چلاندگی اتم- لیزر سه‌ترازی و فوتون‌های میدان در حضور محیط کر در شرایط شفافیت القایی الکترومغناطیسی

ابراهیم، قاسمیان- محمد کاظم، توسلی

یزد- صفائیه- دانشگاه یزد- دانشکده فیزیک- گروه اتمی ملکولی

چکیده: در این مقاله خروجی یک لیزر اتمی متشکل از یک آنسامبل از اتم‌های سه‌ترازی در حالت چگالیده بوز-اینشتین (*BEC*) که با دو میدان لیزری کوانتومی و کلاسیکی در حضور یک محیط کر در حال برهم‌کنش است را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در شرایط شفافیت القایی الکترومغناطیسی و با استفاده از فرآیند حذف آدیاباتیک، هامیلتونی سامانه را بر حسب عملگرهای تکانه زاویه‌ای بازنویسی کرده و سپس بردار حالت سامانه را با استفاده از مدل دیک به صورت تحلیلی به دست می‌آوریم. نتایج نشان می-دهند که برهم‌کنش‌های غیرخطی مانند برخوردهای میان‌اتمی و محیط کر منجر به اتم‌ها و فوتون‌های چلانده می‌شوند. در این راستا، میزان چلاندگی را می‌توان با تنظیم قدرت برخوردهای میان‌اتمی، پارامتر محیط کر و دیگر پارامترهای موجود در مدل در نظر گرفته شده کنترل کرد. هم‌چنین، پدیده فروافت-احیا به عنوان یک مشخصه کوانتومی محض در رفتار چلاندگی اتمی قابل مشاهده است.

کلمات کلیدی: اتم-لیزر، چگالیده بوز- اینشتین، چلاندگی اتمی و میدان، وارونی جمعیت اتمی.

Squeezing of three-level atom-laser and field photons in the presence of Kerr medium in the electromagnetically induced transparency regime

Ebrahim, Ghasemian; Mohammad Kazem, Tavassoly
Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University

Abstract- In this paper we investigate the output of an atom-laser which consists of an ensemble of three-level atoms in Bose Einstein condensate (BEC) state interacting with two quantized and classical laser fields in the presence of a Kerr medium. Under electromagnetically induced transparency (EIT) regime and using the adiabatically elimination process, we represent the Hamiltonian of the system in terms of angular momentum operators and then derive its state vector explicitly with the help of the Dicke model. The results show that nonlinear interactions in the system, i.e. "interatom collisions" and "Kerr medium" lead to squeezed atoms and photons. In this respect, the squeezing values can be controlled by adjusting the strength of interatom collisions, Kerr parameter as well as other involved parameters in the considered model. Also, collapse-revival phenomenon as a pure quantum feature can be observed in the behavior of atomic squeezing.

Keywords: Atom-laser, Bose-Einstein condensate, atomic population inversion, atomic and field squeezing.

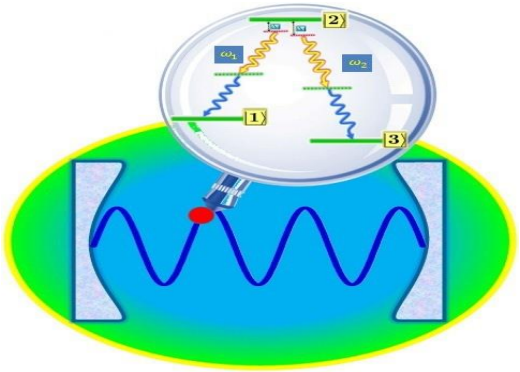
[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-13]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

مقدمه

برهم‌کنش نور و ماده یکی از شاخه‌های اساسی پژوهش در زمینه ماده چگال و فیزیک اتمی است. امروزه وجود لیزرهای با توان بالا منجر به دستاوردهای جدیدی شده است. در زمینه اپتیک کوانتومی برهم‌کنش‌های غیرخطی میان اتم‌ها و میدان‌های کوانتومی منجر به ایجاد چلاندگی در این سامانه‌ها شده است که از آنها در مخابرات نوری و آشکارسازی امواج گرانشی استفاده می‌شود. اخیراً، ویژگی‌های آماری خروجی یک سامانه متشکل از اتم‌های دوترازی چگالیده و یک میدان کوانتومی تک‌مد مورد بررسی قرار گرفته است [۵-۱].

مدل و حل معادلات مربوطه: یک سامانه متشکل از اتم‌های سه‌ترازی در حالت چگالیده بوز-اینشتین (BEC) که با دو میدان کوانتومی و کلاسیکی در حال برهم‌کنش است را در نظر می‌گیریم (شکل ۱). در این سامانه، برهم‌کنش اتم- میدان و برخوردهای میان‌اتمی در یک محیط کر صورت می‌گیرد. هامیلتونی سامانه مورد نظر در تقریب موج چرخان به صورت زیر است [۶]:



شکل۱: سامانه متشکل از یک اتم سه‌ترازی که با دو میدان کوانتومی و کلاسیکی در حضور یک محیط کر برهم‌کنش می‌کند.

$$H=\omega_1 a^+a+\sum_{i=1}^{3}\nu_i b_i^+b_i - \left(g_1 b_2^+ b_1 a + g_2 b_2^+ b_3 e^{-i\omega_2 t} + H.c\right) + \sum_{i=1}^{3}\lambda_i {b_i^+}^2 {b_i}^2 + \sum_{i=1}^{3}\lambda_{ij} b_i^+ b_i b_j^+ b_j + \chi {a^+}^2 a^2, \quad (۱)$$

که در آن a (a^+) و b_i (b_i^+) به ترتیب عملگرهای آفرینش (نابودی) میدان و اتم در ترازهای اتمی مربوطه هستند. جمله‌های اول و دوم رابطه (۱)، به ترتیب هامیلتونی‌های آزاد میدان کوانتیده تک‌مد و اتم‌ها در ترازهای مربوطه را معرفی می‌کند. جمله سوم، برهم‌کنش اتم‌های سه‌ترازی با دو میدان کوانتومی و کلاسیکی را مشخص می‌کند که ω_1 و ω_2 به ترتیب بسامدهای میدان کوانتومی و کلاسیکی هستند. برخوردهای میان-اتمی در این سامانه با جملات چهارم و پنجم مشخص می‌شود که λ قدرت جفت‌شدگی اتم‌ها حین برخورد را نشان می‌دهد و جمله آخر، هامیلتونی محیط کر را با ثابت χ توصیف می‌کند. هامیلتونی سامانه را می‌توان در تصویر برهم‌کنش به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$H_{\text{int}}=(\Delta_2-\Delta_1)b_3^+b_3+\Delta_1 b_2^+b_2 + \nu_1\sum_{i=1}^{3}b_i^+b_i-\left(g_1b_2^+b_1a+g_2b_2^+b_3+H.c\right) + \sum_{i=1}^{3}\lambda_i {b_i^+}^2{b_i}^2+\sum_{i=1}^{3}\lambda_{ij}b_i^+b_ib_j^+b_j+\chi {a^+}^2a^2, \quad (۲)$$

که $\Delta_1=\nu_2-\nu_1-\omega_1$ و $\Delta_2=\nu_2-\nu_3-\omega_2$ نامیزانی باریکه‌های لیزری با اتم‌ها هستند. در شرایط شفافیت القایی الکترومغناطیسی (EIT) ایده‌آل سامانه در حالت تشدید دوفوتونی است $(\Delta_2=\Delta_1=\Delta)$. به کمک حذف بی‌دررو می‌توان هامیلتونی (۲) را در شرایط EIT به صورت زیر نوشت:

$$H_{EIT}=2\Omega_1b_1^+b_1+\Omega_3b_3^+b_3 - \left(g'b_3^+b_1a+g'^*b_1^+b_3a^++H.c\right) + \lambda_1{b_1^+}^2{b_1}^2+\Omega_1b_1^+b_1a^+a+\chi {a^+}^2a^2, \quad (۳)$$

که در آن

$$\Omega_1=-\frac{|g_1|^2}{\Delta},\quad \Omega_3=-\frac{|g_2|^2}{\Delta},\quad g'=-\frac{g_1g_2^*}{\Delta}.$$

اکنون با استفاده از عملگرهای تکانه زاویه‌ای زیر:

$$J_+={b_1}^+b_3,\quad J_-=b_1{b_3}^+,\qquad J_z=\frac{1}{2}({b_3}^+b_3-{b_1}^+b_1),\ N={b_3}^+b_3+{b_1}^+b_1. \quad (۴)$$

می‌توان هامیلتونی (۳) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$H_F=(\frac{1}{2}\Omega_3-\Omega_1)J_z-\frac{1}{2}\Omega_1a^+aJ_z + (g'J_+a+g'^*J_-a^+) + \frac{\lambda}{4}({J_z}^2-2NJ_z+2J_z)+\chi {a^+}^2a^2. \quad (۵)$$

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-13]

حال بردار حالت سامانه را با استفاده از برهم‌نهی حالت‌های اختلاف عددی $\sum_{N_1}|N_1, N-N_1\rangle$، $N_1+N_2=N$ و هم‌چنین کت‌های حالت عملگرهای تکانه زاویه‌ای به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$|\Phi(t)\rangle=\sum_n C_{a,n}(t)|a,n\rangle+C_{b,n+1}(t)|b,n+1\rangle,$$
$$|a\rangle=|j,m+1\rangle,\quad |b\rangle=|j,m\rangle,\quad j=\frac{N}{2},\quad m=-\frac{N}{2}. \qquad (۶)$$

در اینجا $|a,n\rangle$ توصیف کننده حالتی است که اتم در حالت برانگیخته و n فوتون در میدان حضور دارد و $|b,n+1\rangle$ نشان دهنده حالتی است که اتم در حالت پایه و $n+1$ فوتون در میدان است. به کمک معادله شرودینگر وابسته به زمان:

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\Phi(t)\rangle=H_F|\Phi(t)\rangle,$$

دو معادله دیفرانسیل مربوط به دامنه‌های احتمال در (۶) به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{C}_{a,n}=-iAC_{a,n}-iKC_{b,n+1},$$
$$\dot{C}_{b,n+1}=-iBC_{b,n+1}-iKC_{a,n}, \qquad (۷)$$

با حل این دستگاه معادلات جفت‌شده، ضرایب بسط بدین ترتیب به دست می‌آیند:

$$C_{a,n}=[(\cos(\frac{\Omega t}{2})-\frac{i\delta}{\Omega}\sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right))C_{a,n}(0)$$
$$-\frac{2iK}{\Omega}\sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right)C_{b,n+1}(0)]\exp(\frac{i\delta t}{2}), \qquad (۸)$$
$$C_{b,n+1}=[(\cos(\frac{\Omega t}{2})+\frac{i\delta}{\Omega}\sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right))C_{b,n+1}(0)$$
$$-\frac{2iK}{\Omega}\sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right)C_{a,n}(0)]\exp(-\frac{i\delta t}{2}),$$

که در آن از پارامترهای تعریف شده زیر استفاده شده است:

$$A=\left(\frac{1}{2}\Omega_3-\Omega_1\right)(m+1)+\frac{1}{2}\Omega_1 n(m+1)$$
$$+\frac{\lambda}{4}\left(2(m+1)^2-2(N-1)(m+1)\right)+\chi\left(n^2-n\right),$$
$$B=\left(\frac{1}{2}\Omega_3-\Omega_1\right)m+\frac{1}{2}\Omega_1 m(n+1), \qquad (۹)$$
$$+\frac{\lambda}{4}\left(2m^2-2(N-1)m\right)+\chi\left((n+1)^2-(n+1)\right),$$
$$K=g'\sqrt{(n+1)\left(j(j+1)-m(m+1)\right)},$$
$$\Omega=\sqrt{\delta^2+4K^2},$$
$$\delta=A-B.$$

حال که به بردار حالت سامانه به طور صریح دست یافتیم، می‌توان کمیت‌های فیزیکی مورد علاقه را محاسبه و بررسی کرد.

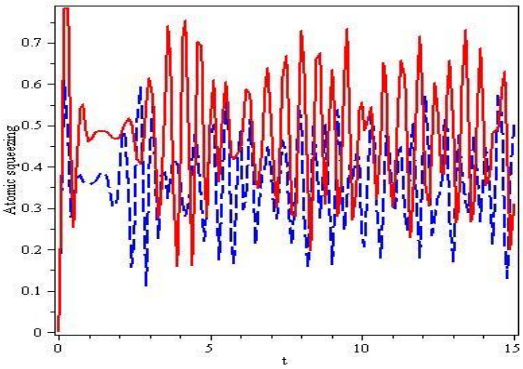
چلاندگی اتمی: به منظور بررسی آمار کوانتومی اتم‌ها در این سامانه، چلاندگی اتم‌ها را محاسبه می‌کنیم. در سامانه‌های متشکل از تعداد زیادی از اتم‌ها، چلاندگی اتمی بر حسب عملگر تکانه زاویه‌ای به صورت زیر تعریف می‌شود [۷]:

$$\eta=\frac{2j\langle\Delta J_z{}^2\rangle}{j^2-\langle J_z\rangle^2}. \qquad (۱۰)$$

اگر $\eta<1$ باشد، حالت اتمی سامانه مورد نظر چلانده است. به منظور انجام محاسبات عددی کمیت مورد نظر، اتم‌ها را در حالت برانگیخته و میدان را به صورت همدوس لحاظ می‌کنیم:

$$|\Phi(0)\rangle=|a,\alpha\rangle=|a\rangle\otimes|\alpha\rangle,$$
$$|\alpha\rangle=e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}|n\rangle,\qquad \bar{n}=|\alpha|^2. \qquad (۱۱)$$

شکل ۲ اثر محیط کر بر چلاندگی اتمی در حالت غیرتشدید را نشان می‌دهد.



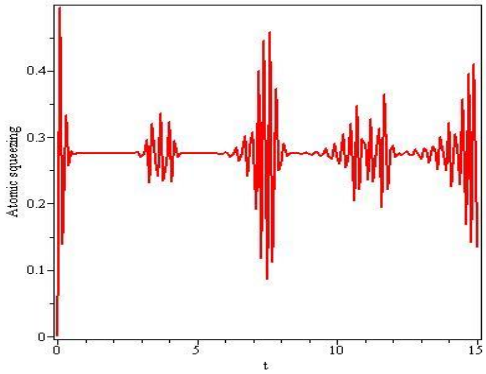
شکل۲: وابستگی زمانی چلانگی اتمی به ازای مقادیر $N=10, \bar{n}=2.5, g'=\lambda=1$ در حالت غیرتشدید در حضور محیط کر (خط چین) و در غیاب آن (خط پیوسته).

همان‌طور که ملاحظه می‌شود حضور محیط کر در برهم‌کنش سبب کاهش مقدار چلاندگی اتمی می‌شود که به معنای چلاندگی بیشتر اتم‌های موجود در سامانه است. با شکل ۳ به ازای مقادیر مشابه با شکل ۲ رسم شده ولی شدت میدان اولیه در آن از $\bar{n}=2.5$ به $\bar{n}=12.5$ افزایش یافته و منجر به مشاهده این پدیده کاملاً کوانتومی شده است. با افزایش شدت میدان اولیه رفتار چلاندگی اتمی از

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-13]

حالت نوسانی خارج شده و پدیده فروافت-احیا ظاهر می‌شود.



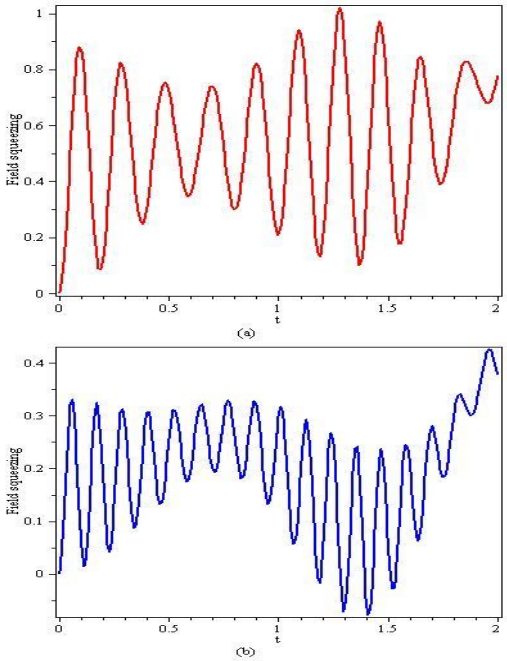
شکل۳: وابستگی زمانی چلانگی اتمی به ازای مقادیر $N=10, \bar{n}=2.5, g'=\chi=\lambda=1$ در حالت غیرتشدید.

چلاندگی میدان: به منظور استخراج ویژگی‌های غیرکلاسیکی فوتون‌های میدان کوانتومی، چلاندگی آنها را مورد بررسی قرار می‌دهیم. چلاندگی کوادراتورهای میدان:

$$X_1 = a + a^+, \quad X_2 = (a - a^+)/i,$$

به صورت زیر تعریف می‌شود [۸]:

$$S_1 = 2\langle a^+ a\rangle + 2\langle a\rangle^2 - 4(\mathrm{Re}\langle a\rangle)^2,$$
$$S_2 = 2\langle a^+ a\rangle - 2\langle a\rangle^2 - 4(\mathrm{Im}\langle a\rangle)^2, \quad (۱۳)$$
$$S_i < 0, \quad i = 1,2.$$



شکل۴: تحول زمانی چلاندگی میدان در غیاب برخوردهای میان‌اتمی (a) و در حضور آنها (b). مقادیر منفی پارامتر S_1 میدان نشان دهنده چلاندگی میدان در X_1 است.

اثر برخوردهای میان‌اتمی بر تحول زمانی چلاندگی میدان در شکل ۴ رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در غیاب این برخوردها ($\lambda = 0$) میدان چلانده نیست زیرا مقدار کوادراتور میدان همواره مثبت است اما با در نظر گرفتن برخوردهای میان‌اتمی فوتون‌های میدان چلانده می‌شوند.

نتیجه‌گیری: با استفاده از مدل دیک و رهیافت دامنه احتمال، آمار کوانتومی خروجی یک لیزر اتمی سه‌ترازی را در حضور یک محیط کر مورد ارزیابی قرار دادیم. نتایج نشان داد که برهم‌کنش‌های غیرخطی مانند محیط کر و برخوردهای میان‌اتمی در نظر گرفته شده در این مدل سبب ایجاد چلاندگی در خروجی لیزر اتمی می‌شود. هم‌چنین، میزان چلاندگی اتم‌ها و فوتون‌ها میدان را می‌توان با تغییر پارامترهای موجود در مدل در نظر گرفته شده مانند ثابت جفت‌شدگی میان‌اتمی و قدرت برهم‌کنش محیط کر کنترل کرد. رفتار چلاندگی اتمی به ازای شدت پایین میدان اولیه به صورت نوسانی است و با افزایش شدت میدان، پدیده فروافت-احیا در رفتار چلاندگی اتمی قابل مشاهده است. به علاوه، پدیده فروافت-احیا که یک پدیده کوانتومی محض محسوب می‌شود را می‌توان در رفتار چلاندگی اتمی مشاهده کرد. هم‌چنین، اثر محیط کر بر چلاندگی میدان و تاثیر برخوردهای میان‌اتمی بر چلاندگی اتمی نیز نشان‌دهنده افزایش میزان چلاندگی در خروجی لیزر اتمی است که نتایج عددی آن در این مقاله (به علت محدودیت جا) ارائه نشده است.

مراجع

[1] D. F. Walls, Nature **306** 141 (1983).
[2] R. London and P. L. Knight, J. Mod. Opt. **34** 709 (1987).
[3] B. Yurke, Phys. Rev. A **29** 408 (1984).
[4] E. Ghasemian, M. K. Tavassoly, Phys. Lett. A, **380** 3262 (2016).
[5] E. Ghasemian, M. K. Tavassoly, Laser Phys. 27 095202 (2017).
[6] L. M. Kuang, L. Zhou, Phys. Rev. A **68** 043606 (2003).
[7] H. Pu, G. Moore and P. Meystre "Selected paper of the first International Meeting in Quantum Optics Held in Santiago", Chile, 1316 August (2000).
[8] O. Marian, M. Scully and S. Zubairy, Quantum Optics, *Cambridge University Press*, (1997).

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-13]