بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

شبیه سازی فرآیند بازسازی جبهه موج بر مبنای تبدیل فوریه تکراری در سامانه اپتیک تطبیقی

ابوالحسن مبشری[۲،۱]، حمید رضا فلاح[۳،۱]، مرتضی حاجی محمود زاده [۳،۱]

۱-دانشگاه اصفهان- گروه فیزیک
۲- دانشگاه صنعتی مالک اشتر – پژوهشکده اپتیک و لیزر
۳- دانشگاه اصفهان- گروه پژوهشی اپتیک کوانتومی

چکیده -در سامانه های اپتیک تطبیقی بازسازی جبهه موج با استفاده از شیب فاز به دست آمده از حسگر، یکی از مهمترین مراحل تصحیح است. سرعت و دقت این مرحله تعیین کننده کارآمدی سامانه است. با افزایش تعداد محرک‌های آینه دگردیس پذیر، به دلیل حجم زیاد محاسباتدر روش متداول بازیابی فاز، فرآیند تصحیح دچار خطا می‌شود. در این حالت یکی از روش‌های جایگزین، استفاده از تبدیل فوریه تکراری برای بازسازی جبهه موج است. در این مقاله سه رابطه برای بازیابی فاز پرتو گوسی منتشر شده در جو متلاطم به روش تبدیل فوریه تکراری بررسی شده است. شبیه سازی‌ها نشان می‌دهد که الگوریتم تبدیل فوریه تکراری بر مبنای هندسه فرید بالاترین مقدار نسبت استرل را نتیجه می‌دهد.

کلید واژه- اپتیک تطبیقی، الگوریتم تبدیل فوریه تکراری، بازسازی جبهه موج، نسبت استرل، هندسه فرید.

Simulation of wavefront reconstruction process based on iterative Fourier transforms in Adaptive Optics systems

Abolhasan Mobashery[1,2], Hamidreza Fallah[1,3], Morteza Hajimahmoodzadeh[1,3]

1-Physics Department, University of Isfahan

2-Optics and Laser research center- Malek ashtar University of technology

3-Quantum Optics Research Groups, University of Isfahan

Abstract- In Adaptive optics (AO) systems, the most important stage of reconstruction process is wavefront reconstruction based on wavefront slopes. Speed and accuracy of this stage determine AO efficiency. Because of computational burden in the traditional method of wavefront reconstruction, when the numbers of mirror's actuators are increase, reconstruction process will have some errors. An alternative method for wavefront reconstruction is iterative Fourier transforms (IFT). In this article three different equations were investigated in IFT algorithms to reconstruct propagated Gaussian beam in turbulent atmosphere. Simulations show that the reconstructed wavefront based on Fried geometry has bigger Strehl ratio.

Keywords: Adaptive Optics, Iterative Fourier Transforms algorithm, wavefront reconstruction, Strehl ratio, fried geometry

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-02]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

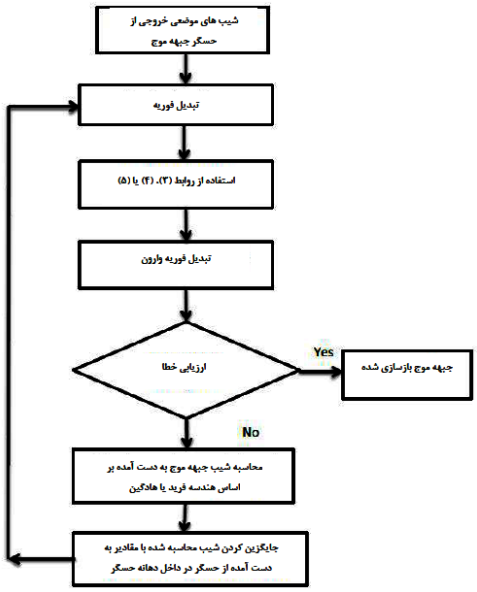
۱- مقدمه

نوری که در یک محیط متلاطم منتشر می‌شود، در اثر تغییرات موضعی ضریب شکست دچار ابیراهی می‌شود. برای از بین بردن ابیراهی‌های دینامیک جبهه موج از فناوری اپتیک تطبیقی استفاده می‌شود. سه بخش اصلی سامانه‌های اپتیک تطبیقی عبارتند از حسگر جبهه موج که ابیراهی فاز جبهه موج را آشکارسازی می‌کند، بخش تصحیح کننده مثل آینه تغییر شکل پذیر که ابیراهی فاز جبهه موج را ازبین می‌برد و واحد کنترل که سیگنال مورد نیاز آینه تغییر شکل پذیر را با استفاده از اطلاعات حسگر جبهه موج فراهم می‌کند.

اطلاعات شیب جبهه موج توسط مجموعه‌ای از معادلات خطی به فاز جبهه موج مربوط می‌شوند که واحد کنترل با حل این معادلات، سیگنال فرمان برای محرک‌های آینه را فراهم می‌کند. دو روش برای حل این معادلات وجود دارد که عبارتند از روش ضرب ماتریسی بردارها [۱] و روش تکراری مبتنی بر تبدیل فوریه [۲]. روش ضرب ماتریسی بردارها در مقایسه با روش تبدیل فوریه تکراری شامل حجم بیشتری از محاسبات است و برای سیستم‌هایی که درجات آزادی زیاد (تعداد محرک‌های زیاد) دارند مناسب نیست. در این مقاله بازیابی فاز با استفاده از تبدیل فوریه تکراری مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- الگوریتم تبدیل فوریه تکراری

در این الگوریتم شیب‌های موضعی به دست آمده از حسگر شک – هارتمن ورودی اولیه را تشکیل می‌دهد. با محاسبه تبدیل فوریه شیب‌ها، آنها به فضای فرکانس منتقل می‌شوند. در فضای فرکانس با استفاده از روابطی که در ادامه بیان می‌شود، فاز جبهه موج محاسبه می‌شود و تبدیل فوریه معکوس، فاز را در فضای مکان محاسبه می‌کند. برای تعیین درستی فاز به دست آمده در این مرحله، شیب جبهه موج بازسازی شده تعیین می‌شود و با شیب‌های به دست آمده از حسگر جبهه موج مقایسه می‌شود. به عبارت دیگر معیار خطای در نظر گرفته شده ریشه مربع اختلاف بین شیب اندازه‌گیری شده و شیب محاسبه شده است. در صورتی که مقدار خطای به دست آمده قابل قبول باشد، جبهه موج به دست آمده به عنوان جواب درنظر گرفته می‌شود، در غیر اینصورت در گام بعدی الگوریتم، مقدار شیب‌های اندازه گیری شده به جای مقادیر محاسبه شده جایگزین می‌شود و فرآیند قبلی تکرار می‌شود. اندازه گیری شیب‌ها معمولا در دهانه‌ای دایره‌ای انجام می‌شود ولی محاسبات تبدیل‌های فوریه روی یک آرایه مربعی انجام می‌شود. بنابراین هنگام جایگزین کردن مقادیر شیب، صرفا مقادیری از شیب که در ناحیه دایره‌ای مساحت حسگر قرار دارند جایگزین می‌شوند و مقادیر شیب در نواحی خارج از آن بدون تغییر باقی می‌مانند. شکل (۱) فوچارت این الگوریتم را نشان می‌دهد.



شکل ۱- فلوچارت الگوریتم تبدیل فوریه تکراری

۳- رابطه فاز در فضای مکان و فرکانس فضایی

جبهه موج W(x,y) را در دستگاه مختصات دکارتی درنظر می گیریم با استفاده از توابع سینوسی (سری فوریه) به عنوان مجموعه پایه، بسط جبهه موج به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$W(x,y) = \iint a(u,v)\exp(j2\pi k.r)dk \qquad (۲)$$

که $dk = dudv$، (u,v) فرکانس فضایی و $a(u,v)$ ضرائب بسط در فضای فرکانس فضایی است. از دو طرف رابطه (۲) نسبت به x و y مشتق می‌گیریم و با توجه اینکه مشتق سری فوریه یک سری فوریه است داریم:

$$a(u,v) = -j\frac{ub_u(u,v)+vb_v(u,v)}{2\pi(u^2+v^2)} \qquad (۳)$$

که $b_u(u,v)$ و $b_v(u,v)$ ضرائب تبدیل فوریه مشتق تابع $W(x,y)$ هستند. براساس این رابطه با در اختیار داشتن تبدیل فوریه شیب تابع جبهه موج $W(x,y)$ می‌توان

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-02]

ضرائب بسط تبدیل فوریه تابع $W(x,y)$ را به دست آورد. محاسبه تبدیل فوریه معکوس، جبهه موج در فضای مکان را نتیجه می دهد.

شیب‌های موضعی جبهه موج توسط حسگر شک–هارتمن در موقعیت‌های گسسته‌ای اندازه گیری می‌شوند و سیستم کنترل، براساس این شیب‌های اندازه‌گیری شده، فاز را تعیین می‌کند. براساس موقعیت نقاط فاز نسبت به شیب‌ها، هندسه‌های مختلف درنظر گرفته می‌شود که مهمترین آنها عبارتند از هندسه فرید و هندسه هادگین[۳]. درهندسه فرید میانگین فاز بین دو نقطه مجاور به عنوان فاز فرض می‌شود، در حال که در هندسه هادگین، اختلاف فاز بین دو نقطه مجاور برابر شیب درنظر گرفته می‌شود. با محاسبه تبدیل فوریه گسسته از رابطه‌های شیب و استفاده از ویژگی جابجایی در تبدیل فوریه می‌توان رابطه فاز را به صورتی متفاوت از رابطه (۳) به دست آورد. در هندسه فرید نتیجه عبارتست از [۴] :

(۴)

$$\ddot{\phi}(u,v)=\begin{cases}0 & u,v=0\,,u,v=\frac{N}{2}\\ \{\left[\exp\left(\frac{-j2\pi u}{N}\right)-1\right]\left[\exp\left(\frac{j2\pi v}{N}\right)+1\right]\ddot{S}_x^F(u,v)\\ +\left[\exp\left(\frac{-j2\pi v}{N}\right)-1\right]\left[\exp\left(\frac{j2\pi u}{N}\right)+1\right]\ddot{S}_y^F(u,v)\}\\ \times\left[8\left(\sin^2\left(\frac{\pi u}{N}\right)\cos^2\left(\frac{\pi v}{N}\right)+\sin^2\left(\frac{\pi v}{N}\right)\cos^2\left(\frac{\pi u}{N}\right)\right)\right]^{-1}\end{cases}$$

که $\ddot{S}_x^F(u,v)$ و $\ddot{S}_y^F(u,v)$ تبدیل فوریه S_x^F و S_y^F است و N تعداد نقاط نمونه‌گیری را نشان می‌دهد. روشی مشابه را می‌توان برای هندسه هادگین به کار برد که نتیجه آن عباتست از [۴]:

(۵)

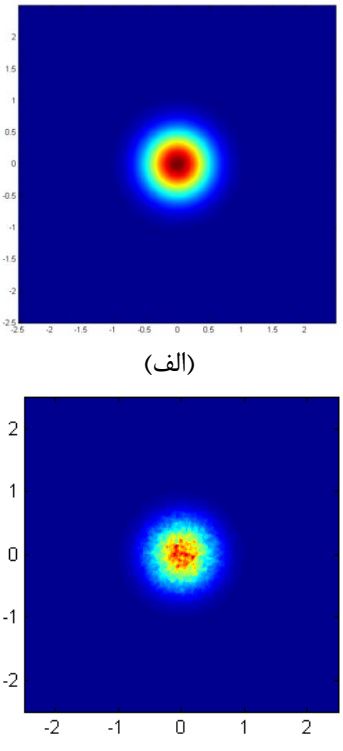
$$\ddot{\phi}(u,v)=\begin{cases}0 & u,v=0\\ \{\left[\exp\left(\frac{-j2\pi u}{N}\right)-1\right]\ddot{S}_x^H(u,v)+\left[\exp\left(\frac{-j2\pi v}{N}\right)-1\right]\ddot{S}_y^H(u,v)\}\\ \times[4(\sin^2\left(\frac{\pi u}{N}\right)+\sin^2\frac{\pi v}{N}))]^{-1}\end{cases}$$

که $\ddot{S}_x^H(u,v)$ و $\ddot{S}_y^H(u,v)$ تبدیل فوریه S_y^H ,S_x^H را نشان می‌دهد. با محاسبه تبدیل فوریه وارون روابط (۴) و (۵) می‌توان فاز را به دست آورد. اکنون دو دسته معادله در اختیار داریم که با استفاده از آنها می‌توان فاز جبهه موج را در الگوریتم تکراری تبدیل فوریه تعیین کرد. در این مقاله اثر بازیابی فاز با استفاده از این روابط با یکدیگر مقایسه می‌شود.

۴- شبیه سازی

برای انجام شبیه سازی، انتشار پرتو گوسی با طول موج λ=0.5μm در طول ۲۰Km در جو متلاطم در نظر گرفته شده است. در این شبیه سازی برای نشان دادن آشفتگی جوی ۲۰ صفحه فازی یکسان با فاصله ۱۰۰۰ m در نظر گرفته شده است که بر اساس آمار فون کارمن با مقیاس بیرونی ۱۰۰ m ساخته شده‌اند. قدرت تلاطم با استفاده از مقادیر مختلف ثابت ساختار ضریب شکست (C_n^2) کنترل شده است. مقادیر C_n^2 بین 1×10^{-16} $m^{-2/3}$ تا 12×10^{-16} $m^{-2/3}$ در نظر گرفته شده است. در فاصله انتشار ۲۰ Km، این مقادیر C_n^2 معادل با پارامتر فرید در بازه r_0=0.145 m تا r_0=0.033 m است. محاسبه پارامتر ریتوف نشان می‌دهد که در این شبیه سازی شرایط تلاطم ضعیف در نظر گرفته شده است[۵].

شکل (۲) دامنه جبهه موج قبل و بعد از انتشار در جوی با قدرت تلاطم $C_n^2=1\times10^{-16}$ $m^{-2/3}$ را نشان می‌دهد.



(الف)

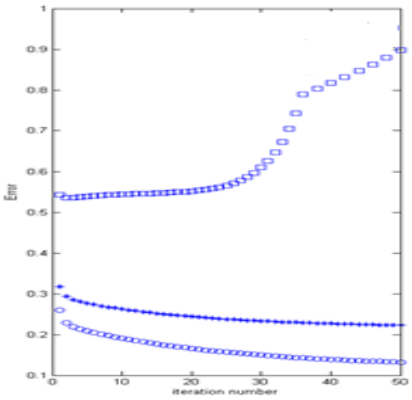
(ب)

شکل (۲) دامنه پرتو گوسی قبل و بعد از انتشار در جو متلاطم

با استفاده از حسگر شک-هارتمن شبیه سازی شده با آرایه ۳۲×۳۲، اطلاعات شیب فاز به عنوان ورودی الگوریتم محاسبه شده است. با ورود شیب اندازه‌گیری

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-02]

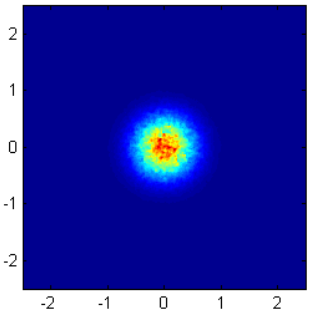
شده به الگوریتم، پس از ۵۰ مرتبه تکرار الگوریتم، جبهه موج بازسازی شده به دست آمد. شکل (۳) تغییرات خطای بین شیب محاسبه شده و شیب اندازه‌گیری شده برای یک نمونه محاسبات را نشان می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود استفاده از معادله (۴) کمترین خطا و در نتیجه بیشترین دقت را دارد، در حالی که هنگام استفاده از رابطه (۳) خطای بازسازی جبهه موج زیاد بوده و پس از چند مرحله تکرار، خطا به مقدار بیشتری نیز افزایش می‌یابد. برای سایر شبیه سازی‌ها وضعیت خطا مشابه شکل (۳) است.



شکل ۳- خطای الگوریتم فوریه تکراری با استفاده از رابطه (۳) مربع، رابطه (۴)دایره و رابطه (۵) ستاره

نسبت استرل محاسبه شده برای جبهه موج‌های به دست آمده از روابط (۳)، (۴) و (۵) در جوی با قدرت تلاطم $C_n^2=1\times10^{-16}$ $m^{-2/3}$ ، به ترتیب برابر است با : ۰/۱۵، ۰/۷۳ و ۰/۷۰. این اعداد نشان می‌دهد که جبهه موج بازسازی شده با استفاده از تبدیل فوریه تکراری در هندسه فرید بیشترین تشابه را با جبهه موج اولیه (شکل ۲-ب) دارد. شکل (۴) یک نمونه از جبهه موج بازسازی شده توسط رابطه ۴ را نشان می‌دهد.

جدول (۱) مقادیر نسبت استرل به دست آمده برای پرتوهای بازسازی شده که در شرایط مختلف قدرت تلاطم جو منتشر شده‌اند را نشان می‌دهد. در این جدول به ازای هر مقدار C_n^2 ، مقدار پارامتر فرید برای انتشار در مسافت ۲۰ Km نیز محاسبه شده است.



شکل (۴) جبهه موج بازسازی شده توسط رابطه (۴) با نسبت استرل ۰/۷۳

جدول ۱- تغییرات نسبت استرل جبهه موج‌های بازسازی شده با استفاده از روابط (۳)، (۴) و (۵) بر حسب قدرت تلاطم جو

Cn^2 ($\times 10^{-16}$ $m^{-2/3}$)	r_0 (m)	Strehl ratio		
		Equation 3	Equation 4	Equation 5
۱	0.145	0.15	0.73	0.70
2.22	0.089	0.11	0.61	0.56
3.44	0.069	0.10	0.47	0.39
4.67	0.057	0.06	0.31	0.24
5.89	0.050	0.03	0.19	0.15
7.11	0.044	0.007	0.18	0.13
8.33	0.041	0.008	0.15	0.09
9.56	0.037	0.006	0.14	0.07
10.78	0.035	0.003	0.11	0.05
12.00	0.033	0.002	0.05	0.03

۵- نتیجه گیری:

روش متداول برای بازسازی جبهه موج در سامانه های اپتیک تطبیقی استفاده از ضرب ماتریسی بردارها است. برای سیستم‌هایی که درجه آزادی بیشتری دارند، استفاده از تبدیل فوریه تکراری باعث افزایش سرعت محاسبات می‌شود. در این روش استفاده از هندسه فرید برای محاسبه تبدیلات فوریه نسبت استرل بالاتری را نتیجه می‌دهد.

مراجع

1. Jan Herrmann, "*Least-squares wave front errors of minimum norm*," **J. Opt. Soc. Am**. 70, 28-35 (1980)
2. K. R. Freischlad and C. L. Koliopoulos, "Modal estimation of a wave front from difference measurements using the discrete Fourier transform," **J. Opt. Soc. Am. A** 3, pp. 1852–1861, Nov. (1986).
3. R.K. Tyson, Principle of adaptive optics, 3rd edition, (CRC press 2003).
4. L. A. Poyneer, D. T. Gavel, and J. M. Brase, "Fast wave-front reconstruction in large adaptive optics systems with use of the Fourier transform," **J. Opt. Soc. Am. A** 19, pp. 2100–2111, (2002).
5. Larry C. Andrews, Ronald L. Phillips, Cynthia Y. Hopen, " *Laser Beam Scintillation with Applications*",(SPIE Press,2001)

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-02]