بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

شبیه سازی انتشار پرتو بسل-گاوس درجه دو با روزنه حلقوی در محیط اپتیکی با توزیع بهره سهموی

اسماعیل سالاری [۱]، علیرضا کشاورز [۲] و محمد صادق کاظم‌پورفرد [۲]
[۱] گروه فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات فارس، شیراز
[۲] دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز
[۳] گروه فیزیک، دانشگاه شیراز، شیراز

چکیده - تا کنون انتشار پرتوهای بسل گاوس درجه‌دو با روزنه حلقوی در فضای آزاد بررسی شده است. در این مقاله با استفاده از روش ماتریس *ABCD*، به بررسی انتشار این پرتو ها در محیط اپتیکی با توزیع بهره سهموی می‌پردازیم. در ادامه انتشار این پرتوها را در چنین محیطی شبیه سازی می‌کنیم. نتایج نشان می دهند که چنین محیط هایی می توانند پرتو را بدون تغییر شکل انتشار دهند.

کلید واژه- انتشار پرتو سالیتاری، توزیع بهره سهموی، پرتوهای بسل گاوس درجه دو، ماتریس ABCD.

Simulation of propagation of Quadratic Bessel-Gaussian beams with an annular aperture in parabolic optical gain medium

A. Salari 1, A. Keshavarz 2 and M. S. Kazempourfard 3

[1] Department of Physics, Islamic Azad University, Fars Science and Research Branch, Shiraz,

[2] Department of Physics, Shiraz University of Technology, Shiraz

[3] Department of Physics, Shiraz University, Shiraz

Abstract- So far the propagation of Quadratic Bessel-Gaussian beams in free space is investigated. In this paper, the propagation of these beams in parabolic optical gain medium has been investigated by using ABCD matrix method. The propagation of these beams in this media has been simulated. The result shows that such medium can propagate the beams unchanged.

Keywords: Solitary beam propagation, parabolic optical gain, Quadratic Bessel-Gaussian Beams, ABCD matrix.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-30]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

با توجه به اهمیت انتشار سالیتاری پرتوهای لیزر در علم اپتیک، محیطی با تغییر سهموی بهره در راستای شعاعی درنظر می‌گیریم [۱]. با شبیه سازی انتشار پرتو در این محیط جدید، دقیقا نشان خواهیم داد که انتشار پرتوهای لیزر در این محیط تغییر شکل نمی‌دهد. پرتوهای بسل-گاوس درجه دو همانند پرتو بسل-گاوس، جواب معادله انتشار پرتو پیرامحوری در مختصات استوانه‌ای می‌باشد؛ با این تفاوت که پارامتر تابع بسل آنها در راستای شعاعی، درجه‌دو است[۲-۷]. انتشار این پرتوها در یک محیط اپتیکی توسط روش بسط روزنه حلقوی در سال ۲۰۰۵ بررسی شده است [۳]. این پرتوها در طول انتشار پهن شدگی اندکی دارند [۸]؛ بنابراین برای انتشار یک موج بدون تغییر شکل مناسب هستند.

در این مقاله ابتدا به بررسی انتشار پرتوهای بسل-گاوس درجه دو در محیط اپتیکی با توزیع بهره سهموی پرداخته شده است. در ادامه محیطی که پرتو در طی انتشار در آن تغییر شکل ندهد معرفی و انتشار پرتو در این محیط شبیه سازی شده است. در نهایت خواص این محیط جدید نسبت به محیط با تغییر سهموی ضریب شکست، بررسی می‌گردد.

۲- انتشار پرتوهای بسل-گاوس درجه‌دو با روزنه حلقوی در محیط اپتیکی

میدان الکتریکی پرتوهای بسل-گاوس درجه‌دو در صفحه z=0 به صورت زیر تعریف می‌گردد [۳]:

$$E(r_0,\theta_0,z=0)=C_0 j_{m/2}(\alpha r_0^2) \times \exp(-r_0^2/w_0^2)\exp(-im\theta_0) \qquad (۱)$$

که در آن m مرتبه پرتو، $\alpha=\mu/w_0^2$ پارامتر تابع بسل پرتو، C_0 ضریب بهنجارش در $r_0=0$ و w_0 عرض پرتو در z=0 می‌باشد. در ادامه μ را بعنوان پارامتر تابع بسل پرتو در نظر می‌گیریم. روزنه حلقوی را با شعاع درونی b و شعاع بیرونی a در نظر می‌گیریم. اگر از بسط توابع روزنه به‌وسیله توابع گاوسی و رابطه انتگرال کالینز [۹] برای انتشار پرتو با روزنه حلقوی از محیط با ماتریس انتقال ABCD استفاده کنیم، می‌توانیم میدان الکتریکی پرتو با روزنه حلقوی گذرنده از محیط با ماتریس انتقال ABCD را به صورت زیر بنویسیم [۳]:

$$E(r,\theta,z)=\frac{i^{m+1}C_0 k}{B}\exp(-im\theta)\exp(-\frac{ikD}{2B}r^2) \times\left\{\sum_{h=1}^{N}A_h\frac{1}{2\sqrt{\alpha^2+\gamma_1^2}}J_{m/2}\left[\frac{\alpha\beta^2}{4(\alpha^2+\gamma_1^2)}\right]\right. \times\exp\left[-\frac{\gamma_1\beta^2}{4(\alpha^2+\gamma_1^2)}\right] \sum_{h=1}^{N}Ag\frac{1}{2\sqrt{\alpha^2+\gamma_2^2}}J_{m/2}\left[\frac{\alpha\beta^2}{4(\alpha^2+\gamma_2^2)}\right] \times\exp\left[-\frac{\gamma_2\beta^2}{4(\alpha^2+\gamma_2^2)}\right] \left.\sum_{h=1}^{N}A_h\frac{1}{2\sqrt{\alpha^2+\gamma_2^2}}J_{m/2}\left[\frac{\alpha\beta^2}{4(\alpha^2+\gamma_2^2)}\right]\right\} \qquad (۲)$$

که در آن A_g و A_h ضرایب ثابتی هستند که ون و همکارش آنها را توسط بهینه سازی عددی بدست آورده‌اند [۱۰]. همین‌طور برای بقیه متغیرها داریم:

$$\beta=kr/B \qquad (۳)$$

$$\gamma_2=\frac{1}{w_0^2}+\frac{ikA}{2B}+\frac{B_g}{b^2}$$

$$\gamma_1=\frac{1}{w_0^2}+\frac{ikA}{2B}+\frac{B_h}{a^2}$$

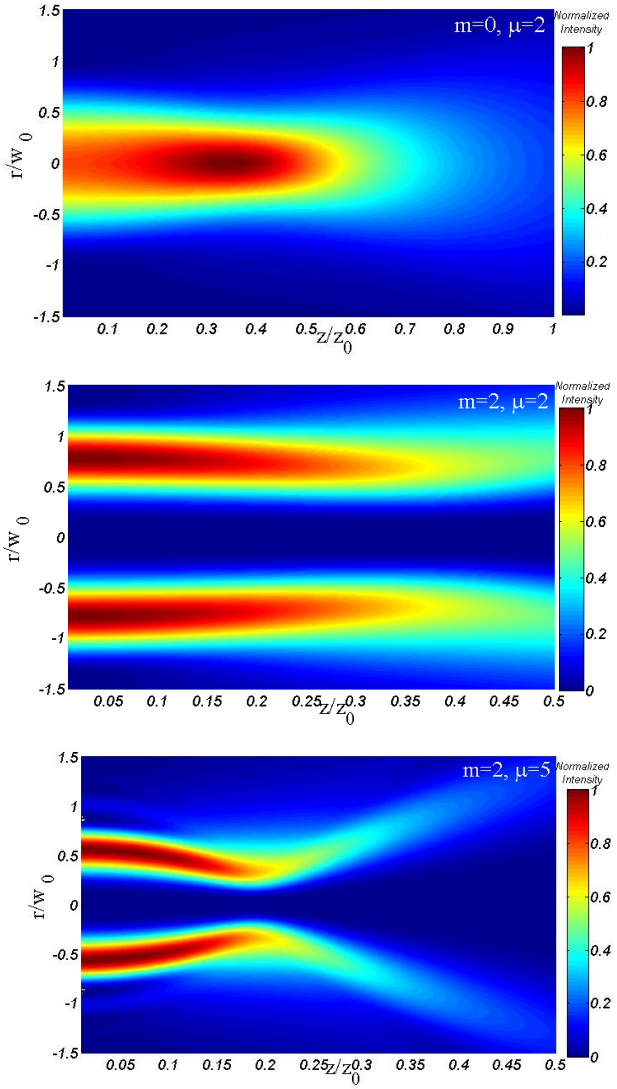
رابطه(۲) می‌تواند حالت‌های خاصی را نیز مطابق جدول۱ بیان کند.

جدول ۱: حالت های خاص معادله (۲)

بیان حالت	نوع معادله
$b\to 0$ و $a\to\infty$	عبور پرتو بدون روزنه
$b\to 0$	عبور پرتو از روزنه به شعاع a
$a\to\infty$ و $b\neq 0$	عبور پرتو از دایره کدر به شعاع b
$m=0$ و $\mu=0$	پرتو گاوسی پایه با روزنه حلقوی

در این روش انتشار یک پرتو اپتیکی عبوری از روزنه حلقوی در فضای آزاد قابل شبیه‌سازی می‌باشد. شکل۱ شبیه‌سازی سه‌بعدی انتشار پرتو بسل-گاوس درجه‌دو بدون روزنه حلقوی (معادله (۲)) را در فضای آزاد به‌ازای $m=2,\ \mu=2,5$ و $m=0,\ \mu=2$ نمایش می‌دهد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-30]



شکل۱: شبیه‌سازی انتشار پرتوبسل-گاوس درجه‌دو بدون روزنه حلقوی به‌ازای $m=0,\ \mu=2$ و $m=2,\ \mu=2,5$ در فضای آزاد.

۳- ماتریس انتشار پرتو در محیط اپتیکی با بهره سهموی

تاثیر محیط با بهره خطی را می‌توان در یک ثابت انتشار مختلط به صورت زیر وارد کرد:

$$e^{-ik'z}=e^{-ikz}\times e^{\gamma z/2},\quad k'=k+i\gamma/2, k=2\pi/\lambda \qquad (۴)$$

جاییکه λ طول موج در محیط، γ ضریب بهره و k ثابت انتشار موثر موج است. یک روش هوشمندانه برای بیان تاثیر ماده در انتشار موج، توصیف محیط با ضریب شکست مختلط $n'=\dfrac{k'}{k_0}$ است؛ به‌طوری‌که k_0 ثابت انتشار در خلا است. بنابراین با توجه به رابطه (۴) داریم:

$$n'=\frac{k}{k_0}+\frac{i\gamma}{2k_0}=n_0+\frac{i\gamma}{2k_0} \qquad (۵)$$

در این رابطه $k/k_0=n_0$ معرف ضریب شکست محیط می‌باشد. همچنین جهت محیط اپتیکی با بهره سهموی برای ثابت انتشار مختلط پرتو می‌توان نوشت:

$$k(r)=k+(i/2)\times(\gamma_0-\gamma_2 r^2) \qquad (۶)$$

جاییکه r فاصله از محور پرتو است و γ_2 ضریب بهره غیر خطی محیط می‌باشد. بنابراین مطابق روش قبل داریم:

$$n(r)=\frac{k(r)}{k_0}=n_0+\frac{i\gamma_0}{2k_0}-\frac{i\gamma_2}{2k_0}r^2 \qquad (۷)$$

ماتریس انتقال در یک محیط با ضریب شکست غیر خطی $n(r)=n'-\dfrac{1}{2}n_2r^2$ به صورت زیر بیان می‌شود [۱]:

$$M=\begin{pmatrix}\cos(z\sqrt{\frac{n_2}{n'}}) & \sqrt{\frac{n'}{n_2}}\sin(z\sqrt{\frac{n_2}{n'}})\\ -\sqrt{\frac{n_2}{n'}}\sin(z\sqrt{\frac{n_2}{n'}}) & \cos(z\sqrt{\frac{n_2}{n'}})\end{pmatrix} \qquad (۸)$$

همچنین با توجه به رابطه (۷) می‌توان نوشت:

$$n_2=i\gamma_2/k_0,\quad n'=n_0+i\gamma_2/2k_0 \qquad (۹)$$

با استفاده از مقادیر رابطه (۹) در ماتریس(۸)، ماتریس انتقال یک محیط با بهره سهموی را خواهیم داشت. اگر پارامتر نور ورودی به صورت زیر باشد [۱۱]:

$$\frac{1}{q_{in}}=\frac{1}{R_0}-\frac{i\lambda}{\pi w_o^{\ 2}} \qquad (۱۰)$$

با توجه به قانون ABCD [۱]

$$q_{out}=\frac{Aq_{in}+B}{Cq_{in}+D} \qquad (۱۱)$$

برای انتشار پرتو به اندازه z در این محیط داریم:

$$q_{out}(z)=\frac{\cos(z\sqrt{\frac{n_2}{n'}})q_{in}+\sqrt{\frac{n'}{n_2}}\sin(z\sqrt{\frac{n_2}{n'}})}{-\sqrt{\frac{n_2}{n'}}\sin(z\sqrt{\frac{n_2}{n'}})qin+\cos(z\sqrt{\frac{n_2}{n'}})} \qquad (۱۲)$$

بطوریکه شرط انتشار پایدار در چنین محیطی به صورت

$$q_{out}(z)=q_{in} \qquad (۱۳)$$

می‌باشد. با قراردادن رابطه (۱۳) در (۱۲) بعد از چند عمل جبری ساده برای پارامتر موجی پایدار داریم:

$$q=i\times(n'/n_2)^{1/2} \qquad (۱۴)$$

$$=\sqrt{\frac{\gamma_2}{2n_0k_0}}\left\{\left(1-\frac{\gamma_0}{4k_0}\right)-i\left(1+\frac{\gamma_0}{4k_0}\right)\right\}$$

$$\approx\sqrt{\gamma_2/2n_0k_0}(1-i)$$

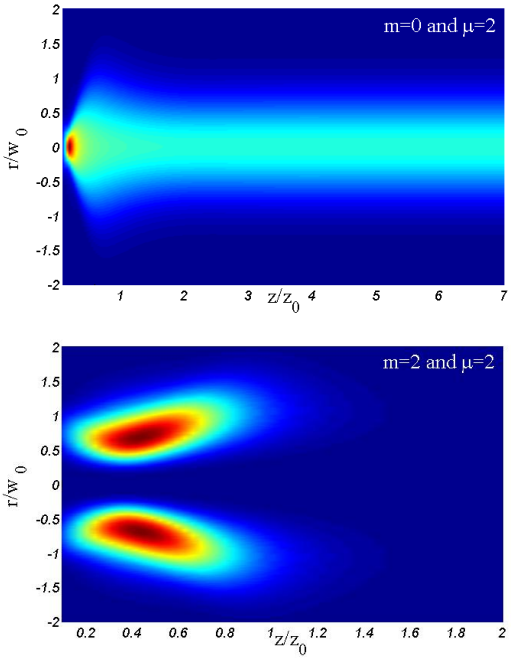
[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-30]

در این رابطه از اینکه $k_0 = 2\pi / \lambda_0$ خیلی بزرگتراز مقادیر قابل دسترس γ_0 می‌باشد، استفاده شده است. در این حالت می توان نشان داد که ضریب بهره غیر خطی باید در شرایط زیر صدق کند:

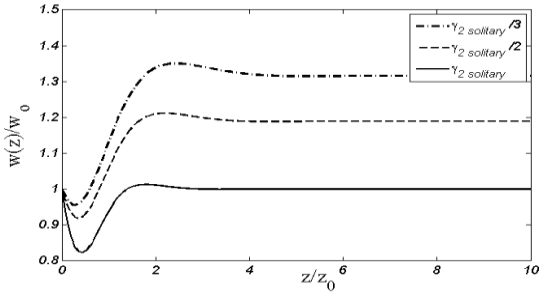
$$\gamma_2 = \gamma_{2solitary} = \frac{\lambda}{n_0 \pi} \times (\frac{2}{w^2})^2 \qquad (۱۵)$$

تا پهن شدگی درطی انتشار نداشته باشیم.

با محاسبه $\gamma_{2\ solitary}$ به ازای مقدار مشخص w_0 می‌توان ماتریس انتقال محیط را از رابطه (۸) محاسبه کرد. با قرار دادن این ماتریس در روابط (۲) و (۳) انتشار دو مد مختلف $m = 0,\ \mu = 2$ و $m = 2,\ \mu = 2,5$ پرتو بسل-گاوس درجه دو در محیط اپتیکی با بهره غیر خطی به ازای $\gamma_0 = 0m^{-1}$ و $\gamma_2 = \gamma_{2solitary}$ در شکل۲ رسم کرده‌ایم. در شکل۳ نیز توزیع بهنجار شده عرض پرتو گاوسی معادل در طی انتشار در محیط با $\gamma_0 = 0m^{-1}$ و γ_2 مشخص، رسم شده است. از این شکل مشاهده می‌شود که هر چه γ_2 به سمت $\gamma_{2\ solitary}$ نزدیک‌تر شود، شدت پرتو در طی انتشار بهتر تقویت می‌شود. همچنین پرتو بصورت یکنواخت تر و با پهن شدگی کمتری منتشر می‌شود.



شکل ۲: شبیه‌سازی انتشار دو مد مختلف $m = 0,\ \mu = 2$ و $m = 2,\ \mu = 2$ پرتو بسل-گاوس درجه دو در محیط اپتیکی با بهره غیر خطی به ازای $\gamma_0 = 0m^{-1}$ و $\gamma_2 = \gamma_{2solitary}$.



شکل۳ : توزیع بهنجار شده عرض پرتو درطی انتشار در محیط با $\gamma_0 = 0m^{-1}$ و γ_2 مشخص.

۴- نتیجه گیری

با توجه به اینکه توزیع شعاعی بهره مخصوصا در لیزر های گازی بخاطر اثرات دمایی که در محیط بوجود می آید امری دست یافتنی است. ایجاد محیطی با بهره سهموی امری قابل حصول می باشد. در این روش علاوه بر اینکه توانستیم پرتویی را بدون تغییر شکل در محیط منتشر کنیم، قابلیت کنترل تعداد مدهای لیزر را نیز داریم. در حالیکه در محیط هایی با ضریب شکست سهموی اگرچه می‌توانیم پرتویی را بدون تغییر شکل منتشر کنیم اما تعداد مدهایی که در لیزر قابلیت نشر دارند، بطور قابل توجهی افزایش می‌یابد. این محیط علاوه بر انتشار سالیتاری موج، شدت پرتو را از شدت بهنجار اولیه حدود دو برابر افزایش داده است.

مراجع

[1] J.T.Verdeyen; *Laser electronics*; 3ed edition, Prentice Hall. 1995.

[2] C.F.R. Caron and R.M. Potvliege; *Bessel-Modulated Gaussian Beams with Quadratic Radial Dependence*; **Opt. Commun.**, 164, (1999) 83–89.

[3] z. Mei, D. zhao, X. wei, F. Jing and Q. Zhu; *Propagation of Bessel-Modulated Gaussian Beam through a Paraxial ABCD Optical System with an Anular Aperture*; **optik**, 116, (2005) 521-526.

[4] A. Belafhal and L. Dalil-Essakali; *Collins formula and propagation of Bessel-modulated Gaussian light beams through an ABCD optical system*; **Opt. Commun.**, 177 (2000) 181–188.

[5] V. Bagini, F. Frezza and M. Santarsiero; *Generalized Bessel–Gauss beams*, **J. Mod. Opt**. 43 (1996) 1155–1166.

[6] R. Borghi, M. Santarsiero, *M^2 factor of Bessel–Gauss beams*, ***Opt. Lett.***, 22 (1997) 262–264.

[7] Y. Li, H. Lee and E. Wolf, *New generalized Bessel–Gaussian beams*, ***J. Opt. Soc. Am. A***, 21 (2004) 640–646.

[8] Mu. Yun-Mei; *Propagation properties of partially coherent modified Bessel-Gaussian beams passing through an ABCD optical system with hard-edge aperture;* **laser technology**, 31, NO.6 (2007) 649-652.

[9] S. A. Collins; *Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics*, **J. Opt. Soc. Am. A,** 83 **(**1970**)** 34-38.

[10] J.J. Wen and M.A. Breazeale; *A diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams;* **Acoustical Society of America**, 83, (1988) 123-128.

[11] O. Svelto; *Principle of Laser*; Springer, New York, 1998.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-30]