بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

امواج روگیو سطحی در پلاسمای تبهگن نسبیتی

مهران شاه منصوری

گروه فیزیک، دانشگاه اراک، اراک ۳۸۱۵۶- ۸ ۸۳۴۹

چکیده – در این تحقیق، برانگیزش و انتشار موج روگیو در امتداد فصل مشترک پلاسما-خلاء مورد بررسی قرار گرفته است. جفت شدگی پلاسمون های سطحی فرکانس بالا با نوسانات یونی فرکانس پایین، به شکل گیری امواج روگیو سطحی منجر می شود. ویژگیهای انتشاری این امواج، با در نظر گرفتن آثار فشار تبهگن نسبیتی برای الکترونها و دمای یونها، بطور عددی تحقیق شده است..

کلید واژه- امواج روگیو، پلاسما، پلاسمون سطحی، فشار تبهگن نسبیتی.

Surface rogue waves in relativistic degenerate plasma

Mehran Shahmansouri

Physics Department, Faculty of Science, Arak University, Arak ۳۸۱۵۶- ۸ ۸۳۴۹

Abstract- In the present study, excitation and propagation of rogue waves along a plasma-vacuum interface has been investigated. The coupling between high frequency surface plasmons and low frequency ion oscillations leads to the formation of such surface waves. The propagation properties of surface rogue waves considering effect of relativistic degenerate pressure has been numerically investigated.

Keywords: Rogue waves, plasma, surface Plasmon, Relativistic degenerate pressure.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-14]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

امواج روگیو یک پدیده غیر خطی است که تاکنون در بسیاری از موقعیتهای فیزیکی، در سیستمهای اپتیکی [۱-۳]، چگالش بوز-اینشتین[۴] و فیزیک پلاسما [۵-۹]، مشاهده شده است. ارتفاع میانگین این دسته از امواج چند مرتبه بزرگتر از امواج پیرامونش گزارش شده است [۱۰و۱۱]. رهیافت خطی امواج، برای مطالعه امواج روگیو مناسب نیست [۱۲]. یکی از ساز و کارهایی که میتواند به تولید امواج روگیو در نظریه غیرخطی بیانجامد، ناپایداری مدولاسیونی [۱۳و۱۴] است. پدیده ناپایداری مدولاسیونی، در چارچوب نظری مدلهای بطور ضعیف غیرخطی، مثل معادله شرودینگر غیرخطی، معادله کورتوگ دورایس، و معادله کادومتسو-پتویاشویلی، قابل بررسی است.

ویژگیهای امواج روگیو در مدلهای مختلف پلاسما توسط محققین مورد بررسی قرار گرفته است [۵-۹و ۱۵-۱۷]. مسلم و همکارانش انتشار این امواج را در فصل مشترک پلاسما-خلاء مورد مطالعه قرار داده اند [۸]. کوراکیس و همکارانش [۱۵] این امواج را، به کمک نظریه شبه کلاسیک نسبیتی، در یک پلاسمای الکترون-پوزیترون-یون مورد بررسی قرار داده اند. اخیراً، ولدس و همکارانش، شکل گیری امواج روگیو به همراه انتشار پرتو الکترومغناطیسی برهمکنش کننده با پلاسما را مطالعه کرده اند. در این تحقیق ما قصد داریم تا انتشار امواج روگیو را در فصل مشترک پلاسما-خلاء، با در نظر گرفتن آثار فشار تبهگن نسبیتی برای الکترونها و دمای یونها مورد بررسی دهیم.

۲- مدل نظری

ما قصد داریم با در نظر گرفتن فصل مشترک پلاسما-خلاء در صفحه $x=0$، که پلاسما در ناحیه $x>0$ و خلاء در ناحیه $x<0$ مرز واقع شده است، انتشار امواج روگیو سطحی را در صفحه $x=0$ بررسی کنیم (شکل-۱). این امواج از جفت شدگی غیر خطی پلاسمونهای سطحی فرکانس بالا و نوسانات یونی فرکانس پایین ناشی می شوند. دینامیک پلاسمونهای سطحی توسط معادلات سیالی برای الکترونها و معادلات ماکسولی زیر توصیف می شوند:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t}+\nabla\cdot(n_e\mathbf{u}_e)=0, \qquad (۱)$$

$$m_e\frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t}=-e\vec{E}-\frac{k_BT_e}{n_e}\nabla p_e-e\mathbf{u}_e\times\vec{B}, \qquad (۲)$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \qquad (۳)$$

$$\nabla\times\vec{B}=\frac{1}{c}\vec{J}+\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}, \qquad (۴)$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0, \qquad (۵)$$

$$\nabla\cdot\vec{E}=-4\pi e n_{e1}, \qquad (۶)$$

چگالی جریان در معادله دوم عبارت است از $\vec{J}=-4\pi e n_0\mathbf{u}_e$. وجود جمله مربوط به فشار در معادله دوم حاکی از نیاز ما به دانستن معادله حالت برای الکترونهای تبهگن، برای کامل شدن مجموعه معادلات بالاست. معادله حالت الکترونهای تبهگن به صورت زیر است:

$$P_e=K_e n_e^{\gamma}, \qquad (۷)$$

که برای الکترونهای ضعیف نسبیتی و قویاً نسبیتی به ترتیب داریم:

$$\gamma=\frac{5}{3};K_{e,i}=\frac{3\hbar^2}{5m_{e,i}}\left(\frac{\pi^4}{3}\right)^{1/3}\approx\frac{3\pi\hbar^2}{5m_e}=\frac{3}{5}\Lambda_{e,i}\hbar c \qquad (۸)$$

و

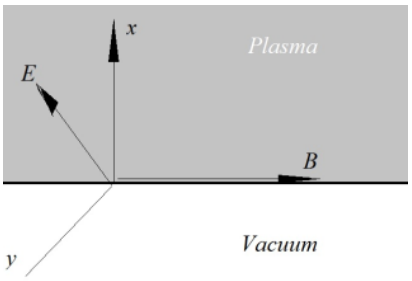
$$\gamma=\frac{4}{3};K_e=\frac{3\hbar c}{4}\left(\frac{\pi^2}{9}\right)^{1/3}\approx\frac{3\hbar c}{4} \qquad (۹)$$

فرض می شود که بخش اختلالی همه کمیات دینامیکی حاضر در معادلات بالا بر حسب مختصات کند تغییر و مختصات تند تغییر دارای وابستگی عمومی

$$f(r,t)=f'(\xi,\tau)\exp(-\alpha x+iky-i\omega t)$$

باشند.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-14]



شکل- ۱: فصل مشترک پلاسما خلاء و سمتگیری میدانها

با در نظر گرفتن اختلال کند چگالی الکترونها، معادله تحولی زیر برای بخش کند تغییر مولفه y میدان الکتریکی بدست می آید:

$$i[\frac{\partial}{\partial\tau}+v_g\frac{\partial}{\partial\xi}]E'_y+P\frac{\partial^2E'_y}{\partial\xi^2}-\frac{\pi e^2}{m_e\omega}n_{es}E'_y=0, \qquad (۱۰)$$

که در آن n_{es} اختلال کند چگالی الکترونها را بیان می کند. در معادله بالا، $v_g=2\pi^2e^4n_0^2/m_e^2\omega k^3c^2$ سرعت گروه بوده و P به ضریب پاشندگی معروف است و بیانگر انحنای منحنی پاشندگی است، $P=-3\pi^2e^4n_0^2/m_e^2\omega k^4c^2$. اختلال کند چگالی الکترونها نیز با صرفنظر از جرم الکترونها در معادله حرکت، از معادله زیر بدست می آید:

$$0=e\frac{\partial\phi}{\partial\xi}-\gamma K_en_0^{\gamma-2}\frac{\partial n_{es}}{\partial\xi}-\frac{\exp(-2\alpha x)}{4\pi m_0}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\left|E'_y\right|^2, \qquad (۱۱)$$

پتانسیل الکتروستاتیکی ϕ، نوسانات الکترونی را با نوسانات یونی جفت می کند. بنابراین برای یافتن بیانی برای پتانسیل الکتروستاتیکی معادلات حاکم بر نوسانات یونی را با بکار می بریم

$$\frac{\partial n_{is}}{\partial\tau}+n_0\frac{\partial u_{is}}{\partial\tau}=0, \qquad (۱۲)$$

$$m_i\frac{\partial u_{is}}{\partial\tau}=-e\frac{\partial\phi}{\partial\xi}-\Lambda_i\hbar cn_0^{-1/3}\frac{\partial n_{is}}{\partial\xi}, \qquad (۱۳)$$

با استفاده از شرط شبه خنثایی (یعنی $n_{is}\cong n_{es}$) می توان از معادلات بالا به نتیجه زیر رسید:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}-\frac{\mathrm{E}_\hbar}{m_i}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right]n_{es}=\frac{n_0e}{m_i}\frac{\partial^2\phi}{\partial\xi^2}, \qquad (۱۴)$$

که در آن $\mathrm{E}_\hbar=\Lambda_i\hbar cn_0^{2/3}$ است. با مشتقگیری از طرفین معادله (۱۱) می توان به کمک معادله (۱۴) پتانسیل الکتروستاتیکی ϕ را حذف کرده و به معادله زیر دست یافت:

$$0=\left[\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}-(\frac{\mathrm{E}_\hbar}{m_i}+C_{\hbar i}^2)\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right]n_{es}-\frac{\exp(-2\alpha x)}{4\pi m_i}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\left|E'_y\right|^2, \qquad (۱۵)$$

که $C_{\hbar i}=\sqrt{\gamma K_en_0^{\gamma-1}/m_i}$ سرعت مد یونی است. اکنون به کمک تغییر مختصه $T=\tau$; $Z=\xi-v_g\tau$، می توان معادله (۱۵) را در چارچوب متصل بهموج به شکل زیر نوشت:

$$n_{es}=\frac{\exp(-2\alpha x)}{4\pi m_i\left[v_g^2-\mathrm{E}_\hbar/m_i-C_{\hbar i}^2\right]}\left|E'_y\right|^2, \qquad (۱۶)$$

برای بدست آوردن بیان بالا از فرض $\partial/\partial T\ll v_g\partial/\partial Z$ استفاده شده است. با جایگذاری n_{es} از معادله (۱۶) در معادله (۱۰)، می توان این معادله را در چارچوب متصل به موج به شکل زیر بدست آورد:

$$i\frac{\partial E'_y}{\partial T}+P\frac{\partial^2E'_y}{\partial Z^2}+QE'_y\left|E'_y\right|^2=0, \qquad (۱۷)$$

که در آن Q به ضریب غیر خطی معروف بوده و عبارت است از:

$$Q=-e^2\exp(-2\alpha x)\big/4m_em_i\omega\left[v_g^2-\mathrm{E}_\hbar/m_i-C_{\hbar i}^2\right].$$

لازم به ذکر است که ضرایب P و Q هر دو باید تابعی حقیقی از عدد موج k باشند.

علامت این ضرایب تعیین کننده پایداری یا ناپایداری دامنه موج در پاسخ به یک اختلال خارجی است. به گونه ای که $PQ>0$ به ناپایداری مدولاسیونی می انجامد و در

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-14]

۲۳ تا ۲۵ دیماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی.

مقابل به ازای $PQ<0$ دامنه موج پایدار خواهد بود. از طرفی طبیعت ساختار موج نیز توسط علامت کمیت PQ تعیین می شود. علامت مثبت (منفی) آن به شکل گیری سالیتونهای مثبت (منفی) منجر می شود. ویژگیهای هندسی امواج نیز به این ضرائب وابسته اند، به گونه ای که حاصلضرب دامنه موج در پهنای آنها با $\sqrt{Q/P}$ متناسب است.

۳-موج روگیو

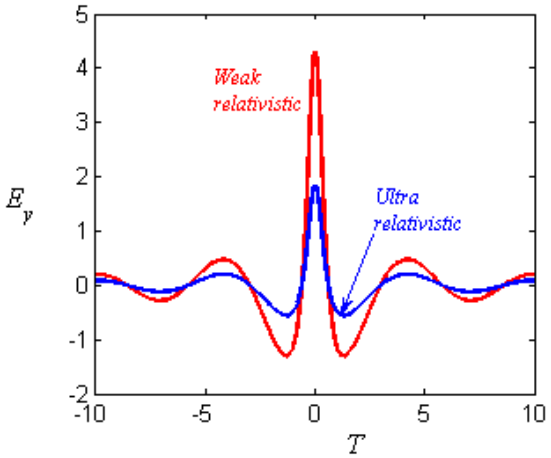
معادله شرودینگر غیر خطی، می تواند پاسخهایی به شکل موج روگیو داشته باشد. این پاسخها به دلیل ویژگیهای غیر خطی محیط، تمرکز انرژی پلاسمای زمینه را در یک ناحیه کوچک پیشگویی می کنند. به همین منظور، آنکیویکز و همکارنش [۱۸] نشان دادند که معادله شرودینگر غیر خطی می تواند پاسخی به شکل زیر داشته باشد:

$$E'_y(Z,T)=\sqrt{\frac{P}{Q}}\left[\frac{4(1+2iPT)}{1+4P^2T^2+4Z^2}\right]e^{iPT}, \qquad (۱۸)$$

این پاسخ، به ازای مقادیر بزرگ Z یا T بطور مجانبی به یک موج تخت کاهش می یابد.

۴-تحلیل عددی و نتیجه گیری

همانطور که از بحث بخشهای قبل بر می آید، ویژگیهای ضروری تحریکات از نوع موج روگیو، به ضرائب P و Q وابسته اند.



شکل-۲: رفتار دامنه موج روگیو در دو حد (الف) الکترونهای بطور ضعیف نسبیتی و (ب) الکترونهای قویا نسبیتی.

ضریب پاشندگی همیشه منفی است، بنابراین اگر به دنبال پالسهای روشن هستیم، باید خودمان را به مقادیر منفی ضریب غیر خطی محدود کنیم. ضریب غیر خطی به ازای شرط $v_g>\sqrt{E_\hbar/m_i+C_{\hbar i}^2}$ منفی خواهد بود. شکل ۲ برای مقایسه تأثیر حد الکترونهای ضعیف نسبیتی و الکترونهای قویا نسبیتی رسم شده است. همانطور که ملاحظه می شود، در حالتی که الکترونها بطور ضعیف نسبیتی هستند، دامنه موج نسبت به حالتی که الکترونها قویا نسبیتی هستند بزرگتر است و در نتیجه در این حالت موج روگیو انرژی بیشتری را متمرکز کرده است. بنابراین وقتی الکترونها بطور ضعیف نسبیتی باشند، پالسهای غیر خطی می توانند انرژی بیشتری داشته باشند.

مراجع

[۱] Solli D.R., Ropers C., Koonath, P., Jalali, B., **Nature** ٤٥٠ (٢٠٠٧) ١٠٥٤.

[۲] Yeom D.I., Eggleton, B.J., **Nature** ٤٥٠ (٢٠٠٧) ٩٥٣.

[۳] Rozhkov S.S., **EPL** ٨٥ (٢٠٠٩) ٢٤٠٠١.

[٤] Bludov V., Konotop, V.V., Akhmediev, N., **Eur. Phys. J. ST.** ١٨٥ (٢٠١٠) ١٦٩.

[٥] Marklund, M., Stenflo, L., **Physics** ٢ (٢٠٠٩) ٨٦.

[٦] Stenflo, L., Marklund, M., **J. Plasma Phys.** ٧٦ (٢٠١٠) ٢٩٣.

[٧] Moslem, W.M., **Phys. Plasmas** ١٨ (٢٠١١) ٠٣٢٣٠١.

[Downloaded from opsi.ir on 2025-12-14]