



بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شیراز،
شیراز، ایران.
۱۳۹۷ بهمن ۹-۱۱



درهم‌تنیدگی کلاسیکی درجات آزادی فضایی - شعاعی یک پرتو نوری به عنوان منبع ترابرد کوانتومی در آشفتگی جوی ضعیف

ساناز علیپور^۱، داود افشار^۲، محمد صباغیان^۲

^۱گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز

^۲مرکز تحقیقات لیزر و پلاسما، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز

sanaz.alipour2018@gmail.com, da_afshar@yahoo.com, sabaeian@Scu.ac.ir.

چکیده - درهم‌تنیدگی کلاسیکی بین درجات آزادی شعاعی و اندازه حرکت زاویه‌ای مداری یک پرتو نوری به عنوان منبع ارتباط کوانتومی فضای آزاد در محیطی با آشفتگی ضعیف مورد بررسی قرار می‌گیرد. مشاهده می‌شود با افزایش میزان آشفتگی جوی، اتلاف درهم‌تنیدگی بیشتر خواهد بود. اما هر چه اندازه حرکت زاویه‌ای مداری بزرگ‌تر باشد، مقاومت حالت درهم‌تنیده در مقابل اثرات مخرب جو آشفته بیشتر خواهد بود. از این رو حالت‌های درهم‌تنیده با اندازه حرکت زاویه‌ای بزرگ‌تر، منابع بهتری برای اجرای ارتباط کوانتومی فضای آزاد هستند.

کلیدواژه- آشفتگی جوی ضعیف، ترابرد کوانتومی فضای آزاد، درهم‌تنیدگی کلاسیکی، درهم‌تنیدگی کوانتومی.

Classical entanglement of spatial-radial degrees of freedom of a light beam as a resource of quantum teleportation in weak atmospheric turbulence

Sanaz Alipour¹, Davood Afshar^{1,2}, Mohammad sabaeian^{1,2}

¹Department of Physics, Faculty of Science, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz

²Center for Research on Laser and Plasm, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz

sanaz.alipour2018@gmail.com, da_afshar@yahoo.com, sabaeian@Scu.ac.ir.

Abstract- Classical entanglement between radial and orbital angular momentum degrees of freedom of a light beam is investigated as a resource of free space quantum communications in a weak atmospheric turbulence. It is observed that as the atmospheric turbulence rises, the entanglement loss would be higher. However, the greater orbital angular momentum, the greater resistance of the entangled state would be against atmospheric turbulence destructive effects. Thus, entangled states with higher orbital angular momentum are better resources for implementation of free space quantum communications.

Keywords: weak atmospheric turbulence, free-space quantum teleportation, classical entanglement, quantum entanglement.

مقدمه

یکی از منابع اصلی در پردازش اطلاعات کوانتومی، درهم‌تنیدگی است. درهم‌تنیدگی، همبستگی کوانتومی غیرموضعی بین زیرسیستم‌های یک سیستم مرکب است [۱]. برای سال‌های زیادی گمان می‌شد که درهم‌تنیدگی یک اثر کوانتومی است و هیچ‌گونه نظیری در سیستم‌های کلاسیکی ندارد اما اخیراً مشخص شده است که می‌توان درهم‌تنیدگی را در حوزه اپتیک کلاسیک نیز تولید کرد [۲]. این نظیر کلاسیکی درهم‌تنیدگی که اکثر خصوصیات منتسب به درهم‌تنیدگی کوانتومی (مثلاً نقض نامساوی بل) را داراست، درهم‌تنیدگی کلاسیکی نامیده می‌شود [۳]. اولین بار در سال ۱۹۹۸ این نوع درهم‌تنیدگی موضعی بین درجات آزادی متفاوت یک ذره مورد مطالعه قرار گرفت [۴].

با وجود تفاوت‌های بنیادی میان درهم‌تنیدگی کلاسیکی و هم‌تای کوانتومی‌اش، از این نوع درهم‌تنیدگی برای شبیه‌سازی پردازش اطلاعات کوانتومی استفاده می‌شود. به طوری که اخیراً به صورت تجربی [۲، ۵، ۶] از حالت‌های درهم‌تنیده کلاسیکی به عنوان منبعی برای اجرای پروتکل‌های ارتباط کوانتومی استفاده شده است.

ترابرد یکی از پروتکل‌های مهم در نظریه اطلاعات کوانتومی است که بر مبنای درهم‌تنیدگی کوانتومی صورت می‌گیرد [۷]. یکی از محتمل‌ترین ارتباطات در آینده، ترابرد کوانتومی در فضای آزاد است. درهم‌تنیدگی ابعاد بالا با درجات آزادی فضایی نور، یک پایه مناسب برای برقراری این نوع ارتباط محسوب می‌شود زیرا استفاده از درجات آزادی فضایی نور، ظرفیت اطلاعات و ایمنی کانال‌های کوانتومی را افزایش می‌دهد. از جمله درجات آزادی فضایی نور که در این جا می‌توان مورد استفاده قرار داد، اندازه حرکت زاویه‌ای مداری (OAM) است [۸].

در این مقاله، ما درهم‌تنیدگی کلاسیکی درجات آزادی شعاعی - فضایی یک پرتو نوری را به عنوان منبع مناسب

برای ترابرد کوانتومی در فضای آزاد پیشنهاد داده و به بررسی برخی جنبه‌های آن می‌پردازیم.

پیشنهاد درهم‌تنیدگی کلاسیکی درجات آزادی فضایی - شعاعی یک پرتو نوری به عنوان منبع ترابرد کوانتومی در فضای آزاد

در تشابه با کیوبیت‌ها در نمادگذاری دیراک، بردار حالت در یک فضای هیلبرت کلاسیکی، سبیت نامیده می‌شوند؛ برای توصیف سبیت‌ها از یک نمادگذاری مشابه با نمادگذاری دیراک استفاده می‌شود که پراتز نام دارد (|) پراتز و (| تز) [۴]. درهم‌تنیدگی میان درجات آزادی فضایی و شعاعی یک پرتو نوری را می‌توان به شکل حالت درهم‌تنیده کلاسیکی بل به صورت زیر نمایش داد [۶]:

$$|\chi\rangle = |r_1\rangle|l_0\rangle + |r_2\rangle|l_0\rangle \quad (1)$$

که در آن $|r_{1,2}\rangle$ و $|\pm l_0\rangle$ به ترتیب سبیت‌های درجات آزادی شعاعی و فضایی هستند. ما از حالت درهم‌تنیده کلاسیکی فضایی-شعاعی به عنوان منبع ارتباط کوانتومی فضای آزاد، در جوی با آشفتگی ضعیف، استفاده می‌کنیم. اثر آشفتگی جوی روی یک پرتو اپتیکی با افت و خیزهای ضریب شکست هوا مشخص می‌شود. از این رو گذار فوتون‌های حامل OAM از میان جو آشفته چالش برانگیز است زیرا نوسانات ضریب شکست در چنین محیطی، جبهه‌های موج فوتون‌ها را تخریب می‌کند و در نتیجه آن، اطلاعات کوانتومی کدگذاری شده از بین می‌روند [۹].

ماتریس چگالی حالت (۱) در پایه‌های $\{|r_1, l_0\rangle, |r_2, l_0\rangle, |r_1, -l_0\rangle, |r_2, -l_0\rangle\}$ به صورت زیر است:

$Tr(\rho)=1$ برآورده می‌شود. اینک می‌توان با استفاده از
سنجه تلاقی، تأثیر آشفته‌گی جوی ضعیف بر میزان
درهم‌تنیدگی حالت (۶) را مورد بررسی قرار داد.

نتایج

وفاداری سنج‌های برای نزدیکی حالت‌هاست که به‌صورت
زیر تعریف می‌شود:

$$F(\rho^{(0)}, \rho) = \left[Tr \left\{ \sqrt{\sqrt{\rho} \rho^{(0)} \sqrt{\rho}} \right\} \right]^2 \quad (7)$$

در (شکل ۱) وفاداری بین حالت اولیه (۲) و حالت نهایی
(۶) را برحسب پارامترهای a و b رسم کرده‌ایم. مشاهده
می‌شود که هرچه دامنه بقاء (a) بزرگ‌تر و دامنه اختلال
(b) کوچک‌تر باشد، وفاداری بزرگ‌تر است.

در مدل تک صفحه‌فاز میزان آشفته‌گی جوی با پارامتر
بدون بعد W با تعریف زیر داده می‌شود [۱۰]:

$$W = \frac{z^2 C_n^2 W_0}{\lambda^2} \quad (8)$$

که در آن W_0 شعاع پرتو اپتیکی، C_n^2 ثابت ساختار
ضریب شکست (که یک اندازه‌گیری از شدت غیریکنواختی
ضریب شکست محیط است و از مقادیری در حدود
 $10^{-17} m^{-3/2}$ تا $10^{-13} m^{-3/2}$ برای
آشفته‌گی قوی تغییر می‌کند [۱۱]) z فاصله انتشار و
 λ طول موج است [۱۰]. در (شکل ۲) کانکرنس حالت نهایی
برحسب W به ازاء دو مقدار $l_0 = 1, 2$ رسم شده است.
مشاهده می‌شود افزایش میزان آشفته‌گی موجب کاهش
درهم‌تنیدگی خروجی می‌شود. به‌علاوه حالت متناظر با
 $l_0 = 2$ نسبت به حالت $l_0 = 1$ در مقابل اثرات مخرب جو
آشفته مقاوم‌تر است.

$$\rho^{(0)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

هنگام عبور این حالت درهم‌تنیده از میان آشفته‌گی جوی
ضعیف، درجه آزادی OAM تحت تأثیر آشفته‌گی قرار
می‌گیرد. اما به علت چشم‌پوشی از اثرات پراش در آشفته‌گی
ضعیف، درجه آزادی شعاعی دچار تغییر نمی‌شود. برای
بررسی اثرات آشفته‌گی جوی ضعیف بر OAM از مدل تک
صفحه‌فاز استفاده می‌کنیم [۹]. در این مدل، اثر آشفته‌گی
جوی روی هر فوتون به‌صورت یک نگاشت خطی Λ
نمایش داده می‌شود [۱۰]. در نتیجه ماتریس چگالی
نهایی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\rho = (I \otimes \Lambda) \rho^{(0)} = \sum_{ii',jj',ll',mm'} I_{ii'}^{ll'} \Lambda_{jj'}^{mm'} \rho_{|lm\rangle\langle l'm'|}^{(0)} (ij| (ij' \quad (3)$$

در این جا I ماتریس همانی است که در نتیجه عمل آن،
تنها عناصر تحت اثر نگاشت‌های زیر صفر نمی‌شوند:

$$I_{r_1 r_1}^{r_1 r_1} = I_{r_1 r_2}^{r_1 r_2} = I_{r_2 r_1}^{r_2 r_1} = I_{r_2 r_2}^{r_2 r_2} = 1 \quad (4)$$

از طرف دیگر تحت نگاشت Λ ، عناصر غیرصفر ماتریس
تنها دو مقدار به شرح زیر هستند [۱۰]:

$$a = \Lambda_{l_1 l_1}^{l_1 l_1} = \Lambda_{-l_1 -l_1}^{-l_1 -l_1} = \Lambda_{-l_1 l_1}^{-l_1 l_1} = \Lambda_{l_1 -l_1}^{l_1 -l_1} \\ b = \Lambda_{l_1 l_1}^{-l_1 -l_1} = \Lambda_{-l_1 l_1}^{l_1 l_1} \quad (5)$$

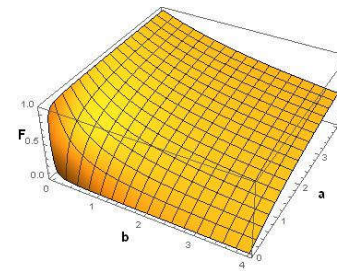
که در آن a دامنه بقاء و b دامنه اختلال است. a و b
معرف میزان تأثیر آشفته‌گی جوی بر پرتو هستند. شرایط
 $a = 1$ و $b = 0$ متناظر با عدم وجود آشفته‌گی است و
 $a = 0$ و $b = 1$ متناظر با شرایطی است که آشفته‌گی به
بیش‌ترین میزان ممکن خود می‌رسد [۱۰].

در نهایت ماتریس چگالی (۲) را می‌توان به‌صورت زیر
نوشت:

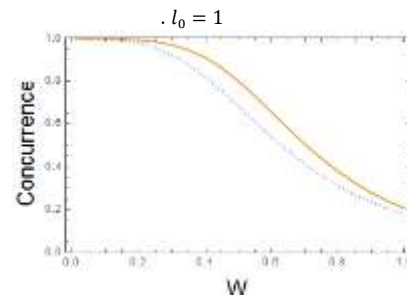
$$\rho = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & a & 0 \\ 0 & a & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b \end{pmatrix} \quad (6)$$

با افزودن ضریب $\frac{1}{(a+b)}$ در ماتریس فوق شرط

- [4] R. J. C. Spreeuw, "A classical analogy of entanglement", Found .phys. Vol. 28, No. 3, pp. 361-374, 1998.
- [5] G. Milione, T. A. Nguyen, D. A. Nolan, E. Karimi, S. Skussarenko, L. Marrucci, R. R. Alfano, "Superdense coding with vector vortex beams: a classical analogy of entanglement", Frontiers in optics conference, 2013.
- [6] S. M. H. Rafsanjani, M. Mirhosseini, O. S. Magana-Loaiza, R. W. Boyd, "State transfer based on classical non-separability", Phys. Rev. A., Vol 92, No. 2, pp. 23827-1-9, 2015.
- [7] L. T. Knoll, C. T. Schmiegelow, A. L. Miguel, "Experimental investigation of local environment effects on the quantum teleportation fidelity", Quantum Communications and Quantum Imaging XIII. Vol. 9615. International Society for Optics and Photonic, 2015.
- [8] X. Yan, P. F. Zhang, J. H. Zhang, X. Feng, C. H. Qiao, C. Y. Fan, "Effect of atmospheric turbulence on entangled orbital angular momentum three-qubit state", Chinese Physics. B., Vol. 26. No. 6, pp. 064202-1-4, 2017.
- [9] N. D. Leonhard, V. N. Shatokhin, A. Buchleitner, "Universal entanglement decay of photonic-orbital-angular-momentum qubit states in atmospheric turbulence", Phys. Rev. A., Vol. 91, No. 1, pp. 012345-1-4, 2015.
- [10] F. S. Roux, T. Konrad, "Parameter dependence in the atmospheric decoherence of modally entangled photon pairs", Phys. Rev. A., Vol. 90, No. 5, pp. 052115-1-9, 2014.
- [11] F. S. Roux, "The Lindblad equation for the decay of entanglement due to atmospheric scintillation", Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical., Vol. 47, No. 19, pp. 195302-1-17, 2014.



شکل ۱. نمودار $F(\rho, \rho^{(0)})$ بر حسب پارامترهای a و b



شکل ۲. نمودار کانکرنس حالت نهایی بر حسب W به ازاء،
 $l_0 = 1$ (نقطه چین) و $l_0 = 2$ (خط پیوسته).

نتیجه گیری

در این پژوهش، ما یک حالت درهم تنیده کلاسیکی را به عنوان منبعی برای ترابرد در فضای آزاد پیشنهاد دادیم. از آنجاکه یکی از درجات آزادی، اندازه حرکت زاویه ای مدار است، ظرفیت اطلاعات و ایمنی کانال کوآنتومی بالا است اما مشاهده کردیم که به علت وجود آشفتگی جوی حین اجرای پروتکل، با اتلاف درهم تنیدگی مواجه خواهیم بود. با این حال دریافتیم که با انتخاب اندازه حرکت مدار بالاتر می توان درهم تنیدگی بیشتری را حفظ کرد و در نتیجه بازده کانال کوآنتومی را افزایش داد.

مرجع ها

- [1] E. Karimi, R. W. Boyd, "Classical entanglement?", Science, Vol. 350, No. 6265, pp. 1172-1173, 2015.
- [2] D. G. Silva, and et al, "Demonstration of local teleportation using classical entanglement", Laser & Photonics. Rev., Vol. 10, No. 2, pp. 317-321, 2016.
- [3] W. F. Balthazar, C. F. R. Souza, D. P. Caetano, E. F. Galvao, J. A. O. Huguenin, A. Z. Khoury, "Tripartite non-separability in classical optics", Opt. Lett. Vol. 41, No. 24, pp. 5797-5800, 2016.