



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



## تحلیل پاسخ مدولاسیون و تاخیر زمانی در لیزرهای آبشاری کوانتومی

<sup>۱</sup>حسین رضا یوسف وند، آوحید احمدی

<sup>۱</sup>استادیار الکترونیک، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اسلامشهر، تهران.

آستاد الکترونیک، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس، تهران.

چکیده - در این مقاله با حل خودسازگار معادلات شرودینگر-پواسن با احتساب اثرات غیر سهموی بودن نوارهای انرژی و وابستگی مکانی جرم موثر، ساختار نوار انرژی یک لیزر آبشاری کوانتومی محاسبه می گردد و براساس الگوی معادلات نرخ دو-سطحی، دینامیک حامل و فوتون در ساختار بررسی می شود. نتایج حاصل از شبیه سازی نشان می دهند لیزرهای آبشاری کوانتومی به دلیل درون نوری بودن و ماهیت فوق سریع گذارها از پهنای باند وسیعتری نسبت به دیوذهای لیزری مرسوم برخوردار بوده و در شرایط بالای آستانه در پاسخ پویای آنها هیچ گونه فراجهمشی مشاهده نمی شود.

کلید واژه- پاسخ مدولاسیون، پراکندگی فوق سریع، گذار درون نوری، معادلات نرخ.

## Analysis of Modulation Response and Delay Time in Quantum Cascade Lasers

<sup>1</sup>Hossein Reza Yousefvand, and <sup>2</sup>Vahid Ahmadi Author

<sup>1</sup>Department of Electrical Engineering, Islamic Azad University, Tehran.

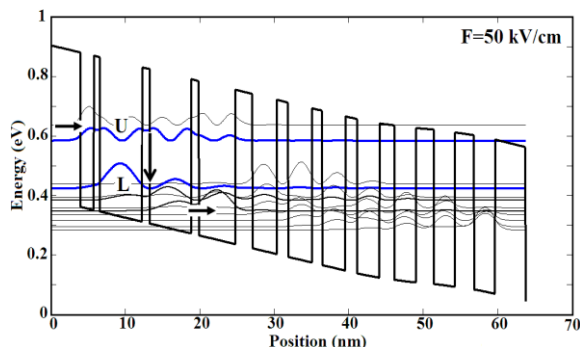
<sup>2</sup>Department of Electrical and Computer Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran.

*Abstract- In this paper, the band structure of a quantum cascade (QC) laser utilizing techniques with both material-dependent effective mass and band non-parabolicity is calculated by self-consistent solution of Schrodinger-Poisson equations, and based on two-level rate equations model, the carrier and photon dynamics in the structure are analyzed. The results of simulation show that, because of the characteristics of the intersubband transition and ultra-fast lifetimes, the modulation bandwidth of QC Lasers is more than one order of magnitude greater than that of the conventional diode lasers, and QC Laser has non-oscillating response at above threshold conditions.*

*Keywords: intersubband transitions, modulation response, rate equations, ultra-fast scattering.*

## ۱- مقدمه

باشند. مهمترین ویژگی این ساختار خروج سریع الکترونها با استفاده از فرایند پراکندگی الکترون-فونون دوگانه از تراز پائین لیزر می باشد. برای محاسبه ساختار باند انرژی، معادلات شرودینگر-پواسن با استفاده از روش تفاضل محدود بصورت عددی و خودسازگار حل می شوند. شکل ۱ دیاگرام باند انرژی و مربع اندازه توابع موج محاسبه شده مرتبط با لیزر آبخاری کوانتومی را نشان میدهد.



شکل ۱: توزیع پتانسیل الکتریکی و مربع اندازه توابع موج محاسبه شده یک طبقه از لیزر آبخاری کوانتومی. ضخامت لایه ها از سمت چپ به راست (بر حسب نانومتر) به ترتیب: 4.0/1.9/0.7/5.8/0.9/5.0/2.2/3.4/1.4/3.3/1.3/3.2/1.5/3.1/1.9/3/2.3/4×10<sup>17</sup>cm<sup>-3</sup> حجمی با چگالی شده با تغلیظ شده با چگالی حجمی 2.9/2.5/2.9/4.0. بصورت under-line نشان داده شده اند. ترازهای U و L به ترتیب بیانگر تراز بالا و تراز پائین گذار نوری لیزر می باشند.

با توجه به شکل ۱ الکترونها از طریق سد تزریق به تراز بالای لیزر (U) تزریق می شوند و پس از یک گذار نوری به تراز پایین لیزر (L) وارد شده و از طریق پراکندگی الکترون-فونون دوگانه از تراز پایین خارج می شوند. سیستم معادلات نرخ برای چگالی الکترونها  $N_U$  و  $N_L$  مربوط به ترازهای U و L و تعداد بر واحد حجم فوتونها  $n_P$  را می توان به صورت زیر بیان نمود [۴]، [۵]:

$$\frac{dn_U}{dt} = \frac{i}{V_P q} - \frac{n_U}{\tau_{UL}} - \Gamma_P \frac{c' \sigma_{UL}}{V_P} \times (n_U - n_L) n_P \quad (1)$$

$$\frac{dn_L}{dt} = \frac{n_U}{\tau_{UL}} - \frac{n_L}{\tau_{LO}} + \Gamma_P \frac{c' \sigma_{UL}}{V_P} (n_U - n_L) n_P \quad (2)$$

$$\frac{dn_P}{dt} = -\frac{n_P}{\tau_P} + \Gamma_P N \frac{c' \sigma_{UL}}{V_P} \times (n_U - n_L) n_P \quad (3)$$

در معادلات فوق  $N$  تعداد طبقات،  $i$  جریان تزریقی،  $V_P$  حجم ناحیه فعال یکی از طبقات،  $\Gamma_P$  ضریب محصورشدگی نوری،  $c'$  سرعت نور در کاواک و  $\sigma_{UL}$  سطح

لیزرهای آبخاری کوانتومی (QC) دسته ای از لیزرهای نیمه هادی محسوب می شوند که فوتون ها از طریق گذارهای درون نواری (intra-band) در چاههای کوانتومی تولید می شوند [۱]. یک لیزر آبخاری کوانتومی در حالت عمومی از ده ها طبقه متوالی یکسان تشکیل شده است که هر طبقه شامل یک ناحیه تزریق، یک ناحیه فعال و یک ناحیه جمع کننده است. با انتخاب مناسب ضخامت سدها و چاههای کوانتومی در هر یک از نواحی می توان شرایط وارونگی و گذار نوری را در لیزر فراهم نمود. تک قطبی بودن و شمای آبخاری از مشخصه های منحصر به فرد یک لیزر QC محسوب می شوند و از طرفی ماهیت فوق سریع گذارهای درون نواری باعث باریک و متقارن شدن طیف بهره در این دسته از لیزرها شده است. تجربه نشان می دهد در یک لیزر QC پاسخ مدولاسیون سریعتر از لیزرهای دیودی حاصل می شود و جریان آستانه در این لیزرها حساسیت کمتری به دما دارد [۲].

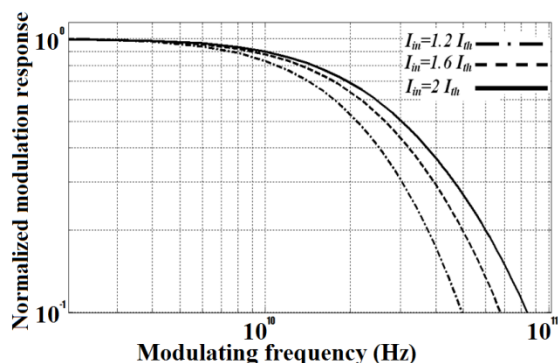
پاسخ سیگنال کوچک و زمان تاخیر مهمترین مشخصه های یک لیزر نیمه هادی محسوب می شوند که متاثر از واهلش های نوری و غیر نوری افزاره می باشند. در این تحقیق ابتدا با استفاده از حل خودسازگار معادلات شرودینگر-پواسن با احتساب اثر مکانی جرم موثر و اثر غیرسهومی بودن ترازها، توابع موج و سطوح انرژی مرتبط با نواحی سه گانه یک طبقه از لیزر آبخاری کوانتومی محاسبه می شوند و بر اساس الگوی معادلات نرخ دو-سطحی، دینامیک حامل و فوتون به منظور تحلیل رفتار پویای افزاره ارائه می شود. با استفاده از حل عددی معادلات نرخ، پاسخ دینامیک لیزر در شرایط بالای آستانه آنالیز میگردد. در بخش دوم این مقاله تئوری مدل معرفی و در بخش سوم پاسخ مدولاسیون آنالیز می شود. در بخش چهارم نتایج حاصل از پاسخ مدولاسیون و تاخیر زمانی لیزر در شرایط متفاوت نشان داده می شود.

## ۲- الگوی تئوری

لیزر آبخاری کوانتومی مورد مطالعه در این مقاله ساختاری است که به عنوان منبع نوری برای تولید طول موج 8.5μm ساخته شده است [۳]. در این ساختار چاههای کوانتومی از جنس Ga<sub>0.47</sub>In<sub>0.53</sub>As و سدها از ماده

۴- نتایج شبیه سازی و بحث

در شکل ۲ پاسخ مدولاسیون لیزر آبخاری به ازای سه جریان بایاس متفاوت نشان داده شده است، ملاحظه می شود به ازای جریان های بایاس، فرکانس قطع از 15 تا 20 GHz متغیر است و این فرکانس بسیار بالاتر از فرکانس گذر دیوهای لیزری می باشد. جریان آستانه لیزر  $I_{th}=1.8A$  محاسبه شده است.



شکل ۲: پاسخ مدولاسیون لیزر آبخاری کوانتومی به ازای جریان های بایاس مختلف ( $I_m = 1.2I_{th}, 1.6I_{th}, 2I_{th}$ )

و این ویژگی زیرنوازی بودن گذارها و ماهیت فوق سریع آنهاست که باعث می شود پاسخ مدولاسیون در لیزرهای آبخاری کوانتومی سریعتر و پایدارتر از لیزرهای دیودی حاصل شود [۶].

در لیزرهای نیمه هادی به همان اندازه که پاسخ مدولاسیون در عملکرد افزاره مهم است، زمان پاسخ دهی لیزر به جریان تزریق شده نیز از اهمیت ویژه ای برخوردار است. در واقع فاصله بین لحظه تزریق جریان و زمان رسیدن تعداد فوتون ها به 10٪ از مقدار نهائی آن به صورت  $t_d \approx t_{th} + \Delta t$  (زمان تاخیر افزاره) تعریف می شود [۷]. در اینجا  $t_{th}$  زمان تاخیر در روشن شدن افزاره نام دارد و مدت زمانی است که وارونگی حاملها به مقدار آستانه آن می رسد، در حالی که  $\Delta t$  فاصله زمانی است که تعداد فوتون ها هنوز خیلی کم بوده و کمتر از 10٪ مقدار نهائی آن است. در شکل ۳ توان نور خروجی لیزر بر حسب زمان به ازای جریان پله ای با زمان خیز یک پیکوثانیه و دامنه های 1.2، 1.6 و 2 برابر جریان آستانه لیزر نشان داده شده است و ملاحظه می شود که وارونگی حاملها و در نتیجه تولید نور به ازای پله جریانهای مختلف به ترتیب پس از زمانهای ( $t_{th}$ ) 165، 100 و 75 پیکوثانیه ای حاصل

مؤثر تابش برانگیخته می باشد.  $\tau_p$  طول عمر فوتونها،  $\tau_{UL}$  زمان پراکندگی الکترون-فونون از تراز بالا به پایین و  $\tau_{LO}$  زمان پراکندگی تشدید فونون در ساختار مربوطه می باشد. در این مقاله زمانهای پراکندگی الکترون-فونون در ترازها محاسبه شده اند. توان نور خروجی از رابطه زیر محاسبه می شود

$$P_p = n_p \frac{\hbar \omega_p V_m}{\tau_p \Gamma_p} \eta_p \quad (4)$$

که در آن  $\hbar \omega_p$  انرژی فوتون،  $V_m$  حجم کاواک و  $\eta_p$  ضریب تزویج توان نور خروجی می باشد.

### ۳- آنالیز پاسخ فرکانسی

پاسخ فرکانسی لیزرها را می توان با اضافه نمودن یک سیگنال کوچک حول نقطه کار مناسب افزاره بدست آورد. با استفاده از معادلات (۱) تا (۳) و با صرفنظر از چگالی الکترونها در تراز پائین لیزر می توان مربع اندازه پاسخ فرکانسی (فوتون بر جریان تزریقی) مربوط به تمامی لیزرهای نیمه هادی را بصورت زیر بیان نمود [۴]

$$|h(\omega')|^2 = \left[ \omega'^4 + \omega'^2 \left( \frac{\tau_p}{\tau_{STI}} + 2 \frac{\tau_p}{\tau_{UL}} + \frac{\tau_p \tau_{sti}}{\tau_{UL}^2} - 2 \right) + 1 \right]^{-1} \quad (5)$$

که در آن  $\omega'^2 = \omega^2 \tau_p \tau_{STI}$  و زمان برانگیختگی بصورت زیر تعریف می شود

$$\frac{1}{\tau_{STI}} = \Gamma_p \frac{c' \sigma_{65}}{V_p} n_{p0} \quad (6)$$

در معادله (۵)،  $\tau_{UL}$  معرف گذار غیر نوری لیزر می باشد که در لیزرهای آبخاری کوانتومی  $\tau_{UL} \approx 2ps$  و در دیوهای لیزری  $\tau_{UL} \approx 1ns$  می باشد. بنابراین در معادله (۵) مربوط به لیزرهای دیودی پاسخ تقریباً مستقل از  $\tau_{UL}$  بوده و در شرایط  $\tau_{STI} > \tau_p$  ضریب  $\omega'$  منفی شده و رزونانس رخ می دهد. این در حالیست که در لیزرهای آبخاری کوانتومی صرفنظر از مقدار  $\tau_{STI}$ ، به محض اینکه  $\tau_p > \tau_{UL}$  انتخاب شود ضریب  $\omega'$  مثبت شده و رزونانس صورت نمی گیرد. در یک لیزر QC، همواره طول عمر فوتونهای داخل کاواک از گذار غیر نوری  $\tau_{UL}$  بزرگتر است و انتظار می رود که در پاسخ گذرا و پاسخ مدولاسون هیچ گونه حالت رزونانسی (فراجش) مشاهده نشود و نتایج حاصل از شبیه سازی این واقعیت را نشان می دهند.

است [۶]، و تک قطبی بودن حامل، زیرنوری بودن گذارها و ماهیت فوق سریع آنها باعث بهبود عملکرد مشخصه فرکانسی لیزرهای آبخاری کوانتومی نسبت به لیزرهای دیودی مرسوم شده است [۴]، [۶].

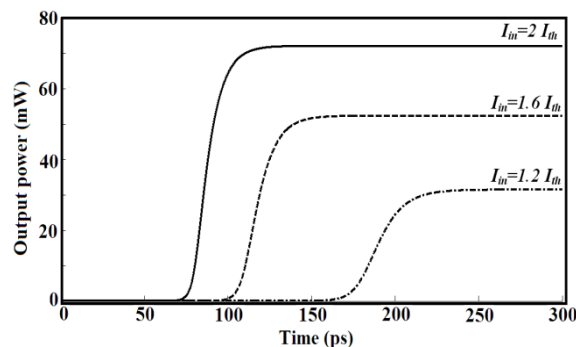
#### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از حل خودسازگار معادلات شرودینگر- پواسن ساختار نوار انرژی یک لیزر آبخاری کوانتومی محاسبه شد. به منظور بررسی رفتار پویای لیزر، معادلات نرخ ترابری حامل و فوتون معرفی شده و پاسخ مدولاسیون لیزر آنالیز گردید. نتایج حاصل از آنالیز نشان می دهند این دسته از لیزرها در مقایسه با لیزرهای دیودی از پاسخ مدولاسیون پایدار و سریعتری برخوردار می باشند. نشان داده شد که با افزایش دامنه جریان تزریقی و در نتیجه بهبود شرایط وارونگی حاملها، زمان آستانه پاسخ دهی لیزر کاهش می یابد و این زمان متأثر از تقابل بین پراکندگی های نوری و غیر نوری در افزاره است.

#### مراجع

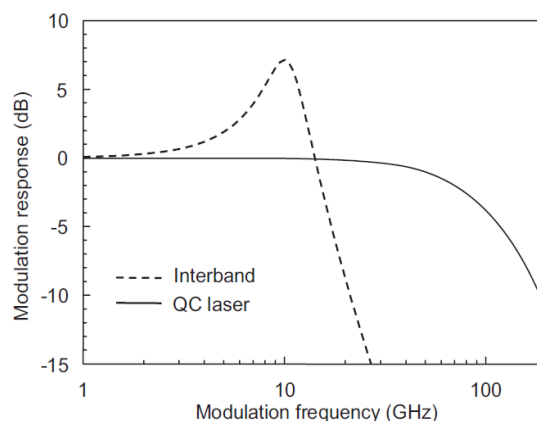
- [1] J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, C. Sirtori, A. L. Hutchinson, and A. Y. Cho, *Quantum Cascade Lasers*, **Science**, vol. 264 (1994) 553-556.
- [2] J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, and A. Y. Cho, *Intersubband Transition in Quantum wells*, Physics and Device, Application II, ch. VIII, New York: Academic, 2000.
- [3] J. Faist, D. Hafstetter, M. Beck, and T. Allen, *Bound-to-continuum and two-phonon resonance, quantum cascade lasers for high duty cycle, high temperature operation*, **IEEE J. Quantum Electron.** 38 (2002) 533-564.
- [4] H. R. Yousefvand, V. Ahmadi, K. Saghafi, *static and dynamic response analysis of Raman injection quantum cascade laser using circuit level modeling*, **J. Light Wave Tec.** 28 (2010) 3142-3148.
- [5] A. Hamadou, J. L. Thobel, S. Lamari, *modeling of temperature effects on the characteristics of mid-infrared quantum cascade laser*, **J. optic com.** 281 (2008) 5385-5388.
- [6] R. Paiella, *Intersubband Transition in Quantum structures*, McGraw-Hill, 2005.
- [7] A. Hamadou, S. Lamari, and J. L. Thobel, *Dynamic modeling of a midinfrared quantum cascade laser*, **J. Appl. Phys.** 105 (2009) 093116-1-093116-6.

می شود و این زمانهای آستانه را می توان به تقابل بین پراکندگی های نوری و غیرنوری لیزر در پاسخ به جهش جریان تزریق شده نسبت داد. در شکل ۳ مشاهده می شود به ازای جریان های تزریقی بالاتر به دلیل بهبود شرایط وارونگی حاملها زمان تاخیر افزاره کاهش می یابد.



شکل ۴: توان نور خروجی به ازای پله جریان های تزریقی با زمان خیز 1ps و دامنه های 1.2، 1.6 و 2 برابر جریان آستانه لیزر.

در پاسخ های مدولاسیون و زمانی نشان داده شده در شکل های ۲ و ۳ هیچ گونه حالت رزونانسی مشاهده نمی شود و این رفتار لیزرهای آبخاری کوانتومی متفاوت از لیزرهای دیودی مرسوم است و این تفاوت را می توان به بزرگ بودن زمان های پراکندگی غیر نوری لیزرهای دیودی (شامل پراکندگی های گسیل خودبخودی و Auger) در مقایسه با فوق سریع بودن زمان پراکندگی غیر نوری (پراکندگی الکترون-فونون) در لیزرهای آبخاری کوانتومی نسبت داد [۴].



شکل ۴: مقایسه رفتار فرکانسی لیزرهای آبخاری کوانتومی و لیزرهای دیودی با گذار بین نواری [۶].

در شکل ۴ محدوده گذر و رفتار فرکانسی لیزرهای آبخاری کوانتومی با لیزرهای دیودی مقایسه شده