مطالعه حبابهای ناپایداری اعداد موج در ساختارهای فضایی حاصل از شفافیت القایی الکترومغناطیسی

مریم ورزکاری، منصور اسلامی، رضا خردمند

گروه فوتونیک، پژوهشکده فیزیک کاربردی و ستاره شناسی، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

چکیده - در این مقاله ساختارهای پریودیک فضایی در صفحه عرضی کاواک حاوی اتم های گازی شکل روبیدیم تحت شفافیت القایی الکترومغناطیسی بررسی شده است. با مطالعه فضای جواب های عرضی و حوزه های پایداری آنها، نشان داده شده است که جوابهای عرضی می توانند در گستره حباب های محدودی به جوابی دیگر با عدد موج متفاوت ناپایدار شود. این موضوع بطور خاص در مورد جواب لانه زنبوری مطالعه شده است و غیرخطیت ارتقا یافته بواسطه همدوسی اتمی و فضای فاز پیچیده حاصل از آن مسبب رفتارهای غیرخطی از این دست معرفی شده است.

کلید واژه- ساختارهای پریودیک فضایی، شفافیت القایی الکترومغناطیسی، همدوسی اتمی، غیرخطیت

Instability Balloons for Wave Numbers of Spatial Structures Forming in an EIT Medium

Maryam Varzkari, Mansour Eslami, Reza Kheradmand

Photonics Group, Research Institute for Applied Physics and Astronomy, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Abstract- Periodic spatial structures forming in the transverse plane of a cavity containing Rb atomic vapors under EIT (Electromagnetically Induced Transparency) condition are investigated. Through studying the solution space and the stability domains, it is shown that the transverse solutions may lose their stability to a solution with a different wave number within a finite balloon. This phenomenon, in particular, is investigated for the case of honeycomb patterns and the enhanced nonlinearity due to atomic coherence and complex phase space arising from that is introduced as the origin of such behaviors.

Keywords: Periodic Spatial Structures, EIT, Atomic Coherence, Nonlinearity

۱- مقدمه

تشکیل ساختارهای فضایی در فضای عرضی سامانه هایی با سطح مقطع پهن به دور از تعادل ترمودینامیکی موضوعی است که به مدت بیش از دو دهه مورد مطالعه قرار گرفته است [۵-۱] وکاربردهای مهمی را در اپتیک و فوتونیک یافته است. در واقع این پدیده حاصل پاسخ غیرخطی مواد به پرتوهای لیزری پرشدت و رقابت آن با پدیده پراش می باشد. در تقریب میدان میانگین چنین سامانه هایی توسط معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی در دو بعد فضایی و زمانی بیان می شوند که جواب های حاصل می توانند به صورت نقاط منفرد در فضای فاز بی نهایت بعدی دیده شوند. با این حال، با شناسایی دوشاخگی ها و ناپایداری می توان این فضای بینهایت بعدی را به فضای محدودتر و قابل مطالعه تجزیه کرد.

نشان داده شده است که این امر در حضور همدوسی اتمی ارتقا یافته بواسطه شفافیت القایی الکترومغناطیسی شکل پیچیده تری را بخود می گیرد و می تواند طرح های متنوع تر و چندپایا را پشتیبانی کند [۶]. همچنین غیرخطیت ارتقایافته باعث پدیدار شدن چندشاخگی هایی می شود که رفتار سامانه را در نقاط خاص تغییر می دهد. از جمله این تغییر رفتارها ناپایداری عدد موج مربوط به طرح های نوری به عدد موجی دیگر می باشد. در اثر چنین پدیده ای یک طرح خاص با عدد موج مشخص به هنگام گذر از حبابی موسوم به حباب بوسه (Busse Balloon) [۷] عدد موج خود را در اثر ناپایداری تغییر داده و عدد موج جدیدی اتخاذ می کند که بسته به نوع جواب عرضی تبعاتی از قبیل تغییر زاویه جهت گیری، تغییر طول موج فضایی و حتی تغییر نوع طرح مورد انتظار خواهد بود. در این مقاله به بررسی این حباب ناپایداری برای جواب مشخص لانه زنبوری خواهیم پرداخت.

۲- مدل

کاواکی حاوی اتم های گازی شکل سه ترازی در پیکربندی Λ در نظر گرفته می شود. مطابق شکل (۱) و (۲) دو میدان خارجی E و E_2 به سامانه مورد نظر اعمال می شود. میدان E با بسامدی که به میزان Δ_1 از بسامد گذار اتمی دو تراز ۱ و ۳ نامیزانی دارد در داخل کاواک نوسان می کند و میدان E_2 با بسامدی که به میزان Δ_2 از بسامد گذار اتمی دو تراز ۲ و ۳ نامیزانی دارد از داخل کاواک عبور می کند. بسامد میدان ها طوری انتخاب می شوند که تنها میدان E بتواند در داخل کاواک نوسان کند. در چنین شرایطی پیش شرطهای لازم برای بدام افتادن جمعیت الکترون ها حاصل شده و EIT در محیط ایجاد می شود. با توجه به شرایط ذکر شده معادله حاکم بر سامانه به صورت زیر خواهد بود:

$$\partial_t E = E_I - (1+i\theta)E + i2c\rho_{13} + i\nabla^2 E \quad (۱)$$

این معادله که به مدل لوجیاتو- لوفر[۱۰-۸] معروف است تحول میدان داخل کاواک راتوصیف می کند. E_I دامنه میدان پمپ ورودی (میدان پروب)، θ نامیزانی بسامد پمپ نسبت به تشدید کاواک می باشد. ρ_{13} عنصر غیر قطری ماتریس چگالی برای گذار ۳→۱،که پذیرفتاری الکتریکی محیط را به دامنه میدانی که داخل کاواک نوسان می کند جفت می کند با رابطه زیر داده می شود:

$$\rho_{13} = \chi_{13} E \quad (۲)$$

χ_{13} پذیرفتاری الکتریکی محیط است که برحسب نامیزانی بین بسامد میدان پروب و بسامد گذار از تراز ۱ به ۳ و همچنین نامیزانی بین بسامد میدان کوپلاژ و بسامد گذار از تراز ۲ به ۳، شدت میدان جفت کننده و شدت میدان پروب تعیین می شود:

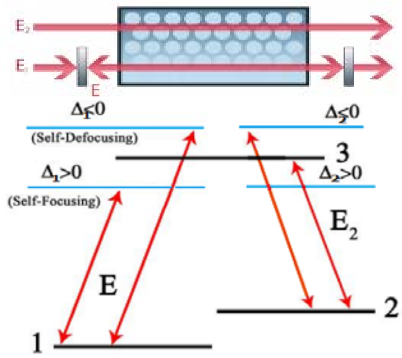
(۳)

$$\chi = \frac{1}{(|E_2|^2+|E|^2)^3}\times \{-\Delta_1(|E_2|^2|E|^2+|E_2|^4)+\Delta_2(|E_2|^2|E|^2+|E_2|^4) + i(\Delta_1^2|E_2|^2+\Delta_2^2|E_2|^2-2|E_2|^2\Delta_1\Delta_2)\}$$

تفاوت مدل در نظر گرفته شده در این مقاله با مرجع [۶] را در رابطه ۳ که در واقع غیرخطیت در سیستم را توصیف می کند می توان دید. انتظار می رود این غیرخطیت، که با احتساب نامیزانی میدان تزویج کننده با گذار ۲ به ۳ علاوه بر نامیزانی معمول میدان کاوشگر با گذار ۱ به ۳ بدست آمده، پیچیدگی بیشتری را در فضای فاز سیستم بوجود آورد که در ادامه بیشتر توضیح داده خواهد شد.

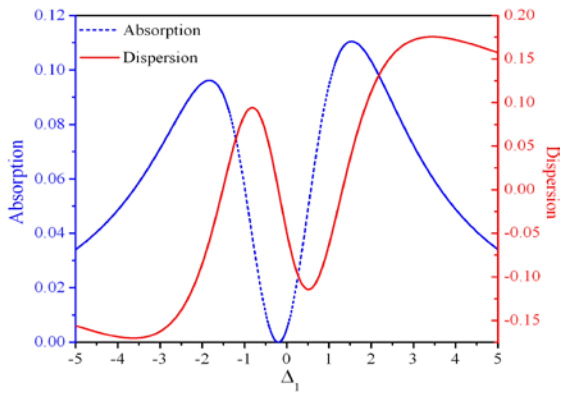
عملگر لاپلاسی ∇^2، نماینده مکانیسم پراش در کاواک می باشد و C پارامتر دوپایایی سامانه است که با رابطه ی $2C=\frac{\alpha L}{T}$ داده می شود؛ در آن L طول کاواک و

ضریب جذب غیراشباع میدان در حالت تشدید است و برابر است با $\alpha=\dfrac{n_a\mu^2 k}{2\hbar\gamma_\perp\varepsilon_0}$ که در آن n_a چگالی اتمی، μ^2 مربع ممان دوقطبی گذار مورد نظر، k عدد موج میدان، ħ ثابت پلانک، $\gamma_\perp$ متناظر با پهنای خط اتمی و ε_0 گذردهی فضای آزاد می باشد[۱۱] . شماتیک کاواک مورد نظر به همراه ساختار اتمی در شکل ۱ نشان داده شده است.



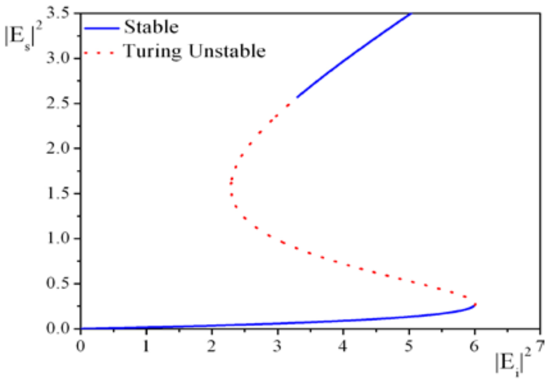
شکل ۱: مدل سیستم اتمی سه ترازی Λ

شکل (۲) قسمت موهومی و قسمت حقیقی پذیرفتاری الکتریکی χ را بر حسب ناميزانی بسامد میدان پروب Δ_1 نشان می دهد. در بررسی قسمت موهومی χ بر حسب ناميزانی بسامد میدان پروب دیده می شود که برای Δ_2 منفی شفافیت القایی الکترومغناطیس در Δ_1 منفی رخ می دهد. همچنین ملاحظه می شود که در این پنجره شفافیت شیب پاشندگی اندازه قابل توجهی را به خود اختصاص داده است که حاکی از غیرخطیت بزرگ در اثر حضور شفافیت القایی الکترومغناطیسی است.



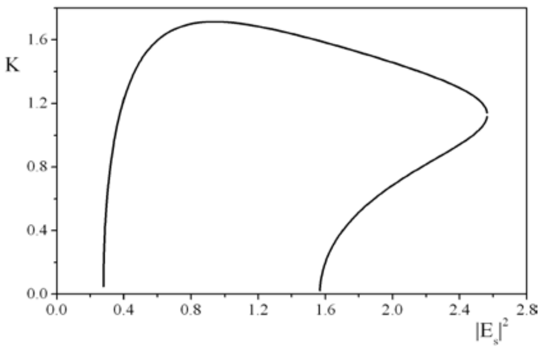
شکل ۲: قسمت موهومی و قسمت حقیقی پذیرفتاری الکتریکی با مقادیر پارامترهای $|E_2|^2=1, |E|^2=1, \Delta_2=-0.2$.

با مساوی صفر قرار دادن مشتق زمانی و جمله لاپلاسی معادله دینامیکی (۱) جوابهای موج تخت حالت پایا خواهد داشت که شدت ورودی را مطابق نمودار زیر به خروجی ارتباط می دهد.



شکل ۳. منحنی دوپایایی با در نظر گرفتن محدوده ی ناپایدار تورینگ با مقادیر پارامتر های $|E_2|^2=1, C=10, \theta=-1, \Delta_1=0.2, \Delta_2=-0.2$.

شکل (۴) ناحیه ناپایدار تورینگ را بر حسب بردار موج و شدت میدان داخل کاواک نشان می دهد. این نمودار ناحیه ای که بردار های موج عرضی ناپایدار می شوند را مشخص می کند که از محاسبات مربوط به تحلیل پایداری خطی در پاسخ به اختلال های کوچک بدست می آید.

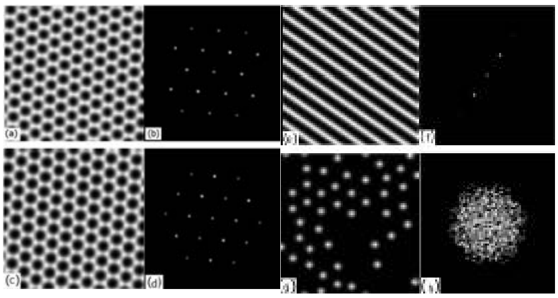


شکل ۴: ناحیه ناپایداری تورینگ به ازای مقادیر شکل ۳.

۳- شبیه سازی

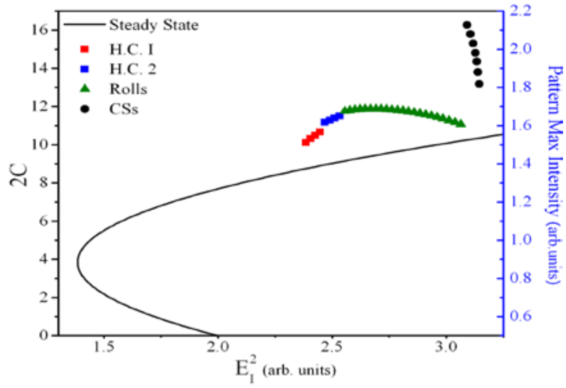
معادله (۱) یک معادله دینامیکی غیر خطی است که شامل مشتق گیری زمانی و مکانی است. برای حل عددی چنین معادله ای از روش گام های مجزا بر اساس تبدیل فوریه استفاده شده است که دینامیک سیستم را در صفحه عرضی با گذشت زمان بدست می دهد. نقطه ی دو شاخگی جواب همگن برای طرحواره ها 2C=8.7 می باشد که شرایط اولیه برحسب پارامتر کنترل 2C در شبیه سازی نقطه ی دو شاخگی جواب همگن انتخاب شده است. با افزایش مقدار پارامتر کنترل 2C سامانه به نقطه ی دو شاخگی رسیده و بعد از این دو شاخگی اولین

طرحواره در 2C=8.75 پدید می آید که شش ضلعی منفی (لانه زنبوری) است. این طرحواره در گستره ی 2C=8.75-8.90 پایدار باقی می ماند. با اتمام این بازه و با عبور از مرز حباب موسوم به بوسه، که همراه است با بهم ریختگی طرح منظم لانه زنبوری، در نقطه 2C=8.95 بردار موج طرحواره تغییر می کند و این این عدد موج جدید تا 2C=9.10 مشاهده پایدار می ماند. در گستره ی 2C=9.15-10.20 طرحواره ی رول جایگزین شده و به دنبال آن گاز سالیتون کاواک در گستره ی - 2C=10.25 10.35 شکل می گیرد.



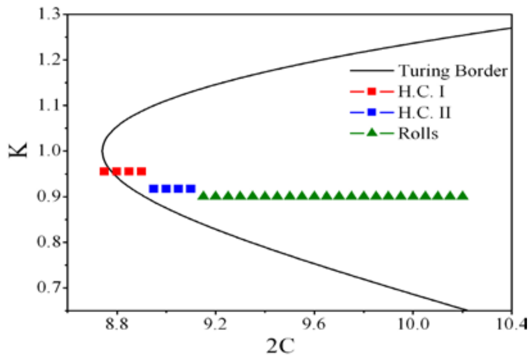
شکل ۵: توالی طرحواره ها: بترتیب لانه زنبوری ۱، لانه زنبوری ۲، رول و گاز سالیتون کاواک بهمراه تصویر فضای فوریه شان.

ترتیب طرحواره ها بهمراه تصویر فضای فوریه آنها در شکل ۵ آمده است که ناپایدار شدن عدد موج مربوط به طرحواره لانه زنبوری در ابتدای بازه جوابهای عرضی به عدد موج متفاوت در آنها مشهود است. شکل ۶ شدت طرحواره ها را برحسب پارامتر کنترلی 2C و در مقایسه با شدت حالت پایا نشان می دهد.



شکل ۶: شدت طرحواره ها برحسب پارامتر کنترل و جواب حالت پایا.

برای درک بهتر پدیده حباب بوسه، در شکل ۷ اعداد موج طرحواره ها همزمان با منحنی نگاشت شده تورینگ در فضای پارامتری 2C-K نشان داده شده است. همانگونه که دیده می شود عدد موج مربوط به جواب لانه زنبوری۱ حبابی را خارج از حوزه ناپداری تورینگ ایجاد کرده است بطوریکه این اعداد خارج از مرز تورینگ واقع شده اند. در اثر ورود پارامتر کنترلی سیستم به این حباب، بردار موج طرح پس از تجربه بهم ریختگی های گذرا تغییر کرده و مسیر متفاوتی را در فضای جواب می پیماید.



شکل ۷: اختلاف اعداد موج طرحواره ها.

۴- نتیجه‌گیری

با مطالعه کاواک حاوی بخارات روبیدیوم تحت دو باریکه جفت کننده و کاوش جهت ایجاد شرایط EIT به همراه نامیزانی های مربوطه با گذارهای متناظرشان، نشان دادیم که غیرخطیت ارتقا یافته ناشی از همدوسی اتمی باعث ایجاد حباب ناپایداری بردار موج برای جوابهای لانه زنبوری می شود. این حباب که تا خارج از ناحیه تورینگ نیز کشیده می شود باعث عوض شدن عدد موج طرحواره شده و مسیر تحولی جدید را برای جوابها در فضای فاز ایجاد می کند.

مراجع

[1] D. Walgraef, Spatio-Temporal Pattern Formation (SpringerVerlag, Berlin, 1997).
[2] L. A. Lugiato, M. Brambilla, and A. Gatti, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **40**, 229 (1999).
[3] T. Ackemann and W. J. Firth, in *Dissipative Solitons*, edited by N. Akhmediev and A. Ankiewicz, Lecture Notes in Physics Vol. 661 (Springer-Verlag, Berlin, 2006), p. 55.
[4] M. C. Cross and H. S. Greenside, *Pattern Formation and Dynamics in Nonequilibrium Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, 2009)
[5] T. Ackemann, W. Firth, and G.-L. Oppo, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **57**, 323 (2009).
[6] M. Eslami, R. Kheradmand, D. McArthur, and G.-L. Oppo, Phys. Rev. A 90, 023840 (2014).
[7] G. K. Harkness, W. J. Firth, G.-L. Oppo, and J. M. McSloy, Phys. Rev. E 66, 046605 (2002).
[8] G.-L. Oppo, J. Mod. Opt. **57**, 1408 (2010).
[9] L. A. Lugiato, R. Levefer, Phys. Rev. Lett. 58, 2209–2211 (1987).
[10] L. A. Lugiato, C. Oldano, Phys. Rev. A 37, 3896–3908 (1988).
[11] S. E. Harris and L. V. Hau, “Nonlinear optics at low lighlevels,” Phys. Rev. Lett. 82, 4611 (1999).