

## محاسبه ی ضریب کوپلینگ توری های موجبری با لایه ی پوشش فراماده

نازنین کاکولکی، عبدالله حسن زاده

گروه فیزیک، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

چکیده - ما مسئله ی انتشار و اندرکنش تابش اپتیکی در موجبرهای دی الکتریک را به کمک مدهای کوپل شده مطالعه کردیم و به کمک تئوری اختلال ضرایب کوپلینگ را برای موجبرهای فیلم نازکی که دارای ضریب شکست تناوبی در فیلم موجبری و لایه ی پوشش فراماده هستند، مورد بررسی قرار میدهیم. نشان می دهیم که برای چنین ساختاری امکان کوپلینگ برای مد اصلی وجود ندارد. افزایش سه مرتبه ی (۱۰<sup>۳</sup>) و بیشتر در ضرایب کوپلینگ چنین ساختاری نسبت به ساختار های موجبر های معمولی مشاهده می شود. همچنین اثر تغییرات ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی فیلم و زیرلایه بر ضریب کوپلینگ چنین ساختاری را بررسی می کنیم.

Coupling coefficients of a thin-film waveguide grating based on metamaterial

Nazanin Kakoolaki, Abdollah Hassanzadeh

Department of Physics, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

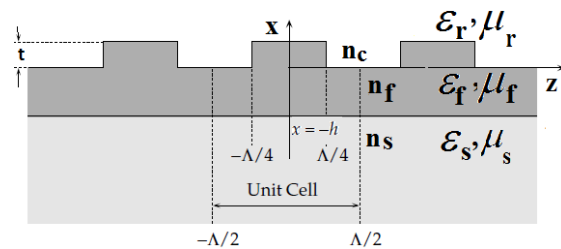
Abstract- We study the propagation and interaction of optical radiations in dielectric waveguides with the help of coupled modes theory. Using the perturbation theory, we examine coupling coefficients for thin film waveguides with periodic refractive index of waveguiding film. The cover layer is made of metamaterial. We show that the coupling coefficients of the fundamental mode vanish in this structure. A three order of magnitudes enhancement in the coupling coefficients is observed compared to conventional waveguides. Furthermore, we examine the effect of changes in coefficients of permittivity and permeability of the film and substrate on the coupling coefficient of this structure.

Keywords: optical waveguide grating, coupling coefficient, metamaterial.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت [www.opsi.ir](http://www.opsi.ir) قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

توری های امواج هدایتی از عناصر اصلی امواج هدایتی منفعل هستند و کاربردهای زیادی در ادوات اپتیکی مانند دستگاه های ورودی و خروجی در اپتیک امواج هدایتی و متمرکز کردن یا تغییر جهت دادن امواج هدایتی [۱]، فیلترهای تبدیل کننده مدهای TE<sub>۲</sub>-TM و افزایش کوپلینگ در کوپلرهای هدایتی که از موجبرهای غیریکسان تشکیل شده است [۳] دارند. شکل ۱ موجبر فیلم نازکی را نشان می دهد که ضریب شکست در فیلم موجبری، بصورت تناوبی در راستای انتشار موج تغییر می کند. چنین موجبری که دچار اختلال در ضریب شکست ناحیه ی فیلم موجبری شده است به عنوان توری موجبری هدایتی نامیده می شود.



شکل ۱: توری موجبری تشکیل شده از سه ناحیه ی زیرلایه، فیلم موجبری و پوشش با ضریب شکست به ترتیب n<sub>c</sub> و n<sub>f</sub> و n<sub>s</sub>. درحالیکه h ضخامت فیلم، t ارتفاع اختلالات تناوبی و Λ دوره تناوب ساختار است.

مواد فراماده با ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی منفی، اولین بار بصورت تئوری توسط وسلاگو در سال ۱۹۶۸ معرفی شد [۵]. مواد الکترومغناطیسی جدید قابلیت های کاربردی ممکنه همچون لنزهای بدون نقص [۶]، کوپلرهای مستقیم [۷] و فیلترها [۸] را دارا می باشند. یکی از کاربردهای این مواد که تا به حال به آن پرداخته نشده است، محاسبه ی ضرایب کوپلینگ در توری های موجبری هدایتی فراماده ای است. البته امواج در توری های موجبری هدایتی معمولی با ارائه ی برخی از ویژگی هایش آنالیز شده است. در این مقاله عملکرد توری های امواج هدایتی که شامل اندرکنش بین دو مد ناهمسوی هدایت شده توسط یک موجبر است را با در نظر گرفتن لایه ی پوشش از جنس فراماده بررسی می کنیم.

۲- تئوری

موجبری با ضریب شکست مختل نشده ی لایه ی موجبری (n<sub>f</sub>) را در نظر بگیرید که انتقال دهنده ی موجی باشد که با میدان های الکتریکی و مغناطیسی E<sub>۰</sub> و H<sub>۰</sub> توصیف می شود. و فرض کنید E و H معرف میدانهای الکتریکی و مغناطیسی انتشار یافته ی موجبر مختل شده باشد. به کمک روابط ماکسول می توان مولفه های میدان های الکتریکی و مغناطیسی موج هدایتی در هر سه لایه ی موجبر را پیدا کرد [۹].

از آنجاییکه ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی بطور متناوب در موجبر مختل شده تغییر میکنند، می توان به کمک سری فوریه آنها را چنین بسط داد:

$$\begin{cases} \Delta \epsilon_r(x, y, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Delta \epsilon_{rq} e^{-jqKz} \\ \Delta \mu_r(x, y, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Delta \mu_{rq} e^{-jqKz} \end{cases} \quad (1)$$

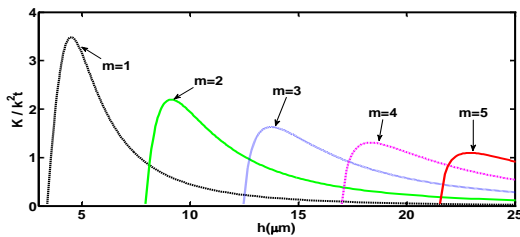
رابطه ی (۱) ارتباط بین مولفه های عرضی و طولی میدان های الکتریکی و مغناطیسی موجبر مختل نشده و موجبر مختل شده را که به کمک آنالیز اختلال به دست آمده است را نشان می دهد:

$$\int_s \frac{d}{dz} [(E_{0t}^* \times H_t + E_t \times H_{0t}^*) \cdot \hat{z}] ds = -j\omega \int_s \mu_0 \Delta \mu_r(x, y, z) H_0^* \cdot H + \epsilon_0 \Delta \epsilon_r(x, y, z) E \cdot E_0^* ds \quad (2)$$

در اینجا ω فرکانس زاویه ای، ε<sub>۰</sub> و μ<sub>۰</sub> به ترتیب ضریب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی خلا و Δε<sub>r</sub> و Δμ<sub>r</sub> عباراتی هستند که به ترتیب ضریب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی فیلم موجبری را دچار اختلال می کنند.

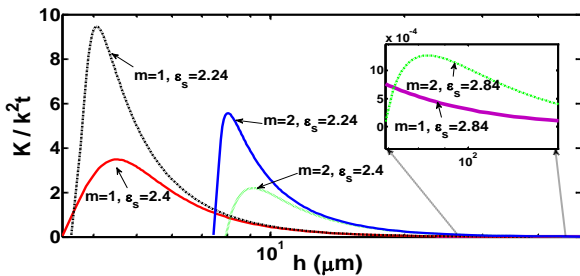
با جایگذاری مولفه های عرضی که تابعی از (x,y) هستند در سمت چپ تساوی و میدان های کل که هر دو مولفه ی طولی (تابع Z) و عرضی را شامل می شود در سمت راست تساوی (برای مدهای TE) [۱۰] و انتگرال گیری روی تمام سطح مقطع موجبر، ضرایب کوپلینگ طولی (K<sub>lvq</sub><sup>z</sup>) و عرضی (K<sub>lvq</sub><sup>t</sup>) که به اختصار در این مقاله K نوشته می شود، را چنین بیان می کنیم.

مد ها، کاهش می یابد. در زیر ضرایب کوپلینگ را برای یک توری موجبری با پوشش فراماده ای رسم کردیم. (شکل ۴)

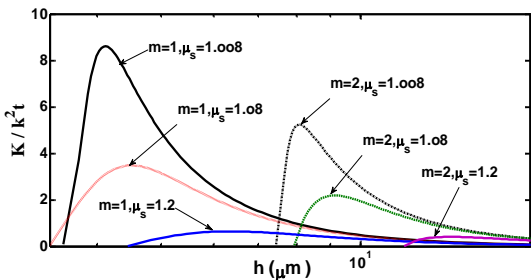


شکل ۴: ضریب کوپلینگ عرضی برای توری موجبری با پوشش فراماده. سایر پارامترها مشابه شکل ۳ است.

از مقایسه شکل ۳ و ۴ مشاهده می شود که ضریب کوپلینگ عرضی توری موجبری با پوشش فراماده، بیشتر از ۳ مرتبه افزایش می یابد. این در حالی است که ضریب کوپلینگ برای مد اصلی موجبر حذف می شود که این یکی از ویژگی های خاص توری های موجبری با پوشش فراماده محسوب می شود. در ادامه تاثیر تغییرات ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی لایه ی فیلم و زیرلایه را برای دومین و سومین مد در توری موجبری با مشخصات  $\epsilon_c = -2$  و  $\mu_c = -1.2$  و  $\epsilon_s = -2.4$  و  $\mu_s = -1.08$  و  $\epsilon_f = -1.6$  و  $\mu_f = -1.92$  و  $\lambda = 0.5658 \mu m$  را بررسی می کنیم.



شکل ۵: بررسی اثر تغییرات ضریب گذردهی الکتریکی لایه ی زیرلایه بر ضریب کوپلینگ عرضی توری موجبری

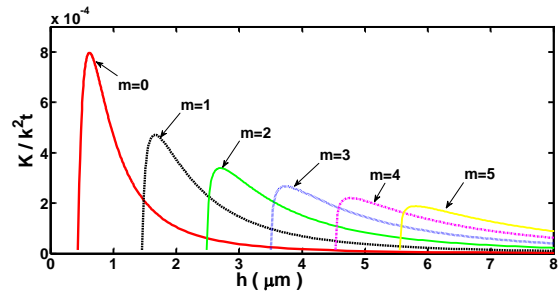


شکل ۶: بررسی اثر تغییرات ضریب تراوایی مغناطیسی لایه ی زیرلایه بر ضریب کوپلینگ عرضی توری موجبری

$$K_{lvq}^f = \frac{\omega}{4} \int_S [\epsilon_0 \Delta \epsilon_{rq}(x, y) e_{vt} \cdot e_{lt}^* + \mu_0 \Delta \mu_{rq}(x, y) h_{vt} \cdot h_{lt}^*] ds \quad (3a)$$

$$K_{lvq}^z = \frac{\omega}{4} \int_S \left[ \frac{\epsilon_0 \epsilon_r(x, y) \Delta \epsilon_{rq}(x, y)}{\epsilon_r(x, y) + \Delta \epsilon_{rq}(x, y)} e_{vz} e_{lz}^* + \frac{\mu_0 \mu_r(x, y) \Delta \mu_{rq}(x, y)}{\mu_r(x, y) + \Delta \mu_{rq}(x, y)} h_{vz} h_{lz}^* \right] ds \quad (3b)$$

که بیانگر کوپل شدگی دو مد هدایتی غیر همسو درون توری موجبری مستطیلی با لایه ی پوشش از جنس فراماده هستند (شکل ۱). برای این ساختار موجبری می توان با حل معادلات ماکسول و اعمال شرایط مرزی، میدان های الکتریکی و مغناطیسی را به دست بیاوریم. حال با بررسی یک توری موجبری مستطیلی با مشخصات معلوم [۱۱]، ضریب کوپلینگ عرضی را برای شش مد هدایتی اول برحسب ضخامت فیلم موجبری رسم می کنیم. (شکل ۳)



شکل ۳: ضریب کوپلینگ عرضی برای توری موجبری با مشخصات  $\lambda = 0.5658 \mu m$ ،  $n_c = 1$ ،  $n_s = 1/515$ ،  $n_f = 1/54$  و  $t = 0.46 \mu m$  و  $h = 0.479 \mu m$

که  $K$  ضریب کوپلینگ عرضی،  $k$  بردار موج و  $t$  ارتفاع اختلالات تناوبی است می باشد.

به منظور مقایسه ی ضریب کوپلینگ عرضی توری موجبری با پوشش فراماده با ضریب کوپلینگ توری موجبری با پوشش معمولی، ضرایب کوپلینگ هر دو نوع موجبر را برحسب ضخامت لایه ی فیلم موجبری یه توری موجبری [۱۲] رسم می کنیم.

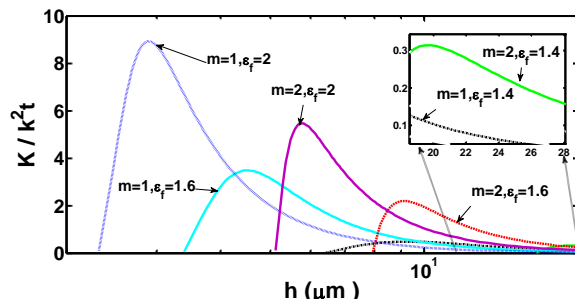
شکل ۳ ضرایب کوپلینگ یک موجبر معمولی را برای شش مد اول بصورت تابعی از  $h$  نشان می دهد. مشاهده می کنیم که ضریب کوپلینگ عرضی برای مد اول ( $m=0$ ) بیشترین مقدار را اختیار کرده است و با افزایش مرتبه ی

اصلی موجبر حذف می شود زیرا این موجبر توانایی هدایت چنین مدی را ندارد. همچنین نشان دادیم با افزایش ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی زیرلایه، بیشینه ی ضرایب کوپلینگ مد های مختلف کاهش می یابد و فاصله شان از هم بیشتر می شود و موقعیت مکانی بیشینه ها به سمت ضخامت های بزرگتر فیلم انتقال می یابد و نشان دادیم که با افزایش ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی فیلم، ضرایب کوپلینگ مد های مختلف افزایش یافته و فاصله ی بین پیک ها از یکدیگر کم می شوند و موقعیت مکانی بیشینه ها به سمت ضخامت های کوچکتر فیلم انتقال می یابد.

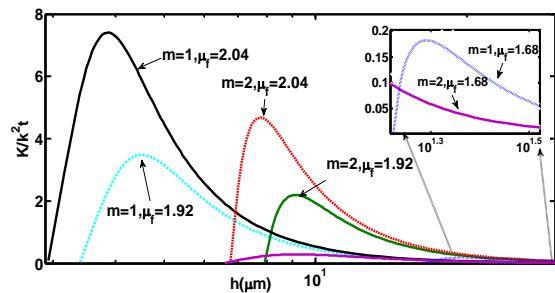
### مراجع

- [1] L. Kuhn, P. F. Heidrich, and E. G. Lean, "Optical guided wave mode conversion by an acoustic surface wave," *Appl. Phys. Lett.* **19**(10), 428-430 (1971)
- [2] T. Suhara and H. Nishihara, "Integrated optics components and devices using periodic structures," *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-22**., 845-867 (1986)
- [4] K. O. Hill and G. Meltz, "Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview," *IEEE J. Lightwave Technol.* **15**, 1263-1275 (1997).
- [5] D. Marcuse, "Directional couplers made of nonidentical asymmetric slabs, Part II: Grating-assisted couplers," *IEEE J. Lightwave Technol.* **LT-5**, 268-273 (1987).
- [6] V. G. Vesalago "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ " *Sov. Phys. Usp.* **10**, 509 (1968)
- [7] S. Xiao, L. Shen, and S. He, "A novel directional coupler utilizing a left-handed material," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **16**, 171-173 (2004)
- [8] H. Cory, C. Zach, "Wave propagation in metamaterial multi-layered structures," *Microwave Opt. Technol. Lett.* **40**, 460-465 (2004).
- [9] T. Tamir and S. T. Peng "Analysis and Design of Grating Couplers" *Appl. Phys.* **14**, 235-254 (1977)
- [10] Ch. L. Chen, *Foundations for Guided-Wave Optics*, Wiley-Interscience, Hoboken, New Jersey (2007).
- [11] A. Yaran, "Periodic Structures for Integrated Optics" *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-13**, 234-253 (1977)
- [12] K L. Tsakmakidis, C Hermann, A Klaedtke, "Surface plasmon polaritons in generalized slab heterostructures with negative permittivity and permeability" *Phys. Rev B* **73**, 085104 (2006)

مشاهده می کنیم که با افزایش ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی زیرلایه، بیشینه ی ضریب کوپلینگ مد های مختلف کاهش یافته و فاصله ی قله ها از یکدیگر زیاد می شود. موقعیت مکانی بیشینه ها نیز به ضخامت های بزرگتر فیلم انتقال می یابد. (شکل ۷).



شکل ۷: بررسی اثر تغییرات ضریب گذردهی الکتریکی لایه ی فیلم بر ضریب کوپلینگ توری موجبری



شکل ۸: بررسی اثر تغییرات ضریب تراوایی مغناطیسی لایه ی فیلم بر ضریب کوپلینگ توری موجبری

مشاهده می کنیم که با افزایش ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی فیلم، بیشینه های ضرایب کوپلینگ افزایش یافته و فاصله ی قله ها از یکدیگر کم می شود. از طرفی موقعیت مکانی بیشینه ها به ضخامت های کوچکتر فیلم انتقال می یابد. (شکل ۷، ۸).

### ۳- نتیجه گیری

در این مقاله ما یک توری موجبری مستطیلی با لایه ی پوشش فراماده ای طراحی و ضرایب کوپلینگ آن را محاسبه کردیم و نشان دادیم که ضریب کوپلینگ چنین ساختاری وابسته به عواملی همچون ضریب تراوایی مغناطیسی و ضریب گذردهی الکتریکی هر سه لایه ی زیرلایه، فیلم موجبری و پوشش می باشد و بیشتر از ۳ مرتبه نسبت به توری امواج هدایتی با پوشش معمولی افزایش می یابد. مشاهده شد که ضریب کوپلینگ برای مد