بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

تعیین همزمان دو جبهه‌موج بازتابیده از سطوح یک عدسی با تحلیل نقش تداخلی آن‌ها

رقیه یزدانی[۱]، حمیدرضا فلاح[۱،۲] و مرتضی حاجی‌محمودزاده[۱،۲]

[۱]گروه فیزیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

[۲]گروه پژوهشی اپتیک کوانتومی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

چکیده – در این مقاله روشی جدید، سریع و کارا برای بازسازی همزمان دو جبهه‌موج تداخلی نامشخص ارائه می‌شود. طرح تداخلی در سه بعد تحلیل شده و از چندجمله‌ای‌های زرنیک و الگوریتم گرادیان نزولی تصادفی موازی برای بسط و محاسبه جبهه‌موج‌ها استفاده می‌گردد. به عنوان یک نمونه از کاربرد این روش، در یک آزمایش تجربی جبهه‌موج‌های بازتابیده از سطوح یک عدسی کروی بازسازی می‌شوند.

کلید واژه- تداخل‌سنجی، بازسازی جبهه‌موج.

Measurement of two wavefronts reflected from the surfaces of a lens by analyzing their interferograms

Roghayeh Yazdani[۱], Hamid Reza Fallah[۱،۲], and Morteza Hajimahmoodzadeh[۱،۲]

[۱]Department of physics, University of Isfahan, Isfahan, Iran

[۲]Quantum optics research group, University of Isfahan, Isfahan, Iran

Abstract- In this paper we propose a new and efficient method to simultaneously reconstruct two unknown interfering wavefronts. A three-dimensional interference pattern is analyzed and then Zernike polynomials and the stochastic parallel gradient descent algorithm are used to expand and calculate wavefronts. As one of the applications of this method, the reflected wavefronts from two surfaces of a spherical lens are experimentally reconstructed.

Keywords: Interferometry, Wavefront reconstruction.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-31]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

سال‌هاست که مسأله بازسازی یک جبهه‌موج از حداقل تعداد اندازه‌گیری‌های شدت مورد توجه است و تاکنون روش‌های تداخلی و غیرتداخلی متفاوتی برای آن پیشنهاد شده است [۳-۱]. بازسازی جبهه‌موج در زمینه‌های مختلفی مانند تعیین کیفیت سطوح اپتیکی [۱]، اپتیک تطبیقی [۴]، میکروسکوپی [۵] و اندازه‌گیری ضریب شکست غیرخطی مواد [۶] اهمیت ویژه‌ای دارد. همچنین در سال‌های اخیر، مسأله پرکاربردترِ بازسازی هم‌زمان دو جبهه‌موج تداخلی با تحلیل طرح تداخلی سه‌بعدی آن‌ها مورد بررسی قرار گرفته است [۱۰-۷]. در این مقاله نیز روشی جدید برای حل این مسأله پیشنهاد می‌شود و به عنوان یک نمونه از کاربرد آن، نتایج تجربی بازسازی همزمان جبهه‌موج‌های بازتابیده از سطوح یک عدسی کروی ارائه می‌گردند. تعیین جبهه‌موج‌های بازتابیده از سطوح یک عدسی می‌تواند اطلاعات مفیدی را برای تعیین کیفیت سطوح و همچنین تعیین پارامترهای آن در اختیار ما قرار دهد [۱۰].

۲- مبانی نظری

فرض کنید که دو موج با توزیع فازهای φ_1 و φ_2 برهم‌نهی می‌کنند و شرایط تقریب پیرامحوری برقرار است. ابتدا توزیع شدت‌های تداخلی را در دو صفحه عمود بر راستای انتشار کلی دو موج (محور z) واقع در مکان‌های z_1 و z_2 ثبت می‌کنیم. با استفاده از شدت‌های ثبت شده و یک روش تحلیل مناسب برای آن‌ها [۱]، توزیع اختلاف فاز امواج، $\Delta\varphi_{1\exp}=\varphi_{2z_1}-\varphi_{1z_1}$ و $\Delta\varphi_{2\exp}=\varphi_{2z_2}-\varphi_{1z_2}$، را در هر دو صفحه تعیین می‌کنیم. φ_{iz_j} توزیع فاز موج iام در صفحه z_j را نشان می‌دهد. ما می‌توانیم هر توزیع فازی را برحسب چندجمله‌ای‌های زرنیک بسط دهیم [۱۱]. چندجمله‌ای‌های زرنیک روی دایره واحد، پیوسته و متعامدند. از آنجایی که اکثر المان‌های اپتیکی و دهانه سامانه‌های اپتیکی دایروی هستند، چندجمله‌ای‌های زرنیک می‌توانند توصیف ریاضی مناسبی برای جبهه‌موج‌های منتشر شده از چنین سامانه‌هایی باشند. از طرفی نشان داده می‌شود که هر چندجمله‌ای، و در نتیجه هر توزیع فاز، را می‌توان بصورت ترکیب خطی از تعداد متناهی از چندجمله‌ای‌های زرنیک بیان کرد [۱۲]. بنابراین با انتخاب تعداد مشخص از این چندجمله‌ای‌ها، N، می‌توان φ_{1z_1} را بر حسب آن‌ها نوشت:

$$\varphi_{1z_1}(r,\theta)=\sum_{i=1}^{N}a_iZ_i(r,\theta) \qquad (۱)$$

a_i ضریب چندجمله‌ای زرنیک Z_i است. اگر ما بتوانیم ضرایب بسط $\{a_1,a_2,...,a_N\}$ را پیدا کنیم، آنگاه φ_{1z_1} از رابطه (۱) محاسبه شده و در پی آن φ_{2z_1} از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\varphi_{2z_1}=\varphi_{1z_1}+\Delta\varphi_{1\exp} \qquad (۲)$$

برای پیدا کردن ضرایب بسط، می‌توانیم از یک روش تکرار استفاده کنیم. ابتدا یک مقدار اولیه برای این ضرایب، بطور مثال $a_i=0$، در نظر گرفته می‌شود. سپس φ_{1z_1} و φ_{2z_1} به ترتیب از روابط (۱) و (۲) محاسبه می‌شوند. با انتخاب یک روش مناسب برای انتشار جبهه‌موج [۱۲،۱۳]، این جبهه‌موج‌های بدست آمده به صفحه دوم در z_2 انتشار داده شده و توزیع فازهای φ_{1z_2} و φ_{2z_2} در این صفحه تعیین می‌شوند. تفاضل آن‌ها، $\Delta\varphi_{2cal}=\varphi_{2z_2}-\varphi_{1z_2}$، محاسبه شده و با مقداری که از تحلیل شدت‌های ثبت شده بدست آمده بود، $\Delta\varphi_{2\exp}$، مقایسه می‌گردد. برای مقایسه، اختلاف بین $\Delta\varphi_{2\exp}$ و $\Delta\varphi_{2cal}$، $E=\Delta\varphi_{2\exp}-\Delta\varphi_{2cal}$، محاسبه می‌شود و بر اساس آن تابع هزینه C تعریف می‌گردد. تعریف تابع C باید بگونه‌ای باشد که وقتی مقدار تفاضل E صفر می‌شود، این تابع کمینه گردد. به عنوان مثال، C می‌تواند به شکل‌های زیر تعریف شود:

$$C=\overline{E}=\frac{\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{L}E_{ij}}{KL} \qquad (۳)$$

$$C=\sqrt{\overline{M}}\quad,\quad M=(E-\overline{E})^2 \qquad (۴)$$

بنابراین هدف ما پیدا کردن ضرایب زرنیک در بسط φ_{1z_1} است، بطوریکه توزیع اختلاف فازهای $\Delta\varphi_{2\exp}$ و

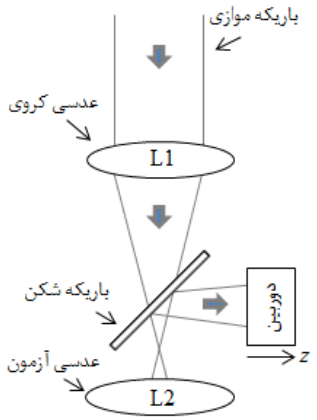
[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-31]

$\Delta\varphi_{2cal}$ یکسان شده و یا به عبارتی تابع هزینه C کمینه شود. بهترین راه برای این کار، استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی است [۱۴] و کاراترین الگوریتم بهینه‌سازی، الگوریتم گرادیان نزولی تصادفی موازی ($SPGD$) است [۱۵]. قابلیت جستجو و سرعت همگرایی بالای این الگوریتم قبلا در سامانه‌های اپتیک تطبیقی بدون حسگر جبهه‌موج برای اصلاح ابیراهی‌ها در کاربردهای مختلف به اثبات رسیده است [۱۶].

روش پیشنهاد شده در این مقاله را با شبیه‌سازی و آزمایش تجربی مورد تأیید قرار دادیم [۹]. اما در کار حاضر، ما تنها به ارائه نتایج تجربی مربوط به تعیین جبهه‌موج‌های بازتابیده از سطوح یک عدسی اکتفا می‌کنیم.

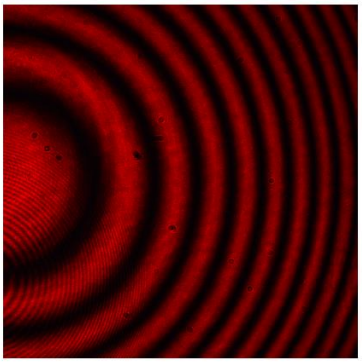
۳- نتایج تجربی

طرحی از چیدمان آزمایش در شکل (۱) نشان داده شده است. باریکه موازی لیزر با طول موج $\lambda = 638nm$ توسط عدسی $L1$ کانونی شده و سپس از عدسی آزمون $L2$ بازتابیده می‌شود. عدسی آزمون یک عدسی شیشه‌ای دوکوژ (Thorlabs LB۱۷۶۱ f = ۲۵mm) است. دو باریکه بازتابیده از دو سطح این عدسی برهم‌نهی کرده و طرح تداخلی حاصل توسط دوربین ثبت می‌شود.

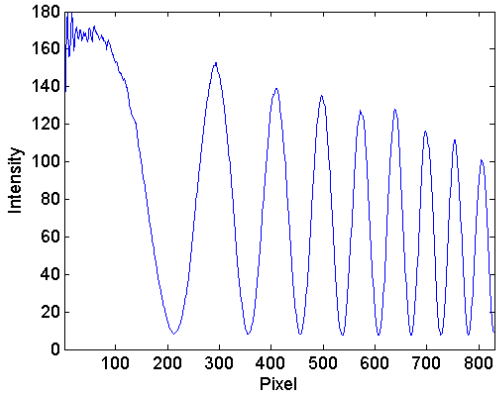


شکل ۱: طرحی از چیدمان آزمایشگاهی

صفحه دوربین عمود بر راستای انتشار کلی دو موج (محور z) قرار دارد. با جابجایی دوربین در این راستا به اندازه $\Delta z = 3mm$ طرح تداخلی دوم نیز ثبت می‌شود. شکل (۲) نمونه‌ای از این طرح تداخلی را نشان می‌دهد که شامل 830×830 پیکسل می‌باشد. با بهره‌گیری از تقارن دایروی فریزها، در امتداد هر فریز میانگین‌گیری کردیم. نتیجه بدست آمده در صفحه مشاهده اول در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل ۲: نمونه‌ای از طرح تداخلی ثبت شده

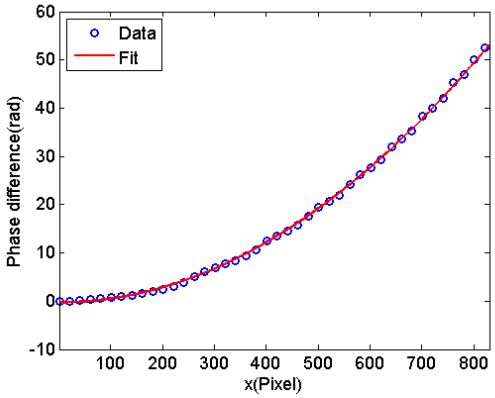


شکل ۳: نمایه شدت در امتداد شعاع

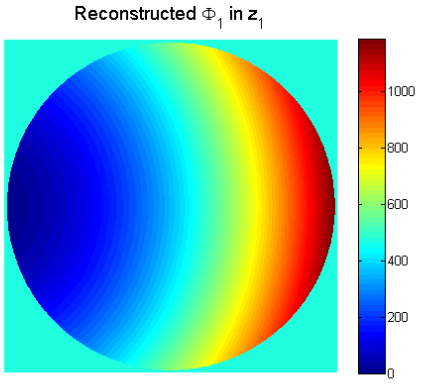
به کمک روش تبدیل فوریه [۱] و نرم‌افزار *Matlab*، اختلاف فاز امواج تداخلی در هر دو صفحه محاسبه شد. شکل (۴) نمایه توزیع این اختلاف فاز در امتداد شعاع در صفحه اول را نشان می‌دهد. در این شکل، دایره‌های آبی و خط توپر به ترتیب نشان دهنده نتیجه تجربی و منحنی درجه دوم برازش شده بر آن هستند. با در نظر گرفتن ۵ مد اول زرنیک به عنوان مجهولات و رابطه (۳) به عنوان تابع هزینه در الگوریتم $SPGD$، جبهه‌موج‌های تداخلی بعد از ۳۰۰ بار تکرار بازسازی شدند. نتایج بدست آمده در شکل‌های (۵) و (۶) نشان داده شده‌اند. همانطور که از چیدمان موجود انتظار داشتیم، این نتایج دو جبهه‌موج کروی با شعاع انحناهای متفاوت را نشان می‌دهند. در این آزمایش حداکثر مقدار تفاوت بین توزیع اختلاف فازهای اندازه‌گیری شده و محاسبه شده در صفحه دوم برابر با

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-31]

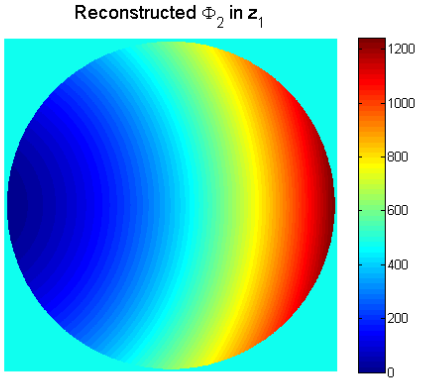
۰/۲ رادیان می‌باشد که معادل با یک خطای نسبی تقریبا ۰/۴ درصد است.



شکل ۴: نمایه توزیع اختلاف فاز دو موج تداخلی در امتداد شعاع. دایره‌های آبی و خط توپر قرمز به ترتیب نتایج تجربی و منحنی درجه دو برازش شده بر آن را نشان می‌دهند.



شکل ۵: جبهه‌موج بازسازی شده موج اول



شکل ۶: جبهه‌موج بازسازی شده موج دوم

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله امکان تعیین دو جبهه‌موج تداخلی نامعلوم با تحلیل طرح تداخلی آن‌ها در حداقل دو صفحه عمود بر راستای انتشار کلی امواج و با بکارگیری چندجمله‌ای‌های زرنیک و یک الگوریتم بهینه‌سازی نشان داده شده است. نتایج بدست آمده تأیید می‌کنند که روش ارائه شده سریع، کارا و کاربردی است.

سپاسگزاری

کارهای تجربی ارائه شده در این مقاله در آزمایشگاه اپتیک گروه مهندسی میکروسیستم دانشگاه فرایبورگ انجام شده است. بدین وسیله از این گروه به خاطر همکاری و در اختیار گذاشتن تجهیزات مورد نیاز آزمایش ما سپاسگزاری می‌شود.

مراجع

[۱] D. Malacara, *Optical Shop Testing* (Wiley, ۱۹۹۸).
[۲] M. R. Teague, **J. Opt. Soc. Am. A** ۷۳ (۱۹۸۳) ۱٤۳٤.
[۳] R. W. Gerchberg and W. O. Saxton, **Optik** ۳٥ (۱۹۷۲) ۲۳۷.
[٤] F. Roddier, *Adaptive Optics in Astronomy* (Cambridge University, ۲۰۰٤).
[٥] S. Bajt, A. Barty, K. A. Nugent, M. Mccartney, M. Wall, and D. Paganin, **Ultramicroscopy** ۸۳ (۲۰۰۰) ٦۷.
[٦] R. Yazdani, M. Hajimahmoodzade, and H. R. Fallah, **Appl. Opt.** ٥۳ (۲۰۱٤) ۸۲۹٥.
[۷] C. Bourassin-Bouchet, M. M. Mang, I. Gianani, and I. A. Walmsley, **Opt. Lett.** ۳۸ (۲۰۱۳) ٥۲۹۹.
[۸] J. Amiri, A. Darudi, S. Khademi, and P. Soltani, **Opt. Lett.** ۳۲ (۲۰۱٤) ۲۸٦٤.
[۹] R. Yazdani, H. R. Fallah, and M. Hajimahmoodzade, **Opt. Lett.** ۳۹ (۲۰۱٤) ۱٥۰٥.
[۱۰] A. Darudi and M. T. Tavassoly, **Opt. Lasers Eng.** ۳٥ (۲۰۰۱) ۷۹.
[۱۱] R. J. Noll, **J. Opt. Soc. Am.** ٦٦ (۱۹۷٦) ۲۰۷.
[۱۲] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics* (Pergamon, ۱۹۸٦).
[۱۳] M. Bass, *Handbook of Optics* (McGraw-Hill, ۱۹۹٥).
[۱٤] R. Yazdani, M. Hajimahmoodzade, and H. R. Fallah, **Appl. Opt.** ٥۳ (۲۰۱٤) ۱۳۲.
[۱٥] M. A. Vorontsov, G. W. Carhart, and J. C. Ricklin, **Opt. Lett.** ۲۲ (۱۹۹۷) ۹۰۷.
[۱٦] T. Weyrauch and M. A. Vorontsov, **J. Opt. Fiber. Commun. Rep.** ۱ (۲۰۰٤) ۳٥٥.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-31]