



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



## تعیین فاصله کانونی با استفاده از جابه‌جایی فریز مرکزی در پراش فرنل از تیغه فازی

محدثه عباسی، معصومه دشتدار

دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، اوین

چکیده

زمانی که یک پرتو نور همگرا، همدوس و شبه تکفام لبه ی یک تیغه‌ی شفاف را که به صورت عمود بر محور اپتیکی قرار گرفته است روشن می‌کند، به دلیل تغییر ناگهانی ضریب شکست در مرز تیغه، نقش پراش فرنل به طور متقارن و متناوب حول یک فریز مرکزی تشکیل می‌شود. با چرخاندن تیغه حول خط عمود بر محور اپتیکی و لبه‌ی تیغه، فریزها جابه‌جا شده و حول پرتوی که بر سطح تیغه عمود است تشکیل می‌شوند. با اندازه‌گیری جابه‌جایی فریز مرکزی فاصله کانونی عدسی همگرا کننده‌ی نور قابل محاسبه است.

کلید واژه - پراش فرنل، پله فازی، فاصله کانونی

## Determination of the focal length by central fringe displacement in Fresnel diffraction from phase plate

Mohadese Abbasi, Masoomeh Dashtdar

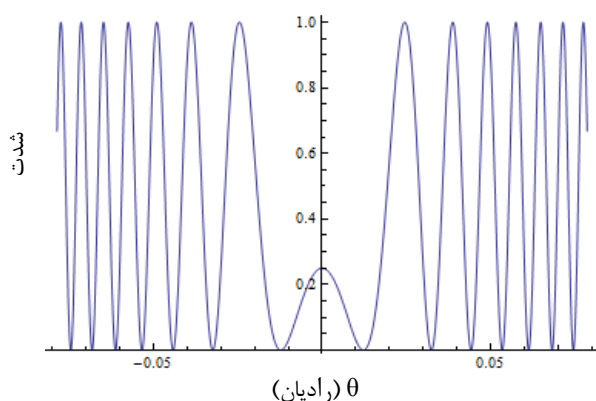
Department of Physics, Shahid Beheshti University, Tehran, Evin

When a transparent plate is illuminated perpendicular to its surface by a monochromatic convergent beam of light, the Fresnel fringes, caused by abrupt change in refractive index at the plate boundary, are formed periodical and symmetrical around the optical axis on the observation plane. When the plate is rotating around the direction normal to optical axis and plate boundary, the fringes are moved and formed around the ray that is perpendicular to the plate surface. It is shown theoretically and experimentally that the focal length of lenses can be determined by measurement of the displacement of the central Fresnel fringe.

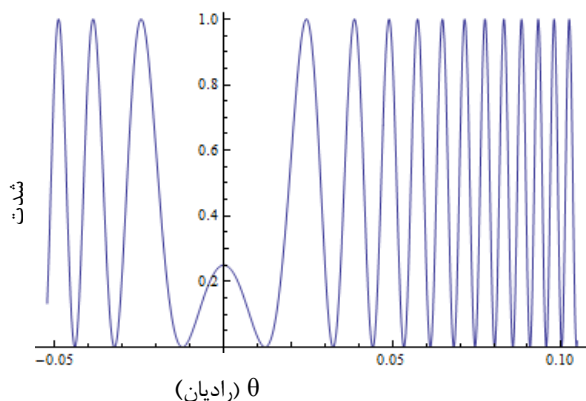
Keywords: Focal length, Fresnel diffraction, Phase step

## ۱- مقدمه

مرکزی در راستای پرتویی تشکیل می‌شود که تیغه را به صورت عمودی می‌بیند. در این حالت، فریز مرکزی روی محور اپتیکی تشکیل می‌شود و سایر فریزها حول فریز مرکزی به شکل متقارن توزیع می‌شوند. با چرخش تیغه، فریز مرکزی در راستای لبه تیغه جابه‌جا شده و در راستای پرتوی عمود بر سطح تیغه تشکیل می‌شود (شکل ۲). با اندازه‌گیری جابه‌جایی فریز مرکزی فاصله کانونی قابل محاسبه است.



شکل ۱: توزیع شدت در صفحه مشاهده مربوط به لبه تیغه شیشه‌ای برای جبهه موج کروی در فرود عمودی نور



شکل ۲: توزیع شدت در صفحه مشاهده مربوط به لبه تیغه شیشه‌ای برای جبهه موج کروی پس از چرخش تیغه

در شکل ۳، نمایی از هندسه به کار رفته برای محاسبه فاصله کانونی نشان داده شده است. باریکه شبه تکفام، همدوس و گسترده نور به شعاع  $a$  به یک عدسی با فاصله کانونی  $f$  می‌تابد. صفحه تصویر به فاصله دلخواه  $X$  از کانون قرار دارد.  $\theta$  زاویه همگرایی پرتو کناری و  $Y$  شعاع پرتو در محل صفحه مشاهده است. با چرخش تیغه‌ی شیشه‌ای به اندازه زاویه  $\alpha$ ، فریز مرکزی به اندازه  $\Delta Y$  جابه‌جا می‌شود. مطابق شکل ۳ داریم:

فاصله کانونی یکی از پارامترهای مهم سیستم‌های اپتیکی است که اندازه‌گیری آن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. روش‌های مختلفی برای اندازه‌گیری فاصله کانونی ارائه شده‌اند [۲ و ۱]. به عنوان نمونه می‌توان به روش‌هایی بر پایه تداخل‌سنجی و انحراف‌سنجی ماره اشاره کرد [۳ و ۴]. در این مقاله روشی ساده و کاربردی برای اندازه‌گیری فاصله کانونی بر اساس پراش فرنل از پله فازی معرفی می‌شود. اگر باریکه گسترده نور شبه تکفام به وسیله عدسی همگرا شده و به لبه تیغه‌ی شیشه‌ای برخورد کند به سبب تغییر ناگهانی ضریب شکست در لبه تیغه، نقش فریزهای پراش فرنل تشکیل می‌شود. این فریزها به شکل متقارن و متناوب حول یک فریز مرکزی تشکیل می‌شوند. با چرخاندن تیغه حول راستایی عمود بر محور اپتیکی و لبه تیغه، فریزها جابه‌جا می‌شوند. با اندازه‌گیری میزان جابه‌جایی فریز مرکزی و زاویه چرخش تیغه، می‌توان فاصله کانونی عدسی را به دست آورد.

## ۲- مطالعات نظری

بر اساس مطالعاتی که اخیراً انجام شده است، پراش فرنل از پله فازی فرمول‌بندی و نشان داده شده است که شدت پراش در صفحه‌ی تصویر با رابطه‌ی زیر داده می‌شود [۵]

$$I = \cos^2(\phi/2) + 2(C_0^2 + S_0^2)\sin^2(\phi/2) + (C_0 - S_0)\sin(\phi), \quad (1)$$

$C_0$  و  $S_0$  انتگرال‌های  $\cos$  و  $\sin$  فرنل هستند و  $\phi$  تغییر فاز در مرز تیغه و محیط اطراف، برابر است با

$$\phi = kh \left( \sqrt{N^2 - n^2 \sin^2 \theta} - n \cos \theta \right), \quad (2)$$

که در آن،  $N$  ضریب شکست تیغه،  $n$  ضریب شکست محیط،  $h$  ضخامت تیغه و  $\theta$  زاویه فرود نور است. در این‌جا چون جبهه موج همگرا و کروی است،  $\theta$  در بازه‌ای مشخص به شکل متقارن حول محور اپتیکی توزیع می‌شود. در صفحه مشاهده شدت در راستای مربوط به  $C_0 = S_0 = 0$ ، که متناظر با لبه تیغه است به شکل متناوب و متقارن حول محور اپتیکی توزیع می‌شود. در شکل ۱ توزیع شدت برحسب زاویه فرود برای حالتی که تیغه بر محور اپتیکی عمود است، رسم شده است. فریز

کانونی عدسی همگرا کننده است. در شکل ۶، نقاط نمودار، میزان جابه‌جایی تجربی ( $\Delta Y$ ) را برای عدسی با فاصله کانونی ۵۰ میلی‌متر نشان می‌دهند. خط پیوسته نمودار با برازش تابع خطی بر داده‌های تجربی به دست آمده است. شیب نمودار مقدار فاصله کانونی را برابر  $48/1 \pm 0/9$  میلی‌متر نتیجه می‌دهد. در شکل ۷، نقاط مربوط به اندازه جابه‌جایی فریز مرکزی برای عدسی با فاصله کانونی ۱۰۰ میلی‌متر رسم شده است. به کمک شیب خط برازش شده به داده‌های تجربی فاصله کانونی  $100/8 \pm 0/5$  میلی‌متر به دست آمده است. در این مطالعه اندازه جابه‌جایی فریز مرکزی به کمک کاغذ میلی‌متری که در فاصله حدود ۳۰ سانتی‌متری از تیغه قرار داده شده است، با دقت ۱ میلی‌متر و زاویه چرخش تیغه با دقت ۰/۱ درجه اندازه‌گیری شده‌اند. خطای اندازه‌گیری با تکرار آزمایش و از روی میانگین داده‌ها با استفاده از روش کمترین مربعات محاسبه شده است و دقت اندازه‌گیری در مرتبه دهم میلی‌متر به دست آمده است.

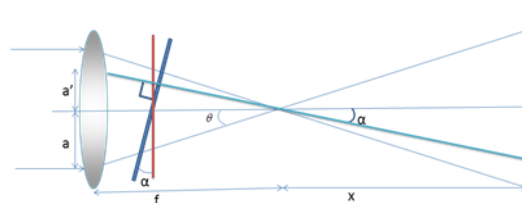
$$\tan \theta = \frac{a}{f} = \frac{Y}{x} \quad (3)$$

$$\tan \alpha = \frac{\Delta Y}{x} \quad (4)$$

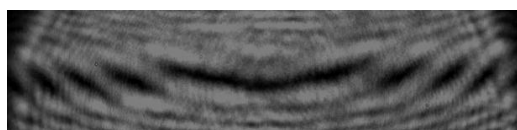
با جاگذاری رابطه (۳) در رابطه (۴) داریم:

$$f = \frac{\Delta Y a}{Y \tan \alpha} \quad (5)$$

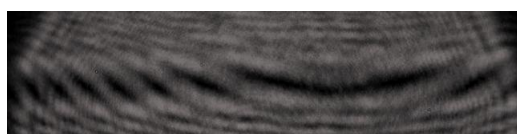
به این ترتیب با تغییر  $\alpha$  و اندازه‌گیری  $\Delta Y$  و  $Y$  فاصله کانونی اندازه‌گیری می‌شود.



شکل ۳: نمایی از هندسه به کار رفته در محاسبه فاصله کانونی



شکل ۴: فریزهای تشکیل شده در فرود عمودی نور به تیغه، برای عدسی ۵۰ میلی‌متری



شکل ۵: جابه‌جایی فریز مرکزی پس از چرخش تیغه به اندازه ۱ درجه برای عدسی ۵۰ میلی‌متری

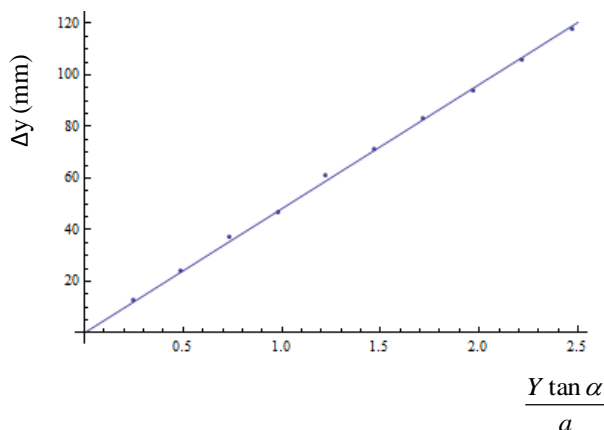
### ۳- شرح آزمایش و نتایج

باریکه پهن شده لیزر هلیوم-نئون توسط روزنه ای به قطر ۲۰ میلی‌متر محدود و به عدسی آزمون می‌تابد. عدسی‌های آزمون، شامل دو عدسی تکی با فاصله‌های کانونی ۵۰ میلی‌متر و ۱۰۰ میلی‌متر هستند (خطای فواصل کانونی توسط شرکت سازنده داده نشده است). نور همگرا شده بعد از عدسی به تیغه شیشه‌ای با ضخامت ۶ میلی‌متر که عمود بر محور اپتیکی روی سکوا (گونئومتر) با دقت ۰/۱ میلی‌متر قرار داده شده است، تابانده می‌شود. تیغه طوری قرار می‌گیرد که لبه ی آن سطح مقطع نور همگرا شده را نصف کرده و از قطر آن می‌گذرد. در شکل ۴ فریزهای متناظر با لبه تیغه برای عدسی با فاصله کانونی ۵۰ میلی‌متر نشان داده شده است. شکل ۵ همین فریزها را بعد از چرخاندن تیغه حول راستای عمود بر لبه تیغه و محور اپتیکی به اندازه ۲ درجه نشان می‌دهد. با توجه به رابطه (۵) میزان جابه‌جایی فریز مرکزی  $\Delta Y$  برحسب  $\frac{Y \tan \alpha}{a}$  نموداری خطی است، که شیب آن فاصله

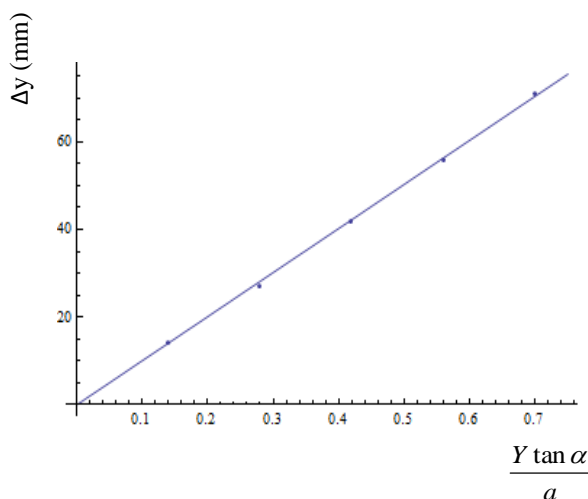
مرکزی به کمک CCD که دقتی معادل میکرو پیکسل دارد، می‌توان فاصله کانونی را دقیق‌تر محاسبه کرد. همچنین در این روش با استفاده از تیغه‌هایی با ضخامت‌های مختلف امکان اندازه‌گیری فواصل کانونی در محدوده‌های مختلفی امکان‌پذیر است، درحالی که برخی از روشهایی که تا کنون ارائه شده‌اند قادر به اندازه‌گیری محدوده خاصی از فواصل کانونی هستند [۱].

#### ۵- منابع

- [1] Malacara D., *Optical Shop Testing*, 3rd ed, Ed., Wiley, New York \_2007\_.
- [2] Morel S., *Methods for measuring a lens focal length*
- [3] Keren E., Kreske K.M. and Kafri O., *Universal method for determining the focal length of optical systems by moiré deflectometry*
- [4] Malacara-Doblado D., Salas-Peimbert D. P. and Trujillo-Schiaffino G., *Measuring the effective focal length and the wavefront aberrations of a lens system*
- [5] Amiri M., Tavassoly M.T., *Fresnel diffraction from 1D and 2D phase steps in reflection and transmission modes* **Optic Commun** 272 (2007) 349-361



شکل ۶: میزان جابه‌جایی فریزمرکزی  $\Delta Y$ ، برحسب  $\frac{Y \tan \alpha}{a}$  برای عدسی ۵۰ میلی‌متری



شکل ۷: میزان جابه‌جایی فریزمرکزی  $\Delta Y$ ، برحسب  $\frac{Y \tan \alpha}{a}$  برای عدسی ۱۰۰ میلی‌متری

#### ۴- نتیجه‌گیری

روشی که در این مقاله برای اندازه‌گیری فاصله کانونی ارائه شده است نسبت به سایر روش‌ها بسیار ساده‌تر و کاربردی‌تر است. ویژگی برجسته‌ی این روش عدم نیاز به وسایل و چیدمان پیچیده آزمایشگاهی است، به نحوی که حتی بدون نیاز به اندازه‌گیری میزان شدت فریزها توسط آشکارسازهای نوری می‌توان به راحتی فریزها را مشاهده و اندازه‌گیری‌ها را توسط کاغذهای میلی‌متری انجام داد. در این مطالعه فواصل کانونی با دقت ۱ میلی‌متر محاسبه شده‌اند. در صورت انجام آزمایش با وسایلی که دقت بیشتری دارند، به عنوان مثال استفاده از گونیومتری دقیق‌تر و اندازه‌گیری جابه‌جایی فریز