بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

بررسی آهنگ رشد غیرخطی ناپایداری بریلوئن القایی رو به جلو در پلاسمای مغناطیده

علیرضا پاک نژاد

گروه فیزیک دانشگاه آزاد اسلامی واحد شبستر

چکیده –در این مقاله، پراکندگی بریلوئن رو به جلو در برهمکنش غیرخطی لیزر با پلاسمای مغناطیده بررسی می شود. پلاسما در یک میدان مغناطیسی عمود بر محور انتشار لیزر قرار دارد. ابتدا سرعت اختلالی الکترون در میدان تابشی لیزر محاسبه می شود. سپس با استفاده از مدل سیالی و با ترکیب معادله موج، معادله پیوستگی و معادله حرکت اختلالی برای سیال الکترونی، دو معادله جفت شده که پراکندگی بریلوئن را توصیف می کنند بدست آورده شده و با حل هم زمان آنها، آهنگ رشد غیرخطی ناپایداری بریلوئن در پراکندگی رو به جلو محاسبه می شود. نشان داده می شود که حضور میدان مغناطیسی قائم در پلاسما سبب کاهش آهنگ رشد می شود.

کلید واژه- پراکندگی بریلوئن غیرخطی، پلاسمای مغناطیده، معادله موج غیرخطی، آهنگ رشد.

Investigation of nonlinear growth rate of stimulated forward Brillouin instability in magnetized plasma

Alireza Paknezhad

Islamic Azad University, Shabestar Branch.

Abstract- Brillouin forward scattering (BFS) in the nonlinear interaction of laser with a magnetized plasma is considered. Plasma is immersed in an external magnetic field perpendicular to the axis of the laser propagation. First we calculate the nonlinearoscillation velocity of electrons in the laser radiation field. Then coupled equations which describe the Brillouin scattering, are obtained by combining the wave equation, continuity equation, and the equation of motion for the electron fluid. Solving the coupled equations simultaneously, gives the growth rate of BFS instability. It is shown that the presence of the external magnetic field in the plasma decreases the growth rate.

Keywords: Nonlinear Brillouin scattering, Magnetized plasma, Nonlinear wave equation, Growth rate.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-29]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

مقدمه

در فرآیند پراکندگی بریلوئن که در برهمکنش پالس پیکو ثانیه با پلاسما اتفاق می افتد، موج لیزر دامنه بلند به یک موج لیزر دیگر و یک موج یونی صوتی تبدیل می شود. نیروی پاندروموتیوی که در اثر زنش پالس لیزر ورودی با پالس لیزر پراکنده شده ایجاد می شود، موج یونی صوتی تحریک شده را پیش می راند. با جفت شدن نوسانات چگالی پلاسما توسط موج یونی صوتی و نوسانات شدت لیزر ناشی از نیروی پاندروموتیو، با گذشت زمان دامنه موج یونی صوتی و نیز دامنه موج لیزر پراکنده شده افزایش یافته و بدین ترتیب ناپایداری در پلاسما شکل می گیرد. آهنگ رشد ناپایداری بریلوئن در پلاسمای غیرمغناطیده از مرتبه پیکوثانیه برآورد شده است[۱]. در فرآیند ناپایداری بریلوئن پراکندگی در تمامی جهات می تواند رخ دهد بطوری که آهنگ رشد در پراکندگی رو به عقب بیشترین مقدار را دارد [۲]. در دو تحقیق قبلی انجام شده، آهنگ رشد ناپایداری بریلوئن در پلاسمای نسبیتی مغناطیده و غیرمغناطیده در پراکندگی رو به عقب بدست آمده است. هدف از تحقیق درمقاله حاضر محاسبه آهنگ رشد در پراکندگی رو به جلو می باشد.

معادله موج غیرخطی

انتشار یک پالس لیزر در راستای عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت از پلاسمای نسبیتی سرد را در نظر می گیریم. میدان الکتریکی موج لیزر به شکل $\vec{E}=\hat{x}E_0\cos(k_0z-\omega_0t)$ و میدان مغناطیسی به صورت $\vec{B}=B_0\hat{y}$ می باشد بطوری که ω_0 و k_0 به ترتیب فرکانس و عدد موج لیزر ورودی به پلاسما می باشند. به منظور بررسی نحوه پاسخ محیط پلاسما به میدان تابشی لیزر، معادله موج، معادله حرکت و معادله پیوستگی برای ذرات الکترون را در نظر می گیریم:

$$\left[\nabla^2-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\vec{E}=\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial\vec{J}}{\partial t} \qquad (1)$$

$$\frac{d}{dt}(\gamma\vec{v})=-\frac{e}{m}\left[\vec{E}+\vec{v}\times\left(\vec{B}+\vec{B}_0\right)\right] \qquad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\vec{\nabla}.(n\vec{v})=0 \qquad (3)$$

در این معادلات، n چگالی پلاسما، $\vec{B}$ میدان مغناطیسی پالس لیزر γ فاکتور نسبیتی ، $\vec{J}=-ne\vec{v}$ چگالی جریان الکترونی و $\vec{v}$ سرعت حرکت الکترون ها می باشد. فرض بر این است که یون ها به علت سنگینی ساکن بوده و حرکتی ندارند. با احتساب سرعت های اختلالی مرتبه اول تا سوم $v_x^{(1)}$، $v_x^{(2)}$ و $v_x^{(3)}$ در تعریف چگالی الکترونی $J_x=-ne(v_x^{(1)}+v_x^{(2)}+v_x^{(3)})$ داریم [۳]:

$$J_x=-neca_0u_0(\omega_0)\sin(k_0z-\omega_0t) \qquad (4)$$

که در این رابطه $u_0(\omega_0)=\omega_0^2/(\omega_0^2-\omega_c^2)-N_0a_0^2$ ضریب غیرخطی و N_0 ناشی از اثر نسبیتی، اثر نیروی پاندروموتیو و اثر میدان مغناطیسی خارجی در پلاسما بوده و عبارت است از:

$$N_0=\frac{c^2k_0^2\omega_0^2\omega_c^2\left(5\omega_0^4+5\omega_0^2\omega_c^2-10\omega_c^4\right)}{4\left(\omega_0^2-\omega_c^2\right)^4\left(4\omega_0^2-\omega_c^2\right)}+\frac{\omega_0^4\left(3\omega_0^4+18\omega_0^2\omega_c^2+3\omega_c^4\right)}{8\left(\omega_0^2-\omega_c^2\right)^4} \qquad (5)$$

در رابطه فوق، $\omega_c(=eB/mc)$ فرکانس سیکلوترونی الکترون در میدان مغناطیسی خارجی می باشد. با جایگذاری رابطه (۴) در معادله (۱)، معادله موج غیرخطی حاکم بر انتشار پالس لیزر در پلاسمای مغناطیده بر حسب پتانسیل برداری $\vec{A}$ به شکل زیر حاصل می شود:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-c^2\nabla^2\right)\vec{A}_0=-\frac{4\pi ne^2}{m}u_0(\omega_0)\vec{A}_0 \qquad (6)$$

۳- معادلات حاکم بر پراکندگی بریلوئن

برای یافتن معادلات جفت شده که پراکندگی بریلوئن را توصیف می کنند، پاسخ پلاسمای یکنواخت به میدان تابشی موج لیزر دامنه بلند را در نظر می گیریم. در این پراکندگی هر دو موج نوری پمپ و موج نوری پراکنده شده حضور دارند لذا پتانسیل برداری کل به صورت حاصل جمع پتانسیل برداری تابشی $\vec{A}_0$ و پتانسیل برداری اختلالی $\tilde{\vec{A}}$ یعنی $\vec{A}=\vec{A}_0+\tilde{\vec{A}}$ خواهد بود. چگالی پلاسما نیز در اثر این پراکندگی به صورت $n=n_0+\tilde{n}$ (چگالی اولیه n_0 و چگالی اختلالی $\tilde{n}$) می باشد. همچنین با بکار بردن چگالی اختلالی $\vec{J}=-\tilde{n}e\vec{v}_{0\perp}-n_0e\tilde{\vec{v}}_e$ در معادله (۶)، معادله موج اختلالی به صورت زیر بدست می آید:

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-29]

$$(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2\nabla^2)\vec{A}_0 = -\frac{4\pi n_0 e^2}{m}u(\tilde{\omega})\tilde{\vec{A}} - \frac{4\pi\tilde{n}e^2}{m}u_0(\omega_0)\vec{A}_0 \qquad (۷)$$

که در این معادله $u(\tilde{\omega}) = \tilde{\omega}^2/(\tilde{\omega}^2 - \omega_c^2) - Na^2$ ضریب غیراختلالی موج اختلالی پراکنده شده می باشد. در پراکندگی بریلوئن، اختلالات ایجاد شده در پلاسما، سیال الکترونی را تحت تاثیر فشار حرارتی $\tilde{p}$ قرار می دهد. معادله پیوستگی اختلالی و معادله حرکت اختلالی برای سیال الکترونی نیز به ترتیب عبارتند است از:

$$\frac{\partial\tilde{n}}{\partial t} + n_0\vec{\nabla}.\tilde{\vec{v}}_e = 0 \qquad (۸)$$

$$\frac{\partial\tilde{v}_e}{\partial t} + \tilde{\vec{v}}_e.\vec{\nabla}.\tilde{\vec{v}}_e = -\frac{e}{m}(\vec{E} + \frac{\vec{v}_e\times(\vec{B}+\vec{B}_0)}{c}) - \frac{\vec{\nabla}\tilde{p}}{nm} \qquad (۹)$$

با در نظر گرفتن معادله حالت هم دما برای سیال الکترون با دمای T_e $(p = nT_e)$ و با صرف نظر از جمله $\partial\tilde{v}_e/\partial t$ به خاطر پایین بودن فرکانس نوسانات چگالی تحریک شده در پراکندگی بریلوئن، معادله (۹) به شکل زیر خواهد بود:

$$\frac{e}{m}(1+\frac{\omega_c^2}{\omega_p^2})\vec{\nabla}\tilde{\varphi} = -\frac{e^2}{m^2c^2}u(\tilde{\omega})\vec{\nabla}(\tilde{\vec{A}}.\vec{A}_0) + \frac{v_T^2}{n_0}\vec{\nabla}\tilde{n} \qquad (۱۰)$$

که در این رابطه $\tilde{\varphi}$، پتانسیل الکتروستاتیک و $\omega_p(=4\pi ne^2/m)$ فرکانس نوسانات پلاسما می باشد. حال رفتار یون ها با جرم M، چگالی اختلالی $\tilde{n}_i$ و سرعت اختلالی و $\tilde{\vec{v}}_i$ را در نظر می گیریم. با صرف نظر از تغییرات فشار سیال یونی، معادله پیوستگی و معادله حرکت یون ها به ترتیب عبارتند از:

$$\frac{\partial\tilde{n}_i}{\partial t} + n_0\vec{\nabla}.\tilde{\vec{v}}_i = 0 \qquad (۱۱)$$

$$\frac{\partial\tilde{\vec{v}}_i}{\partial t} = -\frac{Ze}{M}\vec{\nabla}\tilde{\varphi} + \frac{e}{Mc}(\tilde{\vec{v}}_i\times\vec{B}_0) \qquad (۱۲)$$

با مشتق گیری نسبت به زمان از معادله (۱۱) و مشتق گیری نسبت به مکان از معادله (۱۲) و سپس ترکیب آن ها معادله زیر بدست می آید:

$$\frac{\partial^2\tilde{n}_i}{\partial t^2} = \frac{n_{0i}Ze}{M}\nabla^2\tilde{\varphi} - \Omega_c^2\tilde{n}_i \qquad (۱۳)$$

در این معادله، $\Omega_c(=eB_0/Mc)$ فرکانس سیکلوترونی یون می باشد. در پلاسمای شبه خنثی $(n_e = n_i)$ با ترکیب معادلات (۱۰) و (۱۳)، و با استفاده از تعریف سرعت موج یونی صوتی $c_s = \sqrt{ZT_e/M}$، داریم:

$$[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Omega_c^2 - c_s^2\frac{\omega_p^2}{\omega_{UH}^2}\nabla^2]\tilde{n}_e = \frac{\omega_p^2 n_0 Ze^2}{\omega_{UH}^2 mMc^2}u(\tilde{\omega})\nabla^2(\vec{A}_0.\tilde{\vec{A}}) \qquad (۱۴)$$

در معادله (۱۴)، $\omega_{UH} = (\omega_p^2 + \omega_c^2)^{1/2}$ فرکانس هیبرید بالا می باشد. در پراکندگی بریلوئن موج الکترومغناطیسی ورودی با فرکانس ω_0، عدد موج k_0 و پتانسیل برداری $\vec{A}_0$ پراکنده شده و به یک موج الکترومغناطیسی با پتانسیل برداری $\tilde{\vec{A}}$ و نوسانات چگالی پلاسما $\tilde{n}$ با فرکانس نوسانی ω و عدد موج k جفت می شود. فرکانس و عدد موج پراکنده شده نیز به ترتیب $\omega_\pm = \omega \pm \omega_0$ و $k_\pm = k \pm k_0$ می باشد که در آن علامت مثبت و منفی به ترتیب مربوط به موج پراکنده شده استوکس و آنتی استوکس می باشد. کمیت های $\vec{A}_0$، $\tilde{\vec{A}}$ و $\tilde{n}$، به ترتیب با فاز نوسانی $\theta_0 = k_0 z - \omega_0 t$، $\theta_\pm = k_\pm z - \omega_\pm t$ و $\theta = kz - \omega t$ در نظر گرفته می شوند. بدین ترتیب با استفاده از تبدیل فوریه معادله های (۷) و (۱۴) به معادله های جفت شده زیر می رسیم:

$$(\omega_\pm^2 - c^2k_\pm^2 - u_\pm\omega_p^2)\tilde{A}_\pm(k_\pm,\omega_\pm) = \frac{2\pi e^2}{m}u_0(\omega_0)A_0 n(k,\omega) \qquad (۱۵)$$

$$\left(\omega^2 - \Omega_c^2 - k^2c_s^2\frac{\omega_p^2}{\omega_{UH}^2}\right)\tilde{n}(k,\omega) = \frac{n_0 Ze^2k^2}{2mMc^2}\frac{\omega_p^2}{\omega_{UH}^2}A_0(u_-\tilde{A}_- + u_+\tilde{A}_+) \qquad (۱۶)$$

در این معادله، $u_\pm(\omega_\pm)$ و $\tilde{A}_\pm(k_\pm,\omega_\pm)$ به ترتیب ضریب غیرخطی و پتانسیل برداری امواج پراکنده شده استوکس و آنتی استوکس می باشد.

۴- محاسبه آهنگ رشد

با ترکیب معادله های (۱۵) و (۱۶) و با فرض $u_0 \approx u_+ \approx u$، رابطه پاشندگی امواج پلاسمایی تحریک شده در پلاسما عبارت است از:

$$(\omega^2 - \Omega^2) = \frac{c^2k^2a_0^2\Omega_p^2u_0^2}{4}\frac{\omega_p^2}{\omega_{UH}^2}(\frac{1}{D_+} + \frac{1}{D_-}) \qquad (۱۷)$$

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-29]

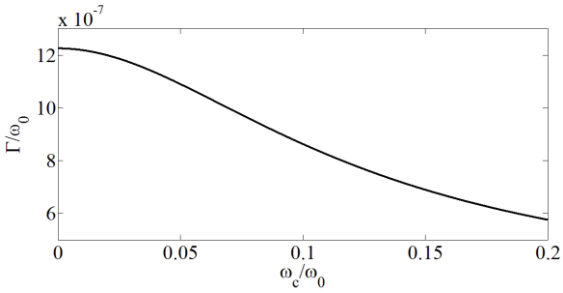
$\Omega=\sqrt{\Omega_c^2+k^2c_s^2\frac{\omega_p^2}{\omega_{UH}^2}}$، فرکانس نوسانات پلاسمایی تحریک شده ، $\Omega_p\left(=\omega_p\sqrt{Zm/M}\right)$ فرکانس نوسانات یونی و $D_\pm=\omega_\pm^2-c^2k_\pm^2-u_\pm\omega_p^2$ ضریب پاشندگی امواج پراکنده شده می باشد که در پراکندگی بریلوئن رو به جلو تشدید می شوند. با استفاده از شرط تشدید موج پلاسمایی و تشدید موج استوکس $\left(D_-(\Omega-\omega_0,k-k_0)=0\right)$ مقدار k از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\frac{k}{k_0}=1-\frac{c_s}{c}\frac{\omega_p}{\omega_{UH}}\sqrt{1-2\frac{c_s}{c}\frac{\omega_p}{\omega_{UH}}-u_0\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}} \qquad (18)$$

در پلاسمای غیرمغناطیده مقدار k/k_0 در پراکندگی رو به جلو کوچکتر از یک می باشد. در پلاسمای غیرمغناطیده این مقدار تا حدودی بزرگتر بوده و باعث ایجاد ناپایداری بریلوئن رو به جلو می شود. حال با جایگذاری $D_\pm=2i\Gamma(\Omega\pm\omega_0)$ و $\omega=\Omega+i\Gamma$ در رابطه (۱۷) و با انتخاب جملات حقیقی، آهنگ رشد غیرخطی ناپایداری بریلوئن در پراکندگی رو به جلو به صورت زیر بدست می آید:

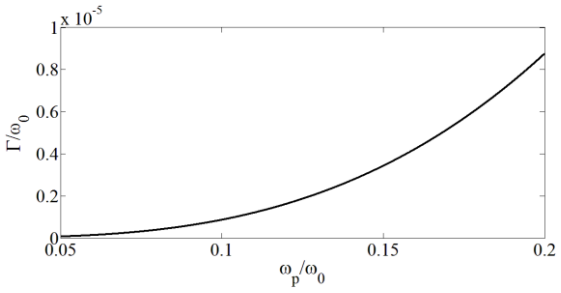
$$\Gamma=\frac{cku_0a_0\Omega_p}{\sqrt{8}}\frac{\omega_p}{\omega_{UH}}\sqrt{\frac{1}{\omega_0^2-\Omega^2}} \qquad (19)$$

در شکل(۱) نحوه تغییرات آهنگ رشد نرمالیزه (Γ/ω_0) ناپایداری بریلوئن در پراکندگی رو به جلو نسبت به فرکانس سیکلوترونی نرمالیزه (ω_c/ω_0) رسم شده است. ملاحظه می شود که با افزایش اندازه میدان مغناطیسی خارجی، آهنگ رشد کاهش می یابد.



شکل ۱: نحوه تغییرات آهنگ رشد نرمالیزه در پراکندگی بریلوئن رو به جلو نسبت به فرکانس سیکلوترونی نرمالیزه.

شکل(۲) نیز نحوه تغییرات آهنگ رشد نرمالیزه نسبت به فرکانس پلاسمایی نرمالیزه (ω_p/ω_0) که تابعی از چگالی پلاسما است را نشان می دهد. افزایش چگالی پلاسما باعث افزایش دامنه نوسانات پلاسمایی و بالا رفتن میزان پراکندگی بریلوئن می شود.



شکل ۲: نحوه تغییرات آهنگ رشد نرمالیزه در پراکندگی بریلوئن رو به جلو نسبت به فرکانس پلاسمایی نرمالیزه.

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق رابطه آهنگ رشد ناپایداری بریلوئن در پراکندگی رو به جلو در در برهمکنش لیزر با پلاسما و در حضور میدان مغناطیسی خارجی محاسبه شد. نتایج حاصل نشان می دهند که حضور میدان مغناطیسی خارجی در راستای عمود بر محور انتشار لیزر آهنگ رشد را کاهش می دهد بطوری که آهنگ رشد در مقایسه با پراکندگی رو به عقب [۴] مقدار کمتری دارد. در واقع اثر نیروی پاندرو موتیو در پراکندگی رو به جلو نسبت به پراکندگی رو به عقب کمتر است. به عبارت دیگر، دامنه نوسانات الکتروستاتیک سیکلوترونی تحریک شده در پراکندگی بریلوئن رو به جلو کمتر بوده و این امر باعث کاهش احتمال شرط جفت و جور شدن نوسانات شدت لیزر با نوسانات پلاسما می شود و بدین ترتیب احتمال پراکندگی بریلوئن کاهش یافته و در نتیجه آهنگ رشد نیز کاهش می یابد. همچنین با افزایش چگالی پلاسما، نوسانات پلاسما بیشتر شده و آهنگ رشد افزایش می یابد.

مراجع

[1] M. Salimullah, T. Ferdousi, F. Majid, Stimulated Brillouin scattering of electromagnetic waves in magnetized semiconductor plasmas. Phys. Rev. B 50, 19 (1994).

[2] W. L. Kruer, The Physics of Laser Plasma Interaction, London-Wesley, p. 87-93 (1988).

[3] A. Paknezhad, Davoud Dorranian, Nonlinear backward Raman scattering in the short laser pulse interaction with a cold underdense transversely magnetized plasma. Laser Part. Beams 29, 373–380. (2011).

[4] A. Paknezhad, Brillouin backward scattering in the nonlinear interaction of a short-pulse laser with an underdense transversely magnetized plasma. Laser Part. Beams. 31, 313–319. (2013).

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-29]