی گردید [3]. از آن زمان تاکنون آزمایش های بسیاری برای بررسی خواص مختلف این زوج فوتونها و تولید زوج فوتون های در همتنیده با استفاده از فرایند SPDC به منظور کاربرد در حوزه هایی نظیر ارتباطات کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی، محاسبات کوانتومی و آزمایش های بررسی نامساوی بل صورت گرفته است و امروزه SPDC متداول ترین روش تولید زوج فوتون های در هم تنیده می باشد [4]. با تغییر خصوصیات پمپ فرودی (نظیر جبهه موج و زاویه پمپ) و مشخصات کریستال (نظیر طول کریستال) خواص فوتون های تولید شده در فرایند SPDC را می توان مهندسی کرد [5]. در این مقاله تاثیر تغییر زاویه ی پمپ فرودی بر توزیع عرضی زوج فوتون های درهم تنیده حاصل از فرایند SPDC در کریستال BBO در هر دو حالت تطبیق فازی نوع ۱ و نوع ۲ بررسی می شود.

۲- تئوری

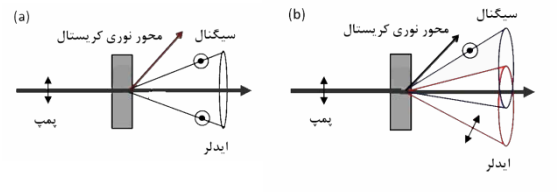
زمانی که یک کریستال غیر خطی توسط لیزر با شدت کافی پمپ می شود در اثر بر هم کنش فوتون های پمپ فرودی با کریستال، امکان رخداد فرایندهای غیر خطی مرتبه دوم مختلف از جمله تولید هماهنگ دوم (SHG)، تولید فرکانس مجموع (SFG) و SPDC وجود دارد که برخلاف دو فرایند SHG و SFG، فرکانس فوتون های تولید شده از فرایند SPDC از فرکانس فوتون های پمپ کمتر هستند. بازده هر کدام از این فرایند ها به شدت پمپ فرودی، نوع کریستال و میزان برقراری شرایط تطبیق فازی برای آن فرایند بستگی دارد. روابط بقای انرژی و تطبیق فازی برای فرایند های پارامتری مرتبه دوم از جمله SPDC به صورت رابطه های (۱) و (۲) می باشد.

$$\hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_i \quad (۱)$$

$$\hbar\vec{k}_p = \hbar\vec{k}_s + \hbar\vec{k}_i \quad (۲)$$

معادله (۱) یا همان رابطه ی بقای انرژی نشان می دهد که انرژی مجموع زوج فوتون های (سیگنال و ایدلر) تولید شده در فرایند SPDC باید با انرژی فوتون پمپ فرودی برابر باشد. معادله (۲) یا همان قانون بقای اندازه حرکت، برقراری شرایط تطبیق فازی برای انجام فرایند را مشخص می کند.

به ازای برقراری رابطه $\overrightarrow{\Delta k} = \vec{k}_p - \vec{k}_s - \vec{k}_i = 0$ بازده فرایند SPDC بیشینه می شود. پارامتر $\overrightarrow{\Delta k}$ میزان انحراف فرایند های پارامتری از شرایط تطبیق فازی کامل را مشخص می کند. راستای انتشار فوتون های سیگنال و ایدلر تولید شده در طی فرایند SPDC، مخروط های جداگانه ای در فضا تشکیل می دهند که بسته به اینکه شرایط تطبیق فازی نوع ۱ و یا نوع ۲ برقرار باشد، این مخروط ها به ترتیب هم محور یا غیر هم محور خواهند بود (شکل ۱).

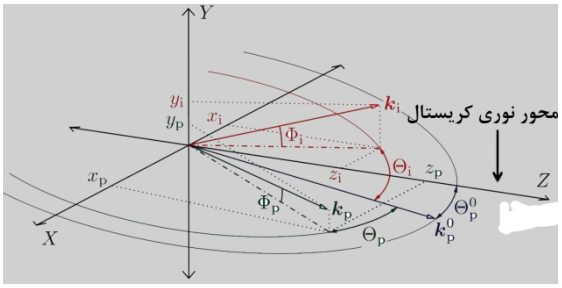


شکل ۱: توزیع فضایی فوتون های تولید شده در فرایند SPDC با تطبیق فازی نوع ۱ (a) و تطبیق فازی نوع ۲ (b)

۳- مدل محاسباتی

در اینجا معادلات تطبیق فازی برای فرایند SPDC در دو حالت تطبیق فازی نوع ۱ و نوع ۲ با فرض برقراری تطبیق فازی کامل ($\Delta k = 0$) برای کریستال BBO حل می شود. معمولا در آزمایش های تجربی از یک لیزر با پروفایل عرضی گاوسی برای پمپ کردن کریستال استفاده می شود. پرتو پمپ گاوسی را می توان به صورت برهم نهی مجموعه ای از امواج تخت در نظر گرفت که بردار موج برایند آنها، بردار موج کل پرتو پمپ فرودی را می سازد. برای حل معادلات تطبیق فازی از دستگاه مختصات نشان داده شده در شکل (۲) استفاده می کنیم.

در دستگاه مختصات شکل (۲)، محور نوری کریستال در راستای Z قرار گرفته است. بردار k_p^0 نشان دهنده راستای بردار موج برایند تمام فوتون های پمپ فرودی است که با



شکل ۲: دستگاه مختصات مورد استفاده در محاسبات [6].

محور نوری کریستال زاویه ی θ_p^0 می سازد و بردار k_p نشان دهنده راستای بردار موج هر یک از موج های تخت تشکیل دهنده ی جبهه موج پمپ می باشد. به منظور واضح تر شدن شکل، فقط راستای بردار موج فوتون های پمپ و ایدلر در شکل (۲) نشان داده شده است. با توجه به شکل (۲) مؤلفه های راستای بردار موج فوتون ها به صورت روابط (۳) تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} y_m &= sin(\phi_m) \qquad (m=s,i)\\ y_p &= sin(\phi_p)\\ z_p &= cos(\theta_p^0+\theta_p)\sqrt{1-sin^2(\phi_p)} \qquad (۳)\\ z_m &= cos(\theta_p^0-\theta_m)\sqrt{1-sin^2(\phi_m)}\\ x_n &= \sqrt{1-{y_n}^2-{z_n}^2} \qquad (n=p,s,i) \end{aligned}$$

با ترکیب مؤلفه های x,y,z معادله ی (۲) با معادله (۱) و روابط (۳)، معادله (۴) برای توزیع عرضی فوتون های ایدلر بدست می آید [7].

$$\begin{aligned} &\left(\omega_p n_p\sqrt{1-{y_p}^2-{z_p}^2}-\omega_i n_i\sqrt{1-{y_i}^2-{z_i}^2}\right)^2\\ &+\left(\omega_p n_p y_p-\omega_i n_i y_i\right)^2-\left(\omega_p n_p z_p-\omega_i n_i z_i\right)^2\\ &=n_s^2\left(\omega_p-\omega_i\right)^2 \qquad (۴) \end{aligned}$$

با طی روندی مشابه از ترکیب روابط (۲)، (۱) و (۳) رابطه ای مشابه رابطه (۴)، برای بدست آوردن توزیع عرضی فوتون های سیگنال بدست می آوریم. در رابطه (۴) بسته به اینکه از چه نوع کریستالی (کریستال دو شکستی) و با چه شرایط تطبیق فازی (نوع ۱ یا نوع ۲) استفاده می کنیم، پرتوهای پمپ، سیگنال و ایدلر می توانند دارای قطبش های عادی و غیرعادی باشند. کریستال BBO یک کریستال تک محور منفی است $(\bar{n}_e < n_o)$ و شرایط تطبیق فازی آن به شکل روابط (۵) و (۶) می باشد:

$$n_p^e\omega_p = n_s^o\omega_s + n_i^o\omega_i \qquad Type\ I \qquad (۵)$$

$$n_p^e\omega_p = n_s^o\omega_s + n_i^e\omega_i \qquad Type\ II \qquad (۶)$$

که o و e به ترتیب نشان دهنده ی جهت قطبش عادی و غیرعادی پرتوها می باشند. در نتیجه ضریب شکست هر کدام از پرتوهای پمپ، سیگنال و ایدلر (n_p, n_s, n_i) در رابطه ی (۴) بسته به نوع شرایط تطبیق فازی (روابط (۵) و (۶)) از روابط (۷) بدست می آیند.

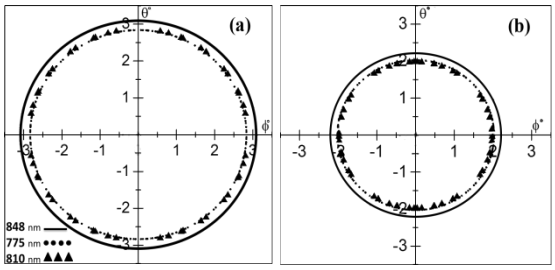
$$\begin{aligned} n_m^o &= n_o(\lambda_m) \qquad (m=p,s,i)\\ n_m^e &= \frac{\bar{n}_e(\lambda_m)n_o(\lambda_m)}{\sqrt{n_o^2(\lambda_m)+[\bar{n}_e^2(\lambda_m)-n_o^2(\lambda_m)]z_m^2}} \qquad (۷) \end{aligned}$$

روابط (۷) با استفاده از روابط سلمایر کریستال و رابطه ضریب شکست وابسته به θ (زاویه بین بردارهای موج و محور نوری کریستال) بدست می آیند. در فرایند SPDC نوع ۲ به ازای هر جفت طول موج λ_s و λ_i که در رابطه (۱) صدق می کنند، بسته به اینکه کدام یک دارای قطبش عادی و یا غیرعادی باشند، رابطه (۶) منجر به بوجود آمدن دو رابطه برای برقراری شرط تطبیق فازی می شود. برقرار بودن هر دو رابطه تطبیق فازی (بدست آمده از رابطه (۶))، یکی از آنها و یا هیچ یک از آنها، توزیع عرضی زوج فوتون های حاصل از فرایند SPDC نوع ۲ را تعیین می کند. در شرایطی که هر دو رابطه تطبیق فازی برای جفت طول موج λ_s و λ_i برقرار باشد، دو جفت حلقه سیگنال و ایدلر در توزیع عرضی فرایند SPDC نوع ۲ مشاهده می شود که در آنها λ_s دارای قطبش عادی (غیرعادی) و λ_i دارای قطبش غیرعادی (عادی) می باشد. با معلوم بودن λ_p، λ_i و راستای بردار موج کل پمپ و با فرض $\theta_p = \phi_p = 0$، رابطه ی (۴) به یک تابع برحسب θ_i و ϕ_i تبدیل می شود. به وسیله ی کد محاسباتی مناسب نقاط (θ_i, ϕ_i) که در رابطه (۴) صدق می کنند را بدست می آوریم. مجموعه ی نقاط (θ_i, ϕ_i) توزیع عرضی فوتون های ایدلر تولید شده را بوجود می آورند. توزیع عرضی فوتون های سیگنال به طریق مشابه با بدست آوردن نقاط (θ_s, ϕ_s) بدست می آید.

۴- نتایج محاسبات

با فرض استفاده از لیزر پمپ با طول موج ۴۰۵ nm و کریستال نوع ۱ با زاویه تطبیق فازی (زاویه برش کریستال) ۲۹/۲° و کریستال نوع ۲ با زاویه تطبیق فازی ۴۳° توزیع عرضی زوج فوتون های حاصل از فرایند SPDC به ازای زاویه های مختلف پمپ فرودی برای کریستال نوع ۱ و نوع ۲ به ترتیب در شکل های ۳ و ۴ نشان داده شده

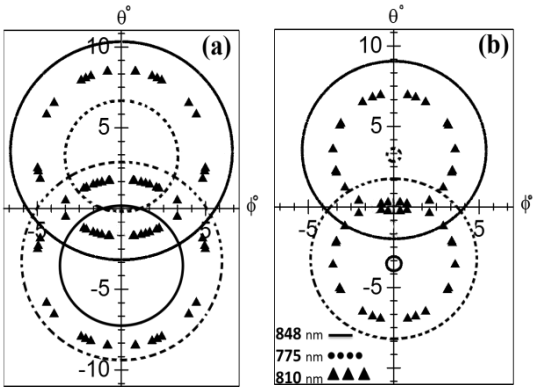
اند. نقاط تشکیل دهنده حلقه های توزیع عرضی، مشخص کننده راستای حرکت فوتون های سیگنال و ایدلر تولید شده می باشند. شکل های ۳(a) و ۳(b) به ترتیب، نشان دهنده ی توزیع عرضی زوج فوتون های حاصل از فرایند SPDC نوع ۱، به ازای تغییر زاویه پرتو پمپ فرودی به اندازه 0° و $0/33^\circ$ نسبت به بردار عمود بر سطح کریستال می باشند.



شکل ۳: توزیع عرضی فوتون های سیگنال و ایدلر حاصل از فرایند SPDC در کریستال BBO نوع ۱ به ازای زاویه پمپ فرودی 0° (a) و $0/33^\circ$ (b) نسبت به بردار عمود بر سطح کریستال

در شکل ۳ مشاهده می شود که تغییر کوچک در زاویه پمپ فرودی باعث بوجود آمدن تغییر بزرگ در شعاع حلقه ها می شود. بسته به برقراری رابطه (۵) امکان تبدیل یک فوتون پمپ (λ_p =۴۰۵ nm) به دو فوتون سیگنال و ایدلر $\lambda_s = \lambda_i$ =۸۱۰ nm یا $\lambda_{s,i}$ =۷۷۵ nm، $\lambda_{i,s}$ =۸۴۸ nm یا هر جفت طول موج دیگر که بطور همزمان در روابط (۱) و (۵) صدق کنند، وجود دارد. شکلهای ۴(a)و ۴(b) به ترتیب، نشان دهنده ی توزیع عرضی زوج فوتونهای حاصل از فرایند SPDC نوع ۲، به ازای تغییر زاویه پرتو پمپ فرودی به اندازه 0° و $1/7^\circ$ نسبت به بردار عمود بر سطح کریستال می باشند. در شکل ۴ مشاهده می شود که تغییر کوچک در زاویه پرتو پمپ فرودی باعث بوجود آمدن تغییر در شعاع حلقه ها و جابجایی مکان مرکز حلقه ها در راستای θ می شود.

توزیع های عرضی زوج فوتونهای حاصل از فرایند SPDC نوع ۱ از حلقه های هم مرکز تشکیل شده اند و تغییر زاویه پرتو پمپ فرودی باعث تغییر شعاع حلقه ها و فاصله بین حلقه ها می شود؛ در مقابل، توزیع عرضی فرایند SPDC نوع ۲ بصورت حلقه های غیر هم مرکز می باشند و بسته به زاویه پرتو پمپ فرودی، حلقه های سیگنال و ایدلر می توانند در دو یا یک نقطه با هم همپوشانی داشته باشند و یا اینکه کاملا از هم مجزا باشند.



شکل ۴: توزیع عرضی فوتون های سیگنال و ایدلر حاصل از فرایند SPDC در کریستال BBO نوع ۲ به ازای زاویه پمپ فرودی 0° (a) و $1/7^\circ$ (b) نسبت به بردار عمود بر سطح کریستال

نتیجه‌گیری

در این مقاله بستگی توزیع عرضی زوج فوتون های حاصل از فرایند SPDC نوع ۱ و نوع ۲، به زاویه پرتو پمپ فرودی بررسی شد. با استفاده از اطلاعات حاصل از شبیه سازی نتیجه می شود که توزیع عرضی زوج فوتون ها به شدت نسبت به تغییر زاویه پمپ فرودی حساس است. از آنجا که در اغلب کاربرد های عملی زوج فوتون های در همتنیده و تولید تک فوتون ها نیاز به کوپل کردن فوتون ها در فیبر جهت آشکارسازی وجود دارد، حساسیت توزیع عرضی زوج فوتون ها به زاویه پمپ فرودی، باعث بوجود آمدن چالش های تکنیکی برای آشکارسازی زوج فوتون های در همتنیده و تک فوتون ها می شود.

مراجع

[1] Gulati, Gurpreet Kaur, et al. "Polarization entanglement and quantum beats of photon pairs from four-wave mixing in a cold Rb-87 ensemble." arXiv preprint arXiv:1505.05606 (2015).

[2] Takeuchi, Shigeki. "Recent progress in single-photon and entangled-photon generation and applications." Japanese Journal of Applied Physics 53.3 (2014): 030101.

[3] Burnham, David C., and Donald L. Weinberg. "Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs." Physical Review Letters 25.2 (1970): 84.

[4] Yin, Juan, et al. "Quantum teleportation and entanglement distribution over 100-kilometre free-space channels." Nature 488.7410 (2012): 185-188.

[5] Jeronimo-Moreno, Yasser, and R. Jáuregui. "Type I parametric down conversion of highly focused Gaussian beams in finite length crystals."Journal of Optics 16.6 (2014): 065201.

[6] Trojek, Pavel. "Efficient generation of photonic entanglement and multiparty quantum communication." PhD diss., lmu, 2007.

Kurtsiefer, Christian, Markus Oberparleiter, and Harald Weinfurter. "Generation of correlated photon pairs in type-II parametric down conversion—revisited." Journal of Modern Optics 48.13 (2001): 1997-2007.