درهمتنیدگی دو سامانه اپتومکانیکی در فاصله دور در مد پالسی

مجتبی مظاهری

دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی همدان، همدان، ایران

چکیده – در این مقاله طرحی ارایه می شود که دو مد اپتیکی در فاصله دور و بدون برهم کنش در رژیم پالسی در همتنیده می شوند. درهمتنیدگی میکرو-ماکرو نور به صورت تجربی و نظری برای یک کاواک اپتیکی با مولفه های متفاوت بررسی شده است. دو سامانه کاواک اپتیکی بدون برهمکنش با منبع های پالسی راه اندازی شده اند. دو حالت فشرده جابجا شده را به سمت کاواک ها ارسال می کنیم که بعد از برهم کنش با نوسانگر مکانیکی، بر روی آن ذخیره و سپس بازخوانی بازخوانی شده و برمی گردند. شرایط درهمتنیدگی بین این دو حالت بازخوانده با تکنیک آشکارسازی همپویایی مورد مطالعه قرار گرفته است.

کلید واژه- کاواک اپتومکانیکی، درهمتنیدگی، معادله لانزوین کوانتومی، تقریب موج چرخان.

Entangling two distant opto-mechanical systems in pulsed mode

Mojtaba Mazaheri

Department of Science, Hamedan University of Technology, Hamedan

Abstract-In this paper, a scheme is presented in which two distant and remote optoical modes entangle in the pulsed driving regimes. Micro-macro entanglement of light demonstrated experimentally and considered theoretically in one system with different macroscopic components. Two remote systems are derived by the pulsed driving sources. We have sent two squeezed states that both of them undergo a large displacements then interact with nanomechanical resonator and retrieve. Using homodyne detection scheme, the entanglement between these two retrieved states has been investigated.

Keywords: Cavity opto-mechanics, Entanglement, Quantum Langevian equation.

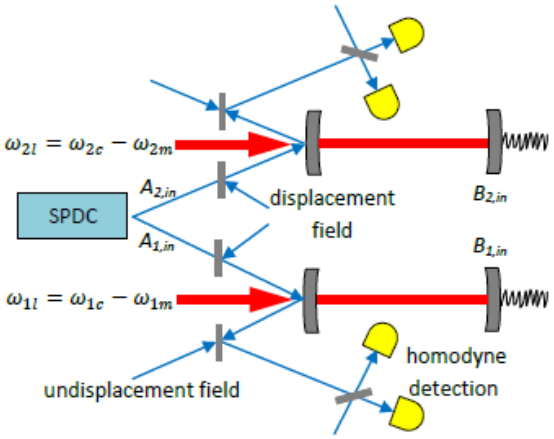
[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-02]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

در سامانه های اپتومکانیکی، مد کاواک می تواند با نوسانگر مکانیکی با کیفیت بالا از طریق نیروی فشار تابشی جفت شود [۱]. اثرهای کوانتومی در آزمایشهای تجربی مانند رژیم کاواک اپتیکی، کاواک ریزموج و فناوری سرمایش لیزری مشاهده شده اند. مشاهده اثرهای واقعی کوانتومی مانند درهمتنیدگی در مقیاس های جرمی و طولی بزرگ، هدفی بزرگ در این زمینه است. برای رسیدن به این هدف در این مقاله سعی می کنیم شرایط و میزان ایجاد درهمتنیدگی میکرو-ماکرو بین دو پرتو ذخیره و بازخوانده از دو کاواک اپتیکی دور و بدون برهم کنش را مطالعه کنیم [۲].

۲- هامیلتونی سامانه دو کاواک اپتومکانیکی بدون برهم کنش و دور از هم



شکل ۱: سامانه ایجاد درهمتنیدگی میکرو-ماکرو بین پرتوهای فشرده درهمتنیده و کاواکهای اپتیکی دور از هم که به صورت واکوکی قرمز راه اندازی شده اند [۲].

این طرح شامل یک منبع تقسیم پارامتری خود به خودی است که دو پرتو فشرده را به سمت دو کاواک اپتیکی دور و جدا از هم می فرستد. هر یک از پرتو ها به صورت ماکروسکوپی از طریق تداخل با میدان جابجای قوی دچار جابجایی می شوند و سپس بر روی نوسانگر مکانیکی ذخیره می شوند. هر یک از این نوسانگر های مکانیکی آینه متحرک کاواک اپتیکی هستند که با استفاده از موج های لیزر کنترلی قوی در حالت واکوکی قرمز تنظیم می شوند. در این حالت درهمتنیدگی اپتومکانیکی میکرو-ماکرو بین نوسانگر مکانیکی و میدان اپتیکی ایجاد می شود. حالت سامانه های مکانیکی به تدریج دوباره به حالت اپتیکی تبدیل می شوند. این پرتو های بازتولیدی به حالت قبلی جابجا می شوند و سپس با آشکارسازی همپویایی میزان درهمتنیدگی بین آنها اندازه گیری می شود.

منبع تقسیم پارامتری خود به خودی حالت دو مد فشرده زیر را تولید می کند [۲]

$$|\psi_{\circ}>=\sqrt{1-t^2}\sum_{n=0}^{\infty}t^n\,|n>_{A1}\,|n>_{A2} \qquad (۱)$$

در این عبارت مدهای اپتیکی فشرده به صورت A_1 و A_2 مشخص شده، $t=tanh(r)$ و r پارامتر فشردگی دو پرتو است. بعد از تولید مدهای اپتیکی فشرده، عملگرهای جابجایی $D_1(\alpha)=e^{\alpha a_1^{\dagger}-\alpha^{*}a_1}$ و $D_2(\alpha)=e^{\alpha a_2^{\dagger}-\alpha^{*}a_2}$ به ترتیب بر روی مدهای A_1 و A_2 اعمال می شوند. این جابجایی ها با تداخل مدها با پرتو های همدوس قوی ایجاد می شوند. و حالت مدها بعد از جابجایی به صورت $|\psi>=D_1(\alpha)D_2(\alpha)|\psi_{\circ}>$ است.

برای مقادیر متوسط r، چند جمله اول بسط اهمیت دارند و بقیه جمله ها قابل چشم پوشی هستند. مقدار کمیت r میزان درهمتنیدگی و ویژگی میکروسکوپی سامانه را نشان می دهد در حالی که مقدار α ویژگی ماکروسکوپی آن را مشخص می کند. کار در محدوده متوسط r با چند جمله محدود می تواند در آزمایشگاه نیز قابل دسترسی باشد. مدهای جابجا شده A_1 و A_2 به سمت کاواک های اپتیکی فابری-پرو ارسال می شوند و به وسیله برهمکنش نیروی تابشی اپتومکانیکی بر روی مدهای مکانیکی B_1 و B_2 ذخیره می شوند. هر یک از این کاواک های اپتیکی به وسیله منبع لیزر با فرکانسهای ω_{1L} و ω_{1L} راه اندازی می شوند. هامیلتونی سامانه اپتومکانیکی دو کاواک اپتیکی دور از هم در تقریب حرکت های کوچک مکان آینه متحرک و در تصویر برهم کنش به صورت زیر است [۳]

$$H=\hbar\,\Delta_1\,a_1^{\dagger}a_1+\hbar\,\Delta_2\,a_2^{\dagger}a_2+ \qquad (۲)$$
$$\hbar\omega_{1m}b_1^{\dagger}b_1+\hbar\omega_{2m}b_2^{\dagger}b_2+\hbar g_{10}a_1^{\dagger}a_1\left(b_1^{\dagger}+b_1\right)+$$
$$\hbar g_{20}a_2^{\dagger}a_2\left(b_2^{\dagger}+b_2\right).$$

که $\Delta_1=\omega_{1c}-\omega_{1L}$ و $\Delta_1=\omega_{1c}-\omega_{1L}$ به ترتیب واکوکی بین فرکانس تشدید و فرکانس راه اندازی هر یک از کاواک، a_1 و a_2 عملگر نابودی مدهای کاواک اپتیکی، ω_{2m} و ω_{2m} فرکانس نوسانگرهای مکانیکی، b_1 و b_2 عملگر نابودی مدهای مکانیکی نوسانگر، g_{10} و g_{20} جفت شدگی اپتومکانیکی هستند. هامیلتونی در دستگاه چرخان نسبت به جمله راه اندازی کاواکها نوشته شده است.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-02]

پرتوهای لیزر راه اندازی کاواک های اپتیکی را نسبت به فرکانس تشدید در حالت واکوکی قرمز به اندازه ω_{1m} و ω_{2m} قرار می دهند. در این شرایط هر یک از عملگر ها دارای یک بخش پایا (ثابت نسبت به زمان) و یک بخش کوچک وابسته به زمان هستند. بخش پایا شرایط پایداری و بخش وابسته به زمان دینامیک سامانه را مشخص می کند. به منظور جدا کردن بخش پایا و وابسته به زمان در هامیلتونی و به دست آوردن معادله های حرکت سامانه، عملگر های هامیلتونی را به صورت $a_i(t) = a_i(0) + \delta a_i$ در هامیلتونی وارد می کنیم. بعد از تغییر در هامیلتونی به منظور خلاصه نویسی، عملگر های وابسته به زمان δa_i را به صورت a_i می نویسیم. بخش برهمکنش موثر اپتومکانیکی هامیلتونی به صورت زیر در می آید

$$H_{eff} = \hbar g_1(a_1^\dagger b_1 + a_1 b_1^\dagger) + \hbar g_2(a_2^\dagger b_2 + a_2 b_2^\dagger) \quad (۳)$$

که g_1 و g_2 متناسب با حاصلضرب دامنه پرتو راه اندازی و g_{10} و g_{20} است. با استفاده از معادله لانژوین کوانتومی معادله حرکت برای عملگرهای میدان اپتیکی کاواک ها و عملگر های نوسانگر مکانیکی را به دست می آوریم [۲]:

$$\dot{a}_j = -k_j a_j - i g_j b_j + \sqrt{2k_j} a_{j,in} \quad (۴)$$
$$\dot{b}_j = -\gamma_j b_j - i g_j a_j + \sqrt{2\gamma_j} b_{j,in}$$

که *j=1,2* مربوط به کاواک های اپتیکی ۱ و ۲ است. با در نظر گرفتن حالت آدیاباتیکی برای عملگرهای میدان کاواک، عبارت های $a_j = 1/k_j(-i g_j b_j + \sqrt{2k_j} a_{j,in})$ به دست می آید. رابطه ورودی-خروجی برای مدهای اپتیکی به صورت $a_{j,out} = -a_j + \sqrt{2\kappa_j} a_{j,in}$ است. معادله حرکت عملگرهای نوسانگر مکانیکی در هر از کاواک ها به صورت $\dot{b}_j = -\tilde{G}_j b_1 - i\sqrt{2G_j} a_{j,in} + \sqrt{2\gamma_j} b_{j,in}$ نوشته می شود که $G_j = {g_j}^2/\kappa_j$ و $\tilde{G}_j = G_j + \gamma_j$ است. همچنین رابطه ورودی-خروجی هریک از کاواک ها به صورت $a_{j,out} = a_{j,in} - i\sqrt{2G_j} b_j$ در می آید. حل مد مکانیکی و مد خروجی اپتیکی هریک از کاواک ها به صورت زیر است

$$b_j(t) = e^{-\tilde{G}_j t} b_j(0) + e^{-\tilde{G}_j t} \int_0^t ds e^{\tilde{G}_j s}(-i\sqrt{2G_j} a_{j,in}(s) + \sqrt{2\gamma_j} b_{j,in}(s)) \quad (۵)$$

$$a_{j,out}(t) = a_{j,in}(t) - i\sqrt{2G_j} e^{-\tilde{G}_j t} b_j(0) - i\sqrt{2G_j} e^{-\tilde{G}_j t} \int_0^t ds e^{\tilde{G}_j s}(-i\sqrt{2G_j} a_{j,in}(s) + \sqrt{2\gamma_j} b_{j,in}(s))$$

با اعمال ثابت جفت شدگی $\tilde{G}_j$ در زمان τ (دوره پالس) می توانیم مقادیر ذخیره و بازخوانی از کاواک ها را به دست آوریم. مدهای پالسی موقت ورودی و خروجی را برای هر یک از مدهای اپتیکی به صورت $A_{j,in} = \sqrt{\frac{2\tilde{G}_j}{e^{2\tilde{G}_j t}-1}} \int_0^\tau dt e^{\tilde{G}_j t} a_{j,in}(t)$ و $A_{j,out} = \sqrt{\frac{2\tilde{G}_j}{1-e^{-2\tilde{G}_j t}}} \int_0^\tau dt e^{-\tilde{G}_j t} a_{j,out}(t)$ داریم [۳]. با فرض در نظر گرفتن پارامترهای $B_{j,in} = b_j(0)$ و $B_{j,out} = b_j(\tau)$ و روابط بین مقادیر بین پارامترهای ذخیره شده و مقادیر بازخوانی به روابط زیر برای پالسهای ورودی و خروجی در دو کاواک می رسیم [۲].

$$A_{j,out} = -\frac{1-y_j^2}{1+x_j} A_{j,in} - i\sqrt{\frac{1-y_j^2}{1+x_j}} y_j B_{j,in} + f_j \delta A_j + l_j \delta B_j \quad (۶)$$

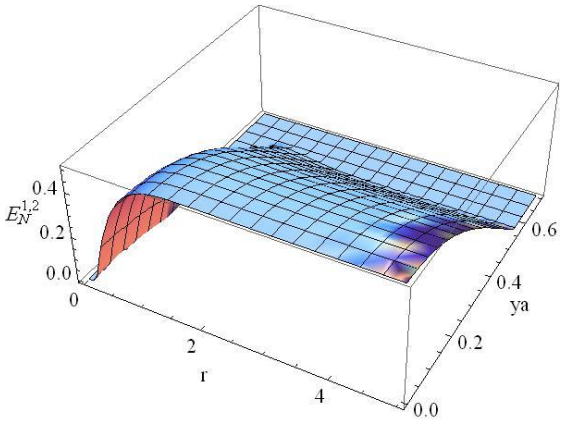
این رابطه ورودی و خروجی اطلاعات ذخیره و بازخوانی از کاواک های ۱ و ۲ است که پارامتر $y_j = e^{-G_j \tau}$ تابعی از جفت شدگی اپتومکانیکی و زمان پالس و پارامتر $x_j = \frac{\gamma_j}{G_j}$ متناسب با میرایی مکانیکی است. مدهای δA_j نویز اپتیکی در خلا است و δB_j نویز مکانیکی در حالت تعادل گرمایی حمام نوسانگر مکانیکی در دمای T و میانگین تعداد فونون $N_{j,in}$ است.

حالت های دو مد فشرده گاوسی هستند و بنابراین می توان برای اندازه گیری درهمتنیدگی بین مدهای فشرده خروجی بعد از ذخیره و بازخوانی از روی کاواک های اپتیکی از منفی لگاریتمی سامانه دوبخشی استفاده کرد. درهمتنیدگی دوبخشی بر حسب منفی لگاریتمی به صورت $E_N = max\{0, -ln(2\eta_-)\}$ تعریف می شود که η_- ویژه مقدار کمینه سیمپلکتیک ماتریس کواریانس دو مدی تبدیل یافته است. این ویژه مقدار به صورت $\eta_- = 2^{-1/2}\sqrt{\Sigma - \sqrt{\Sigma^2 - 4detV}}$ تعریف می شود که $\Sigma = detA + detB - 2detC$ است. این کمیتها از بخش های ماتریس کواریانس $V = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & B \end{bmatrix}$ به دست می آیند [۴]. درآیه های ماتریس کواریانس از کوادراتور های مکان و فاز $X_{j,k}^A = 1/\sqrt{2}(A_{j,k} + A_{j,k}^\dagger)$ و $P_{j,k}^A = -i/\sqrt{2}(A_{j,k} - A_{j,k}^\dagger)$ برای مدهای ورودی و خروجی (k) به دست می آیند. هریک از درآیه های ماتریس کواریانس را می توان بر اساس دو درآیه $V_{11} = \langle (X_{1,out}^A)^2 \rangle - \langle X_{1,out}^A \rangle^2$ و $V_{14} = \langle X_{1,out}^A P_{2,out}^A \rangle - \langle X_{1,out}^A \rangle \langle P_{2,out}^A \rangle$ به دست آورد. درآیه

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-02]

های ماتریس به پارامتر جابجایی α وابستگی ندارند زیرا عبارت های درآیه ها تفریق می شوند و تنها در جمله های نویز کوادراتور فاز حضور دارند.

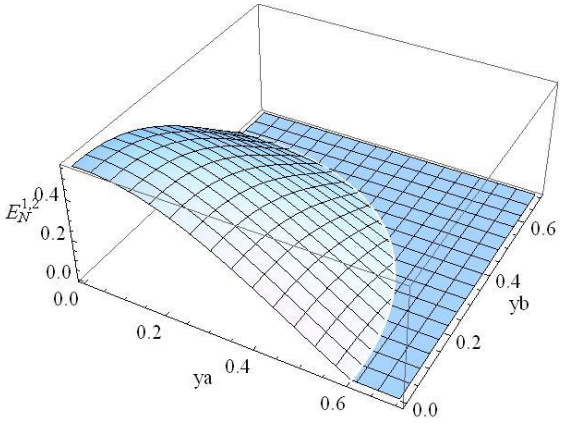
شکل ۲ رفتار در همتنیدگی دو کاواک اپتیکی را بر حسب پارامتر فشردگی پرتوهای فرودی و پارامتر $y_1 = e^{-G_1\tau}$ تابعی از جفت شدگی اپتومکانیکی در کاواک ۱ را نشان می دهد. با افزایش فشردگی، درهمتنیدگی افزایش یافته و به مقدار اشباعی می رسد و در مناطقی با مقادیر y_1 مقدار درهمتنیدگی در $r=1$ بیشینه می شود. در سمت دیگر با افزایش زمان پالس ورودی و کاهش y_1، درهمتنیدگی سامانه از صفر زیاد می شود. آستانه درهمتنیدگی در نزدیکی $r = 0/2$ و $y_1 = 5/8$ است. این نتایج در توافق با نتایجی است که برای سامانه دو مد ریز موج در فاصله دور از هم به دست آمده اند که از رهیافت دیگری استفاده شده است [۵].



شکل ۲: درهمتنیدگی پرتو های خروجی کاواک های ۱ و۲ ($E_N^{1,2}$) بر حسب پارامتر فشردگی پرتوها و تابعی از جفت شدگی اپتومکانیکی و زمان پالس لیزر های تقویت کننده کاواک ها.

پارامتر های سامانه برای هر دو کاواک به صورت یکسان و به صورت زیر انتخاب شده اند، تعداد فونو های مکانیکی $N_{in} = 1$، تعداد فونوهای نویز مکانیکی $N_{th} = 10$، میرایی نوسانگر مکانیکی $x = 0/005$، انحراف از معیار نویز فاز $\sigma = 0/01$، جرم هر یک از نوسانگر های مکانیکی $m = 10ng$، و طول هر یک از کاواک های اپتیکی $L = 1mm$ انتخاب شده اند [۲]. درهمتنیدگی با تغییر مقادیر زمان پالس های ورودی و جفت شدگی اپتومکانیکی هر یک از کاواک ها به میزان زیادی تغییر می کند که این رفتار در شکل ۳ نشان داده شده است.

درهمتنیدگی در یک مقدار بالاتر از آستانه y_1 و y_2 شروع به افزایش می کند که این حد آستانه به تعداد فونون های اولیه نوسانگر های مکانیکی کاواک ها $N_{j,in} = \left(\langle {X_{j,in}^B}^2\rangle + \langle {P_{j,in}^B}^2\rangle - 1\right) 1/2$ وابسته است. با افزایش دمای حمام مکانیکی یا تعداد فونوهای آن درهمتنیدگی کاهش می یابد و در این سامانه $N_{j,in} = 1$ است و با افزایش آن میزان در همتنیدگی کاهش می یابد. اگر $N_{j,in} = 10$ انتخاب شود درهمتنیدگی نابود می شود.



شکل ۳: درهمتنیدگی پرتو های خروجی کاواک های ۱ و۲ ($E_N^{1,2}$) بر حسب تابعی از جفت شدگی اپتومکانیکی و زمان پالس لیزر های تقویت کننده کاواک های ۱و ۲.

۴- نتیجه‌گیری

ما سامانه ای ارایه کردیم که بر اساس پروتکل تبادل درهمتنیدگی می تواند دو کاواک اپتیکی دور از هم و بدون برهم کنش را در حالت پالسی و در دمای بسیار پایین در محدوده چند میلی کلوین درهمتنیده کند. در این سامانه درهمتنیدگی در برابر نویز فاز و میرایی نوسانگر مکانیکی مقاوم است. این رهیافت ذخیره و بازخوانی اپتومکانیکی و در همتنیدگی قابل ملاحظه آن می تواند به عنوان پیشرفتی برای قابلیت اندازه گیری امواج گرانشی با فروریزش تابع موج محسوب شود.

مراجع

[1] Fickler R, et al., Science 338, 640 (2012).
[2] Ghobadi R, et al., Phys. Rev. Lett. 112, 080503 (2014).
[3] Hofer S G, et al., Phys. Rev. A 84, 052327 (2011).
[4] Vitali D, et al., Phys. Rev. Lett. 98, 030405 (2007).
[5] Abdi M, Tombesi P, and Vitali D, Arxiv:1405.1066v1 (2014).

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-02]