بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

مدل غیرپیرامحوری برداری برای انتشار میدان گاوسی در محیط جاذب اشباع‌شونده: با رهیافت نانولیتوگرافی

سارا توفیقی، مریم افسری، فرناز فرمان و علیرضا بهرامپور

ایران، تهران، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده فیزیک

چکیده – آثار برداری و غیرپیرامحوری نقش مهمی در رفتار دینامیکی پرتوهای به شدت متمرکز ایفا می‌کنند. در این مقاله انتشار برداری و غیرپیرامحوری یک میدان گاوسی در محیط جاذب اشباع‌شونده و وابستگی آن به قطبش و مشخصات پرتوی فرودی بصورت عددی مورد بررسی قرار می‌گیرد. به ازای شرط‌های بهینه نانولیتوگرافی با جاذب اشباع‌شونده، جفت‌شدگی متقابل بین مؤلفه‌های مختلف میدان و هم‌چنین جفت‌شدگی بین مراتب مختلف مودهای هرمیت-گاوسی رخ می‌دهد که به ایجاد الگوهای فضایی مختلف شدت در حین انتشار در محیط جاذب اشباع‌شونده منجر می‌شود.اثر برداری عامل شکست تقارن است.

کلید واژه- انتشار غیرپیرامحوری و برداری، جاذب اشباع‌شونده، نانولیتوگرافی.

A vectorial nonparaxial model for propagation of Gaussian field in saturable absorber medium: An approach towards nanolithography

Sara Tofighi, Maryam Afsary, Farnaz Farman, Ali Reza Bahrampour

Physics department, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

Abstract- The non-paraxial and vectorial effects have an important role in the dynamics of highly confined beam. In this paper, the vectorial non-paraxial propagation of Gaussian field in the saturable absorber media and its dependence on the polarization and characteristics of incident Gaussian field are investigated numerically. In the optimal regimes for nanolithography, the mutual coupling between components of optical field and mode coupling between different orders of Hermite-Gaussian mode lead to generation of various patterns upon propagation through saturable absorber media. The vectorial effect is responsible for the symmetry breaking.

Keywords: Vectorial nonparaxial propagation, Saturable absorber, nanolithography.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-31]

۱. مقدمه

طبق حد پراش ریلی کمترین ابعاد طرح‌های لیتوگرافی از مرتبه نیم‌طول‌موج می‌تواند باشد. ایجاد ساختارهای نانومتری با استفاده از نور مرئی یکی از اهداف لیتوگرافی امروزه محسوب می‌شود. اخیراً بررسی انتشار نور در محیط‌های جاذب اشباع‌شونده به منظور نانولیتوگرافی مورد توجه قرار گرفته است. توانایی جاذب اشباع‌شونده در کاهش ابعاد لکه در حدود چند ده نانومتر به صورت تئوری (با مدل پیرامحوری) و تجربی تائید شده است [۱و۲]. علی‌رغم اینکه تقریب تغییرات آهسته پوش[1] برای انتشار پرتوهای پیرامحوری درست است اما در توصیف پرتوهای به شدت متمرکز کارآمد نیست. در نظر گرفتن آثار غیرپیرامحوری می‌تواند مسائل مختلفی که در تقریب پیرامحوری قابل توصیف نیست را توضیح دهد. به‌عنوان مثال فاجعه فروریزش پرتو (افزایش بی نهایت شدت پرتو در نقطه کانونی) در محیط خودتمرکزگرا[2] که توسط تقریب پیرامحوری پیش‌بینی می‌شود را می‌توان با توصیف غیرپیرامحوری حل کرد [۳]. به‌علاوه درنظرگرفتن آثار برداری برای توصیف دقیق انتشار پرتو ضروری است. به‌عنوان مثال خاصیت برداری یکی از مکانیزم‌هایی است که پدیده شاخه‌زنی[3] را در محیط‌های خودتمرکزگرا توصیف می‌کند [۴].

در مرجع [۲] نشان داده شده است در صورتی که پرتو گاوسی با شرط اولیه خاص بر ضخامت خاصی از جاذب اشباع‌شونده تابیده شود، علاوه بر کاهش ابعاد لکه زیر حد پراش ریلی، جاذب اشباع‌شونده می‌تواند شدت را در محل کمینه ابعاد لکه افزایش دهد. افزایش شدت پرتو گاوسی در حین انتشار در یک محیط کاملا جاذب، پدیده جالبی است که با مدل منفذ توصیف می‌شود [۵]. وقتی پرتو گاوسی بر یک محیط جاذب اشباع‌شونده تابیده می‌شود، در نواحی پرشدت پرتو، ضریب جذب محیط کمتر از لبه‌های کم‌توان پرتو است. بنابراین تابش پرتو گاوسی به یک محیط جاذب اشباع‌شونده، باعث القای یک منفذ در محیط می‌شود. در اثر انتشار پرتو گاوسی در محیط جاذب اشباع‌شونده و جذب لبه‌های کم‌توان پرتو، ابعاد منفذ القایی کوچک و کوچک‌تر تا جایی که اثر پراش از لبه‌های منفذ القایی غالب می‌شود. در نتیجه در اثر تداخل نور پراکنده‌شده از لبه‌های منفذ القایی با بخش مرکزی پرتو، شدت در طول انتشار پرتو در جاذب اشباع‌شونده بیشینه و کمینه می‌شود.

برای پرتوهای به شدت متمرکز، تقریب پیرامحوری-اسکالر ناکارآمد است و توصیف دقیق‌تری لازم است. در این مقاله معادله انتشار غیرپیرامحوری- برداری در محیط جاذب اشباع‌شونده به صورت عددی مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

۲. مدل غیرپیرامحوری - برداری

طبق اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، محدود کردن میدان الکترومغناطیسی در یک راستای مشخص به گسترش مؤلفه بردار موج متناظر آن راستا منجر می‌شود. از آنجایی که هدف ما لیتوگرافی با تفکیک‌پذیری بالا به روش محدود کردن نور در محیط جاذب اشباع‌شونده است، تقریب پیرامحوری معادله هلمهولتز برای بررسی نحوه انتشار نور مناسب نیست. به علاوه برای توصیف واقعی از انتشار نور فراتر از تقریب پیرامحوری، باید خاصیت برداری نور را هم درنظرگرفت. قطبش غیرخطی جذب اشباع به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\mathbf{P}(\mathbf{r},t)=\frac{-i\varepsilon_0 {n_0}^2}{k_0}\frac{\alpha_0}{1+I(\mathbf{r},t)/I_s}\mathbf{E}(\mathbf{r},t) \qquad (۱)$$

که α_0 و I_s به ترتیب ضریب جذب خطی و شدت اشباع می‌باشند. شدت و میدان الکتریکی طبق رابطه $I(\mathbf{r},t)=n_0\varepsilon_0 c|\mathbf{E}(\mathbf{r},t)|^2/2$ با هم در ارتباطند. پس از یک سری محاسبات جبری ساده، مؤلفه مثبت فرکانسی قطبش غیرخطی جذب اشباع $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ را می‌توان به صورت زیر بر حسب مؤلفه مثبت فرکانسی میدان الکتریکی $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ نوشت.

$$\mathrm{P}(\mathbf{r})=\mathrm{A}(\mathbf{r})\mathrm{E}(\mathbf{r})+\mathrm{B}(\mathbf{r})\mathrm{E}(\mathbf{r}).\mathrm{E}(\mathbf{r})\mathrm{E}^*(\mathbf{r})$$

$$\mathrm{A}(\mathbf{r})=\frac{-i\varepsilon_0 {n_0}^2}{k_0}\alpha_0\left(1+\frac{n_0\varepsilon_0 c}{4I_s}\mathrm{E}(\mathbf{r}).\mathrm{E}^*(\mathbf{r})\right)^{-1}$$

$$\mathrm{B}(\mathbf{r})=\frac{i{\varepsilon_0}^2 {n_0}^3 c}{8k_0 I_s}\alpha_0\left(1+\frac{n_0\varepsilon_0 c}{4I_s}\mathrm{E}(\mathbf{r}).\mathrm{E}^*(\mathbf{r})\right)^{-2} \qquad (۲)$$

[1] Slowly varing envelope approximation
[2] Self-focusing
[3] Filamentation

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-31]

معادله موج غیرپیرامحوری با گرفتن تبدیل فوریه از معادلات ماکسول بدست می‌آید. با تبدیل معادلات ماکسول به حوزه فرکانس فضایی k و در نظرگرفتن میدان پیش‌رونده، معادله غیرپیرامحوری برای مؤلفه عرضی و طولی میدان الکتریکی به ترتیب به صورت زیر در می‌آیند: [۶].

$$\frac{\partial \mathbf{E}_{0t}(\mathbf{r})}{\partial z} = \frac{-i}{2k_0}\nabla_t^{\,2}\mathbf{E}_{0t}(\mathbf{r}) + \frac{i}{8k_0^{\,3}}\nabla_t^{\,4}\mathbf{E}_{0t}(\mathbf{r}) - \frac{ik_0}{2\varepsilon_0 n_0^{\,2}}\mathbf{P}_{0t}^{(0)}(\mathbf{r}) - \frac{ik_0}{2\varepsilon_0 n_0^{\,2}}[\mathbf{P}_{0t}^{(2)}(\mathbf{r}) - \frac{1}{2k_0^{\,2}}\nabla_t^{\,2}\mathbf{P}_{0t}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{1}{k_0^{\,2}}\nabla_t\left(\nabla_t.\mathbf{P}_{0t}^{(0)}(\mathbf{r})\right) - \frac{i}{k_0}\nabla_t\mathbf{P}_{0z}^{(1)}(\mathbf{r})] \qquad (۳)$$

$$\mathbf{E}_{0z}(\mathbf{r}) \cong -i\nabla_t.\mathbf{E}_{0t}(\mathbf{r})/k_0 \qquad (۴)$$

که در آن $\mathbf{E}_{0t}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_t(\mathbf{r})\exp(ik_0 z)$ مؤلفه عرضی میدان الکتریکی، $\mathbf{P}_{0t}(\mathbf{r}) = \mathbf{P}_t(\mathbf{r})\exp(ik_0 z)$ مؤلفه عرضی قطبش غیرخطی، $k_0 = n_0\omega/c$ و n_0 ضریب شکست خطی محیط است. $\mathbf{P}_{0t}^{(i)}(\mathbf{r})$، i-امین مرتبه از بسط اختلالی $\mathbf{P}_{0t}(\mathbf{r})$ بر حسب k_t / k_0 است.

برخلاف معادله شرودینگر غیرخطی که تقارن استوانه‌ای پرتو ورودی را در طول انتشار حفظ می‌کند، عدم تقارن مشتق x و y در جمله گرادیان-دیورژانس معادله (۳) و مولفه طولی میدان الکتریکی، منجر به شکست تقارن توزیع فضایی شدت و ایجاد مودهای مراتب بالای هرمیت-گاوسی در حین انتشار پرتو در محیط جاذب اشباع شونده می‌شود.

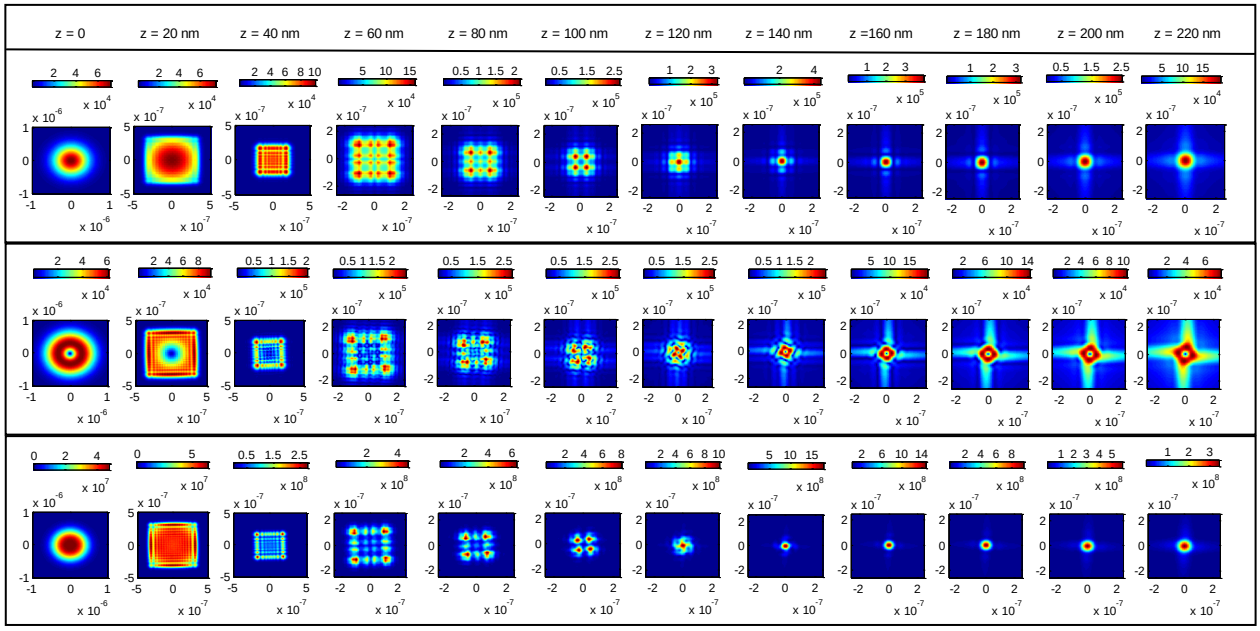
معادله غیرخطی با مشتقات جزئی (۳) را به صورت عددی با روش گام‌های مجزا فوریه[۴] می‌توان حل کرد [۷]. در این روش جاذب اشباع‌شونده در راستای انتشار به بخش های کوچکی با طول h تقسیم‌بندی می‌شود. معادله (۳) نیز به دو بخش غیرخطی و پاشنده تفکیک می‌شود. در هر بخش کوچک جواب تقریبی معادله انتشار با حل معادله غیرخطی و معادله پاشنده بطور مستقل بدست می‌آید. جواب بدست آمده برای هر قسمت به عنوان شرط اولیه برای گام بعدی درنظرگرفته می‌شود و این فرایند برای سایر گام‌ها بطور مشابه تکرار می‌شود. نتایج حل عددی معادله غیرپیرامحوری برداری (۳) به روش گام های مجزا در بخش بعد آورده شده است.

۳. نتایج محاسبات عددی و تفسیر آنها

رفتار انتشاری پرتو در محیط جاذب اشباع شونده، شدیداً به شرایط اولیه پرتو گاوسی از جمله شدت $I(0)$، شعاع پرتو r_0 و انحنای جبهه موج $\beta(0)$ بستگی دارد[۲]. در شرط‌های بهینه نانولیتوگرافی، پرتو لیزری با شدت کم بکارگرفته می شود ولی شدت و شعاع پرتو در طول انتشار به ترتیب افزایش و کاهش می‌یابند. شدت در نزدیکی محل کمینه لکه، بیشترین مقدارش را می‌پذیرد؛ یعنی دقیقاً همان جایی که شدت زیاد برای اثرگذاری روی ماده حساس به نور فیلم لیتوگرافی لازم است. برای شبیه-سازی، لیزر نیمه‌هادی GaN با طول موج ($\lambda = 405nm$) به عنوان چشمه نور و سیلیکون با پارامترهای ($\alpha_0 = 5.38\times10^6 m^{-1}$ and $n_s = 3.5$, $I_s \cong 4.35\times10^8 Wm^{-2}$) به عنوان جاذب اشباع‌شونده انتخاب می شود. شکل (۱) تحول فضایی پرتو گاوسی قطبیده دایروی چپگرد را در طول انتشار نشان می‌دهد. شعاع و انحنای اولیه پرتو به صورت $\beta(0) = -4.5271\times10^6 m^{-1}$ $r_0 = 4.4601\times10^{-7} m$ انتخاب شده‌اند. بیشینه شدت ورودی تقریباً $0.1I_s$ است. با انتخاب این شرایط اولیه، شرط بهینه نانولیتوگرافی با جاذب اشباع‌شونده ارضا می‌شود [۲]. شبیه‌سازی با گام‌هایی به طول h = 1 nm انجام شده است. تحول فضایی هر دو مؤلفه‌ی عرضی میدان در سطر اول شکل نشان داده شده است. سطر دوم و سوم به ترتیب مربوط به تحول مولفه طولی میدان الکتریکی و شدت می‌باشند. مقدار زیاد انحنای اولیه باعث می‌شود مؤلفه طولی میدان الکتریکی با مؤلفه عرضی هم مرتبه باشد. بنابراین مؤلفه طولی قابل صرف نظر کردن نیست و خاصیت برداری میدان حتماً باید درنظرگرفته شود.

[4] Split-step Fourier method

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-31]



شکل۱- تحول فضایی (سطر اول) مولفه های عرضی (سطر دوم) مولفه طولی (سطر سوم) شدت، میدان گاوسی قطبیده دایروی چپگرد در طول انتشار در جاذب اشباع شونده.

در واقع به ازای شرط بهینه نانولیتوگرافی با جاذب اشباع شونده علاوه بر جفت‌شدگی بین مؤلفه‌های مختلف میدان الکتریکی، در هر مؤلفه میدان، جفت‌شدگی بین مراتب مختلف مودهای هرمیت-گاوسی وجود دارد. نتایج عددی که برای انتشار غیرپیرامحوری بدست آمده‌اند، نتایج کلی تقریب پیرامحوری که در [۲] ذکر شده، را تائید می‌کند. هرچند که بیشینه شدت در ورودی جاذب اشباع شونده کم است، اما شدت در طول انتشار افزایش می‌یابد و در محل کمینه ابعاد لکه، بیشینه می‌شود. بنابراین شروط بهینه نانولیتوگرافی با جاذب اشباع شونده که در [۲] ذکر شدند، در حوزه غیرپیرامحوری هم کارآمد هستند ولی دو روش در جزئیاتی مانند کمینه ابعاد لکه، بیشینه شدت و ضخامت بهینه جاذب اشباع‌شونده باهم تفاوت دارند. همان طور که در شکل نشان داده شده است، ابعاد لکه در $z \cong 140\,nm$ کمینه می‌شود. کمینه شعاع و بیشینه شدت به ترتیب برابر است با $r_{\min} \cong 27.69\,nm$ و $I_{\max} \cong 2.42\,I_s$.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله انتشار غیرپیرامحوری و برداری میدان گاوسی در محیط جاذب اشباع‌شونده به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج عددی نشان می‌دهند که به ازای شرط بهینه نانولیتوگرافی، علاوه بر جفت‌شدگی بین مؤلفه‌های مختلف میدان، جفت‌شدگی بین مراتب مختلف هرمیت-گاوسی نیز وجود دارد. علاوه بر این تقارن پرتو گاوسی اولیه به دلیل عدم تقارن مشتقات عرضی میدان در معادله غیرپیرامحوری در حین انتشار شکسته می‌شود. به دلیل انحنای منفی پرتو اولیه، پرتو تمایل به همگرایی دارد. در این حین جاذب اشباع‌شونده بخش‌های کم توان پرتو را هم جذب می‌کند. این دو عامل باعث می‌شود پرتو پس از طی مسافتی در جاذب اشباع‌شونده، شکل گاوسی اولیه‌اش را دوباره بدست بیاورد.

مراجع

[1] Ma X. and Wei J., *Nanoscale lithography with visible light: optical nonlinear saturable absorption effect induced nanobump pattern structures*, **Nanoscale** 3 (2011) 14891492.

[2] Tofighi S. and Bahrampour A. R., *Theoretical model for visible light saturable absorber nanolithography*, **J. Opt.** 14 (2012) 125004.

[3] Feit M. D. and Fleck Jr. J. A .*Beam nonparaxiality, filament formation and beam breakup in the selffocusing of optical beams*, **J. Opt. Soc. Am. B** 5, No. 3, (1988) 633-640.

[4] Fibich G. and Ilan B., *Vectorial and random effects in self-focusing and in multiple filamentation*, **physica D** 157 (2001) 112-146.

[5] Tai K. et.al, *Observation of continuous-wave onresonance "self-focusing"*,**OPTICS LETTERS** 9 No. 6, (1984) 243-245.

[6] de la Fuente R., Varela O., Michinel H., *Fourier analysis of non-paraxial self-focusing*, **Optics Communications** 173 (2000) 403411.

[7] Agrawal G. P., *Nonlinear fiber optics*, p. 41, *Academic Press, USA, 2007*.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-10-31]