بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

اندازه‌گیری ضخامت لایه نازک با استفاده از فاصله فرینه‌های توزیع شدت از هم در نقش پراش فرنل از پله فازی

یاسمن گنج‌خانی[۱]، محمدتقی توسلی[۱]، سید روح‌الله حسینی[۱]، مرتضی جعفری سیاوشانی[۲]و عطاءالله کوهیان[۱]

۱- دانشکده فیزیک، دانشگاه تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران

۲- دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان، زنجان

چکیده- توزیع شدت و فاصله‌های فرینه‌های آن در نقش پراش فرنل از پله به ارتفاع پله و زاویه فرود نور بستگی دارد. این بستگی جهانی است و با داشتن نمودارهای نظری فواصل فرینه‌های شدت بر حسب فاز می‌توان فاز ناشی از پله و ارتفاع آن را با دقت قابل‌توجهی تعیین کرد. با استفاده از این نمودارها و مقایسه آن‌ها با داده‌های تجربیِ حاصل از نقش پراش چندین پله با ارتفاع‌های مختلف، فاز ناشی از پله‌ها و ضخامت آن‌ها را با دو طول موج ۵۳۲ و ۶۳۲/۸ نانومتر اندازه گرفتیم. عدم قطعیت در اندازه‌گیری‌ها کمتر از چند نانومتر است.

کلید واژه- پراش فرنل، پله فازی، ضخامت لایه، فرینه‌های شدت

Thickness measurement using the extrema of the intensity profile in Fresnel diffraction from a phase step

Y. Ganjkhani [1], M .T. Tavassoli [1], S. R. Hosseini [1], M. Jafari Siavashani [2]and A. Kouhian [1]

1- Department of Physics, Tehran University, Kargar Shomali Avenue, Tehran

2- Department of Physics, Institute for advanced studies in basic sciences (IASBS), Zanjan

Abstract- In Fresnel diffraction from a phase step, the intensity profile and spacing between its extremum points have a universal dependence on step height and light's incident angle. Therefore, plotting variations of the distances of these extrema versus the phase, provides the phase due to the step and the height of the step with remarkable accuracy. We've applied these plots on experimentally obtained data of diffraction patterns from steps with different heights to measure their thickness, using two wavelengths, 532 nm and 632.8 nm. The uncertainty of the results is less than few nanometers.

Keywords: Extrema, Fresnel diffraction, Thickness, Thin film

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-05]

۱- مقدمه

ضخامت لایه‌های نازک بر روی سایر خواص آن‌ها تاثیرگذار است، از این‌رو ضخامت پارامتر مهمی در فناوری لایه‌های نازک محسوب می شود [۱]. روش‌های مکانیکی و اپتیکی متعددی برای اندازه‌گیری ضخامت وجود دارد [۲]. هر یک از این روش‌ها امتیاز و محدودیت خاص خود را دارند. برای لایه‌های نسبتا نازک معمولا از روش‌های تداخل‌سنجی استفاده می شود، که دقت آن از مرتبه چند ده نانومتر است [۳].

اخیرا از پراش فرنل از پله فازی در سنجش ضخامت لایه-هایی که به شکل پله در آمده‌اند، استفاده شده است [۴]. با این روش که بر مبنای تغییرات متوسط نمایانی سه فریز مرکزیِ نقش پراش فرنل با تغییر فاز است، گستره وسیعی از ضخامت‌ها را با دقتی از مرتبه چند نانومتر سنجیده‌اند. اما برای محاسبه ضخامت با این روش حداقل به تعدادی تصویر از نقش پراش پله در زوایای مختلف نیازمندیم. به علاوه خطی نبودن شدت ثبت‌شده توسط آشکارسازها در دقت این روش تاثیرگذار است.

در روشی که در این مقاله معرفی می‌کنیم، ارتفاع پله را تنها با یک تصویر از نقش پراش فرنل می‌توان اندازه‌گیری کرد. در این روش معیار تغییرات فواصل فرینه‌های نقش شدت از یکدیگر با تغییر فاز است، بنابراین به سنجش دقیق شدت نیازی نیست. نمودارهای تغییر مکان فرینه‌ها از یکدیگر بر حسب فاز نمودارهایی جهانی‌اند. از این رو فاز یک نقش پراش مجهول را با مقایسه فواصل فرینه‌های آن با این نمودارها می‌توان بدست آورد.

۲- مبانی نظری

وقتی یک جبهه موج استوانه‌ای کـه محـور تقـارن آن بـه موازات لبه پله است، مطابق شکل ۱، به پله ای به ارتفاع h که دارای ضرایب بازتاب یکسانی در دو طرف لبه است، بر-خورد می‌کند، شدت بهنجارشده موج پراشیده در نقطـه P روی پرده با استفاده از انتگرال فرنل-کیرشـهف، از رابطـه زیر بدست می‌آید [۵]:

$$I_n = \cos^2(\frac{\Phi}{2}) + 2(C_0^2 + S_0^2)\sin^2\left(\frac{\Phi}{2}\right) + (C_0 - S_0)\sin(\Phi) \qquad (۱)$$

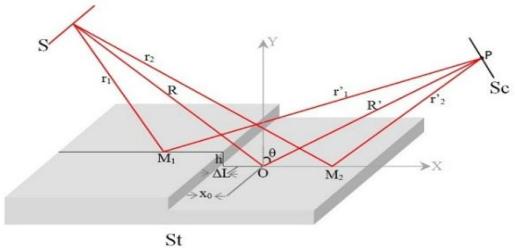
که در این رابطه فاز ϕ با ارتفاع پله h و زاویه فرود θ و طول موج نور λ به صورت زیر مربوط می‌شود:

$$\phi = \frac{4\pi}{\lambda} h\cos\theta \qquad (۲)$$

همچنـین در رابطـه(۱)، شـدت از طریـق انتگـرال‌هـای سینوس و کسینوس فرنل(S_0 و C_0)، به فاصله بهنجارشـده از لبه پله v بستگی دارد:

$$S_0(v) = \int_0^v \sin\left(\frac{\pi v'^2}{2}\right) dv', \qquad v = x\sqrt{\frac{2}{\lambda L}}$$
$$C_0(v) = \int_0^v \cos\left(\frac{\pi v'^2}{2}\right) dv', \qquad \frac{1}{L} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \qquad (۳)$$

x فاصله از لبه پله و R و R' به ترتیب فاصله مبدا مختصات از چشمه و نقطه مشاهده هستند.

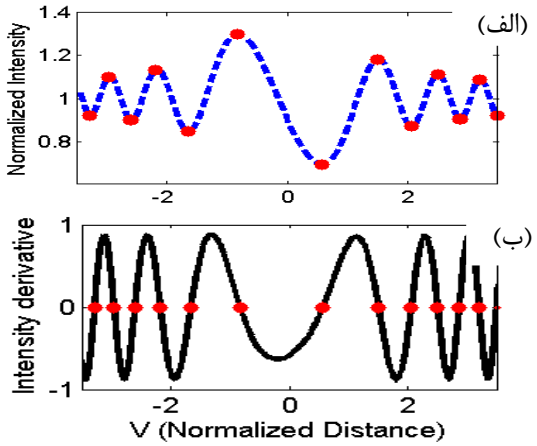


شکل ۱: شمای پراش فرنل از پله فازی. S چشمه خطی به موازات لبه پله، St پله و Sc پرده مشاهده عمود بر باریکه بازتابیده است.

اگر از رابطه (۱) نسبت به v مشتق بگیریم، رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{dI}{dv} = 2(1-\cos\varphi)\left(C_0\cos\frac{\pi v^2}{2} + S_0\sin\frac{\pi v^2}{2}\right) + (\cos\frac{\pi v^2}{2} - \sin\frac{\pi v^2}{2})\sin\varphi \qquad (۴)$$

صفرهای این رابطه در هر فاز، مکان فرینه‌های شدت را در همان فاز بدست می‌دهد. در شکل ۲ نمودار شدت پراش فرنل و مشتق آن برای فاز $9\pi/5$ رسم شده‌اند.



شکل ۲: الف) توزیع شدت در نقش پراش فرنل برای فاز $9\pi/5$. ب) مشتق شدت در همین فاز. مکان فرینه‌های شدت بر روی شکل(الف) و صفرهای مشتق بر روی شکل (ب) مشخص شده‌اند.

از روابـط (۱) و (۴) پیداسـت کـه توزیـع شـدت و مکـان فرینه‌های آن به فاز بستگی دارند. در واقع بـرای هـر فـاز، توزیع شدت و مکان‌های فرینه‌ها مقادیری یکتا و منحصـر بفرد دارد. این یعنی اگـر فواصـل فرینـه‌هـا را بـرای یـک توزیع شدت بدانیم، فاز توزیع شدت معلوم می‌شـود. البتـه با مجهول بودن فاز هر نقش شدت، مکـان مبـدا نیـز، کـه

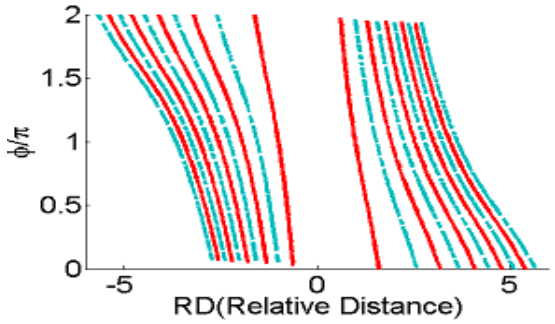
[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-05]

معرف لبه پله است، مجهول است. اما می‌توان فواصل فرینه‌ها را از یک فرینه مشخص (به عنوان مثال کمینه مرکزی) سنجید. به‌علاوه، نقش شدت توسط آشکارساز (CCD) در آرایه‌ای از پیکسل‌ها ذخیره می‌شود، اما در بحث نظری، نمودارهای شدت بر حسب کمیت بی بعد v رسم می‌شود. برای تبدیل فواصل در نقش شدتی که از آزمایش بدست می‌آید به فواصل بی‌بعد، نیازمند ضریب تبدیل در رابطه (۳) هستیم که خود مستلزم اندازه‌گیری فاصله‌ها از چشمه و پرده و نیز اندازه پیکسل‌هاست. اما با تقسیم فاصله فرینه‌ها به یک فاصله معیار (مثلا فاصله یکی از بیشینه‌های اول از کمینه مرکزی)، به نمودارهایی بر حسب متغیر بی‌مقیاسی می‌رسیم، که در هر چیدمانی با هر R و 'R و هر آشکارسازی قابل‌استفاده است. بنابراین متغیر بی‌بعد RD به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$RD = \frac{V_i - V_0}{|V_1 - V_0|} \qquad (۵)$$

که در آن V_i مکان هر یک از فرینه‌ها، V_0 مکان کمینه مرکزی، V_1 مکان بیشینه اول سمت راست یا چپ لبه است. در یافتن مکان فرینه‌ها از روشی به نام sub-pixel استفاده می‌شود، که در آن با برازش تابعی متقارن بر نمودار شدت در حوالی نقاط فرینه، مکان فرینه‌ها با دقتی از مرتبه ۰/۱ پیکسل قابل حصول است. لازم به ذکر است، عدم استفاده از این روش خطایی از مرتبه ده نانومتر یا بیشتر در ارتفاع وارد می‌کند.

نمودارهای تغییرات فاز بر حسب RD، نمودارهایی دوره‌ای با دوره 2π هستند. در شکل ۳، این نمودارها برای پنج بیشینه و پنج کمینه اول سمت راست و سمت چپ لبه پله در بازه $[0,2\pi]$ رسم شده‌اند. کافیست در نقش شدت با فاز نامعلوم کمیت RD را برای تعدادی از فرینه‌ها بدست‌آوریم. با مقایسه مقادیر بدست‌آمده با منحنی‌های مربوط به هر فرینه در شکل ۳، هر یک از فرینه‌ها فاز نقش شدت را بدست می‌دهند. البته فازی که به این روش بدست می‌آید (ϕ') بین صفر تا 2π است، فاز واقعی اما به صورت $\phi = \phi' + 2m\pi$ است، که m تعداد دفعاتی است که بعد از زاویه θ (مربوط به نقش پراش ثبت‌شده) تا زاویه ۹۰ درجه (به جز دقیقا در ۹۰ درجه) نقش شدت محو می‌شود (نمایانی صفر می شود). با استفاده از رابطه (۲)، با قرار دادن فاز و زاویه θ و طول موج λ، هر فرینه ارتفاعی نیز برای پله بدست می‌دهد.

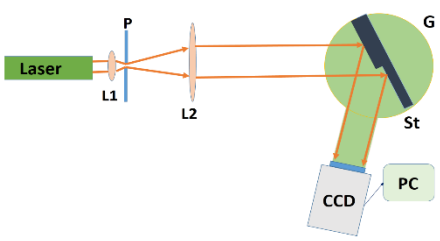


شکل ۳: نمودار تغییرات فاز بر حسب کمیت RD برای پنج بیشینه و پنج کمینه اولِ سمت راست لبه پله (که مقادیر RD برای این فرینه‌ها مثبت است) و همچنین برای سمت چپِ لبه پله(که مقادیر RD برای آنها منفی است). خطوط پیوسته مربوط به بیشینه‌ها و خطوط گسسته مربوط به کمینه‌ها هستند.

۳- آزمایش و نتایج:

برای تهیه پله نانومتری، ابتدا روی یک لام شیشه‌ای که نیمی از آن با یک ماسک پوشانده شده، لایه‌ای به ارتفاع پله مورد نظر نشانده می‌شود. سپس با برداشتن ماسک، تمام سطح لام بار دیگر لایه‌نشانی می‌شود، که پله‌ای با ضرایب بازتاب یکسان بدست آید. در این کار در هر دو مرحله‌ی لایه‌نشانی از آلومینیوم استفاده شده است. چیدمان آزمایش در شکل ۴ آمده است. نور لیزر که با گذر از باریکه‌گستر پهن و موازی شده، نمونه را که روی نگه‌دارنده‌ای روی محور دوران گونیومتری با دقت یک دقیقه قرار گرفته، روشن می‌کند. در آزمایش‌ها از دو لیزر He-Ne با طول‌موج ۶۳۲/۸ نانومتر و هارمونیک دوم لیزر Nd-YAG با طول‌موج ۵۳۲ نانومتر استفاده شد.

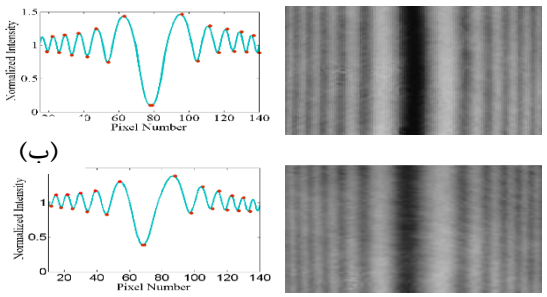
حالا با چرخاندن گونیومتر، در زوایای مشخص، تصویر نقش پراش حاصل را توسط آشکارساز ثبت می‌کنیم. نمایه شدت با میانگین‌گیری از نقش پراش در راستایی به موازات لبه بدست می‌آید. شکل ۵ نقش پراش و نمایه شدت نظیر را برای پله‌ای به ضخامت ۱۱۰ نانومتر در دو زاویه نشان می‌دهد. طول‌موج نور فرودی۵۳۲ نانومتر است.



شکل ۴: چیدمان آزمایش. دو عدسی L1 و L2 به عنوان باریکه گستر،P روزنه میکرونی، G گونیومتر، St پله و PC رایانه شخصی هستند.

(الف)

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-05]



شکل ۵: دو نقش پراش فرنل و نمودار شدت متناظر آن‌ها برای پله ۱۱۰ نانومتری در زوایای الف) ۱۴ درجه و ب) ۵۴ درجه.

در جدول۱، نتایج حاصل از این روش برای ۵ پله با ضخامت‌های مختلف آمده‌است. اعدادی که در این جدول برای فاز هر نقش پراش و ارتفاع پله نظیر گزارش شده‌اند، با میانگین‌گیری از فاز و ارتفاع حاصل از بیست فرینه در همان نقش بدست آمده‌اند. خطا نیز، انحراف از معیار فازها و ارتفاع‌های حاصل از بیست فرینه در هر نقش پراش است. اصولا فاز حاصل از همه فرینه‌ها برای یک نقش شدت باید یکسان باشد، اما در عمل، یکنواخت نبودن ضخامت لایه در راستای لبه پله، موازی نبودن راستای عمودی CCD با لبه پله، تعدادِ پیکسل‌های عمودی که میانگین‌گیری روی آن‌ها انجام می‌شود و محوری نبودن باریکه فرودی، در تعیین مکان هر فرینه و فازی که بدست می‌دهد، خطا وارد می‌کند. بنابراین در چیدمان آزمایش تا جای ممکن به هم‌راستا بودن لبه پله و محور دوران گونیومتر، و تقارن باریکه فرودی نسبت به لبه پله توجه می‌شود. همچنین در میانگین‌گیری سعی می‌شود که همواره از ناحیه مشخصی از هر نمونه و تعداد پیکسل‌های مشخصی از هر عکس استفاده شود. همانطور که دیده می‌شود، خطای فاز و ارتفاع با این روش به ترتیب کمتر از $0/04\pi$ و ۵ نانومتر است، که با استفاده از تعداد فرینه-های بیشتر و چند نقش پراش در زوایای مختلف برای هر پله می توان دقت اندازه‌گیری ارتفاع را بالا برد و از صحت نتایج مطمئن‌تر شد. در ستون آخر نتایج حاصل از روش نمایانی نیز آمده است [۴].

جدول ۱: فاز و ارتفاع حاصل از یک تصویر نقش پراش برای ۵ لایه مختلف با دو طول موج λ_1 = ۶۳۲/۸ nm و λ_2=۵۳۲ nm، ستون اول از سمت چپ شماره لایه N_{st}، ستون ۲ زاویه فرودی بر حسب درجه، ستون ۳و ۴، فاز و ارتفاع با طول موج λ_1، ستون ۵و ۶ ، فاز و ارتفاع با طول موج λ_2، و ستون آخر ارتفاع از روش نمایانی با طول موج λ_1 است.

N_{st}	Θ	Φ_{λ_1} rad	h_{λ_1} nm	Φ_{λ_2} rad	h_{λ_2} nm	h_{vis} nm
1	18° ±1′	0.24π ±0.03π	40 ±4	0.32π ±0.02π	45 ±3	42 ±2
2	26° ±1′	0.62π ±0.03π	110 ±4	0.72π ±0.01π	109 ±1	110 ±3
3	21° ±1′	1.06π ±0.02π	181 ±4	1.30π ±0.03π	185 ±4	178 ±4
4	67° ±1′	0.84 ±0.01π	341 ±4	1.16π ±0.01π	345 ±3	347 ±4
5	17° ±1′	0.74π ±0.02π	454 ±2	1.28π ±0.01π	455 ±3	455 ±5

۴- نتیجه‌گیری:

با روشی که ارائه شد می‌توان با استفاده از یک تصویر از نقش پراش فرنل و نمودارهای تعداد دلخواهی از فرینه-های آن، ضخامت لایه را به طور اطمینان‌بخشی با عدم قطعیتی کمتر از ۵ نانومتر اندازه‌گرفت. استفاده از مکان فرینه‌ها و نه شدت آن‌ها، ما را از شدت‌سنجی دقیق بی-نیاز می‌کند.

مراجع

[1] K. L. Chopra, thin film phenomena ,**McGraw-Hill,** 1969
[2] L.I.Maissel, Reinhard.Glang, handbook of thin film TECHNOLOGY; **McGraw Hill ,** 1970
[3] S. Tolansky, Multiple Beam Interferometries **Clarendon,** 1948
[4] M. T. Tavassoly, I. M. Haghighi, and K. Hassani, "Application of Fresnel diffraction from a phase step to the measurement of film thickness,"**Appl. Opt.** 48, 5497–5501, 2009
[5] M. T. Tavassoly, M. Amiri, A. Darudi, R. Aalipour, A. Saber,and A. R. Moradi, Optical diffractometry, **J. Opt. Soc. Am.A** 26, 540–547, 2009

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-05]