بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

تولید پرتو حلقوی و موج بسلی توسط تیغه منطقه ای فرنل اصلاح فاز شده

آرش ثباتیان، بهار مشگین قلم

ارومیه، دانشگاه ارومیه، دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده – در این مقاله به بررسی خواص کانونی *FZP* با شیفت فازی شعاعی پرداخته شده‌است که موج تخت ورودی را به پرتو حلقوی در کانون تبدیل می نماید. بهره بالا و قابل کنترل بودن از مزایای این روش است. با محاسبات مستقیم نشان داده شده که *FZP* با شیفت فازی شعاعی منجر به کانون حلقوی می شود. تمامی نتایج ابتدا توسط شبیه سازی بدست آمده و سپس با آزمایشات تجربی تایید شده اند و در نهایت به وضوح دیده می شود که در فاصله خاصی از کانون، پرتو حلقوی به پرتو بسلی تبدیل می شود و خط کانونی را ایجاد میکند.

کلید واژه- پراش فرنل، پرتو بسلی، تیغه منطقه ای فرنل، عدسی های پراشی

Generation of circular vortex and Bessel beam by a corrected-phase Fresnel zone plate

Arash Sabatyan, Bahar Meshginqalam

The Physics Department, Faculty of Sciences, Urmia University, Kilometer 11 Urmia-Serow Road, Urmia, Iran

Abstract- In this paper, focusing properties of a radially shifted zone plate was examined. This FZP can turn an incident plane wave into an annular beam at its focal plane. High efficiency and flexibility are the advantages of this method. By performing direct calculations, it is shown that a radially shifted zone plate produces annulus focus. All results are completely verified by experiments. Finally, it is clearly revealed that at a certain distance from the focal plane, an annular beam is transformed into a Bessel beam, and a focal line is formed.

Keywords: Fresnel diffraction, Bessel beam, Fresnel zone plate, Diffractive lenses

[Downloaded from opsi.ir on 2025-10-31]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

مقدمه

معمولا پرتو حلقوی با توزیع گاوسی در جهت شعاعی تولید می شود و می‌تواند از تفاضل دو پرتو گاوسی با بیشینه شدت یکسان و پهناهای متفاوت بدست آید.[1] FZP (تیغه منطقه ای فرنل) دارای فاز مربعی مانند لنز همگراست و موج تخت ورودی را به موج کروی تبدیل کرده و کانون نقطه ای ارائه می‌دهد. قطعه مورد بررسی FZP با شیفت فازی شعاعی است(RPS-FZP) و می‌توان آن را به صورت ترکیبی از عدسی همگرا و اگزیکن دانست که موج تخت ورودی را به پرتو حلقوی در کانون تبدیل میکند. [2,3] Hidaka قبلا ساختاری از FZP را برای تولید پرتو حلقوی معرفی کرده است‌که در آن با به کارگیری یک لنز مناسب یک پرتو غیر پراشی تولید شده است.[4] مزیت مدل ما در سادگی ایجاد شیفت فازی و تولید و کنترل دقیق کانون حلقه ای دلخواه و اما مهمتر در تولید پرتو بسلی در فاصله مشخصی از کانون بدون نیاز به عدسی است.

تئوری و شبیه سازی

FZP دارای توزیع‌فازی درجه دو است.

$$\varphi(r)=\frac{-2\pi}{\lambda}\frac{r^2}{2f} \qquad (1)$$

r فاصله شعاعی از مرکزFZP ، λ طول موج و fکانون است. با شیفت فازی قطعه خواهیم داشت:

$$\varphi(r)=\frac{-2\pi}{\lambda}\frac{(r-\alpha R)^2}{2f}\ 0\prec\alpha\prec 1 \qquad (۲)$$

R شعاع FZP و α پارامتر کنترلی است. فاز قطعات باید مضرب صحیحی از π باشد تا اختلاف راه نوری پرتوهای پراشی از مناطق مجاور تا کانون، مضرب صحیحی از λ شود.

$$\text{For FZP}\ \frac{2\pi}{\lambda}\frac{r^2}{2f}=n\pi$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}\frac{(r-\alpha R)^2}{2f}=m\pi \qquad \text{For RPS_FZP} \quad (۳)$$

از رابطه بالا تعداد کل مناطق برای FZP برابر است با: $N=\frac{R^2}{\lambda f}$، در حالی که برای RPS_FZP، دو ناحیه ایجاد می شود: $r_m-\alpha R=\pm\sqrt{m\lambda f}$،برای‌حالتی که $r_m\prec\alpha R$ باشد، پهنای حلقه‌ها رفته رفته افزایش یافته و این ناحیه مانند عدسی واگرا عمل می‌کند. در ناحیه دوم $r_m\succ\alpha R$ و مانند FZPعادی رفتار میکند. از جایی که کمترین سایز مشخصه FZP مورد نظر خیلی بزرگتر از طول موج نور است، تئوری پراش اسکالر به فرم قطبی برای مطالعه خواص پراشی RPS_FZP استفاده میشود.[5] با صرفنظر از برخی ثابتها، دامنه موج پراشی در فاصله z از FZP به صورت‌زیربدست‌می‌آید:

$$U(r)=\frac{-i\exp(ikz)}{\lambda z}\exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right)\times\int_0^a t(r')\exp\left(\frac{ikr'^2}{2z}\right)J_0\left(\frac{krr'}{z}\right)r'dr' \qquad (۴)$$

$k=\frac{2\pi}{\lambda}$، a شعاع FZP، r,r' مختصات شعاعی در صفحه جسم و تصویرند و $t(r')$ دامنه عبور FZP است. در حالت کلی داریم:

$$t(r')=\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n\exp\left[-i2\pi n\frac{(r'-\alpha R)^2}{r_1^2}\right] \qquad (۵)$$

$r_1^2=2\lambda f$ و A_n ضریب بسط است. با جاگذاری (۵) در (۴) و ساده سازی، رابطه زیر در کانون $z=f$ بدست می آید.

$$U(r)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_0^a\exp\left(\frac{ink\alpha Rr'}{f}\right)J_0\left(\frac{krr'}{f}\right)r'dr' \qquad (۶)$$

بابه‌کارگیری‌خواص‌تابع‌بسل:

$$\exp(ix)=\sum_{m=0}^{\infty}i^mJ_m(x) \qquad (۷)$$

(J_m) تابع بسل مرتبه m است و جاگذاری (۷) در (۶) و درنظرگرفتن‌خاصیت‌تعامد توابع بسل [6]، خواهیم داشت:

$$U(r)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\int_0^a i^mJ_m\left(\frac{nk\alpha Rr'}{f}\right)J_0\left(\frac{krr'}{f}\right)r'dr' \propto\delta(r-\alpha R) \qquad (۸)$$

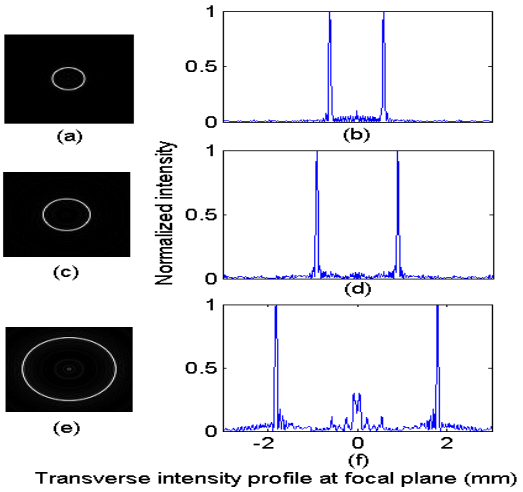
پس توزیع شدت در کانون به صورت حلقوی است. می‌توان رابطه (۴) را با استفاده از روش تبدیل فوریه به صورت زیر نوشت:

$$I(r)=\left|F^{-1}\{F[t(r)]\}\{F[h(r)]\}\right|^2 \qquad (۹)$$

F تبدیل فوریه و $h(r)=\exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right)$ پاسخ ضربه فضای آزاد است. نتایج اولیه شبیه سازی نشان می دهد که RPS_FZP در کانون پرتو حلقوی تشکیل می دهد و شعاع آن رفته رفته کاهش می‌یابد تا پرتو بسلی را در فاصله مشخصی از پرتو حلقوی ایجاد کند. برای بررسی خواص کانونی قطعه، تعدادی نمونه با شعاع یکسان

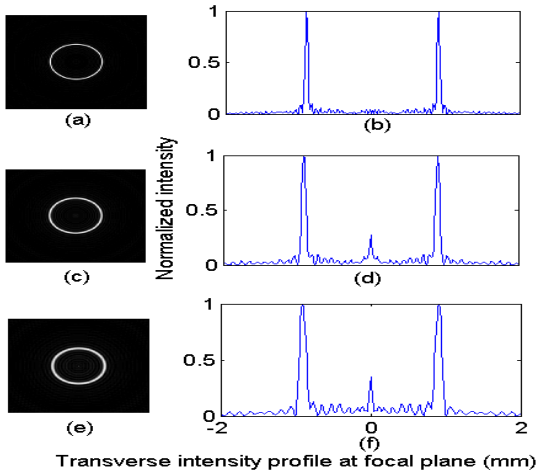
[Downloaded from opsi.ir on 2025-10-31]

R=6mm و f=500mm و مقادیر مختلف $\alpha = 0.1,0.15,0.3$ در نظر گرفته شد و توزیع شدت در کانون توسط رابطه (۹) شبیه سازی شد. شکل ۱، توزیع شدت را برای مقادیر مختلف α در کانون نشان میدهد. با افزایش α، شعاع حلقه افزایش می‌یابد در حالی که پهنای آن تغییر نمی کند و شعاع حلقه ۰,۶، ۰,۹ و ۱,۸ بدست آمد که توسط رابطه (۸) به صورت αR پیشنهاد میشود. پس شعاع حلقه به طور دقیق توسط α کنترل می شود. در مرحله بعد شعاع R=6mm و $\alpha = 0.15$ ثابت نگه داشته شده و تاثیر کانونهای مختلف $f = 500,750,1000mm$ بررسی شد. در شکل ۲ دیده می‌شود که تغییر کانون RPS_FZP هیچ تاثیری روی شعاع حلقه کانونی ندارد و از طرف دیگر پهنای حلقه با افزایش کانون، افزایش می‌یابد که با توجه به معیار ریلی قابل قبول است زیرا کانون بزرگتر، تابع پخشیدگی نقطه گسترده تری دارد.

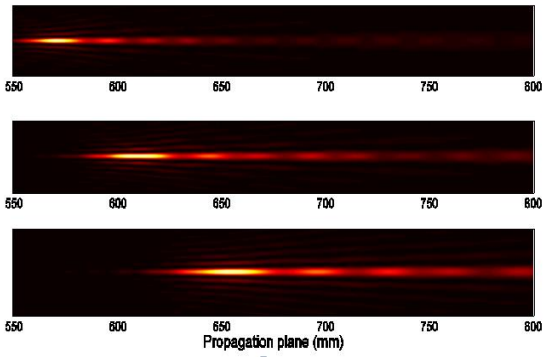


شکل۱: توزیع شدت عرضی (سمت چپ) و پروفایل شدت (سمت‌راست)نمونه‌هایی‌باR=6mmو $\alpha = 0.1,0.15,0.3$ از بالا به پایین. شعاع حلقه تولیدی نمونه ها به ترتیب 0.6mm و 0.9 و 1.8 است.

شکل ۳ سطح مقطع انتشار موج بسلی هنگام انتشار در امتداد محور نوری را برای سه نمونه با مقادیر $\alpha = 0.1,0.15,0,2$ و R=6mm و f=500mm از بالا به پایین، نشان می دهد. پرتو بسلی تولید شده در فاصله معلوم از کانون، وابسته به α است.



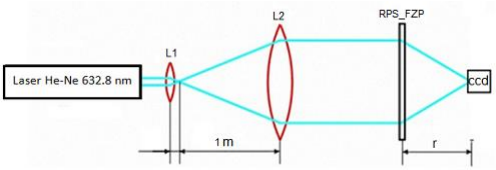
شکل۲: توزیع شدت عرضی (سمت چپ) و پروفایل شدت (سمت راست) نمونه‌هایی با R=6mm و $\alpha = 0.15$ و کانونهای f=500, f=750, f= 1000mm (به ترتیب از بالا به پایین)



شکل ۳: سطح مقطع انتشار موج بسلی هنگام انتشار در امتداد محور نوری را برای سه نمونه با مقادیر $\alpha = 0.1,0.15,0,2$ و R=6mm و f=500mm از بالا به پایین

بررسی تجربی

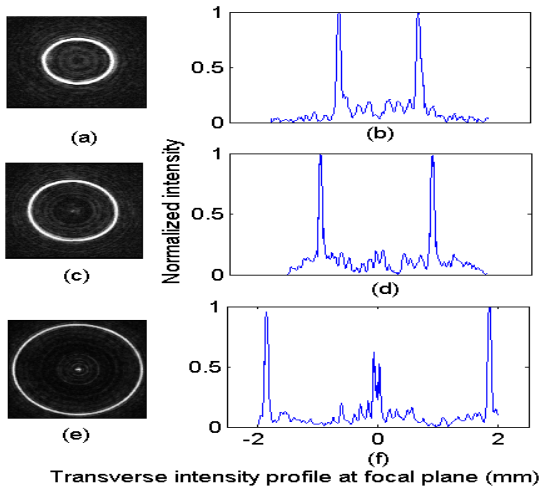
برای آزمایش نتایج شبیه سازی؛ نمونه های مورد نظر بر روی فیلم های شفاف چاپ شدند. رزولوشن چاپ 2400 dpi بود، که در طراحی نمونه ها باید در نظر گرفته می شد. نمونه های پراشی تحت تابش لیزر هلیوم-نئون قرار گرفتند و شدت نور پراشی در کانون و بعد از آن، توسط CCD ثبت شد. شکل ۴ چیدمان آزمایش را نشان می دهد.



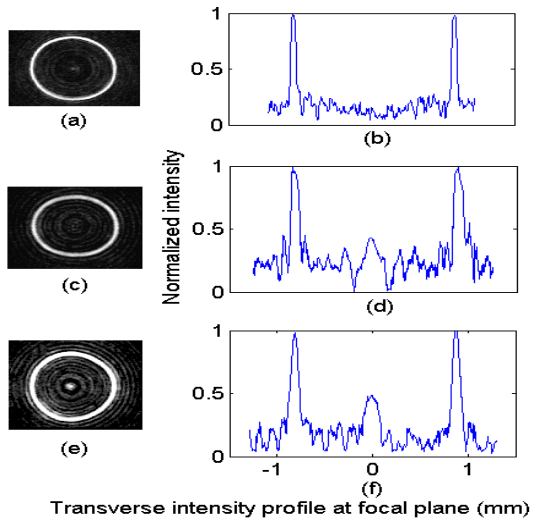
شکل ۴:چیدمان آزمایش

[Downloaded from opsi.ir on 2025-10-31]

نتایج بدست آمده در شکل های ۱و ۲ به طور تجربی در شکل های ۵ و ۶ به صورت کامل تایید می شود.

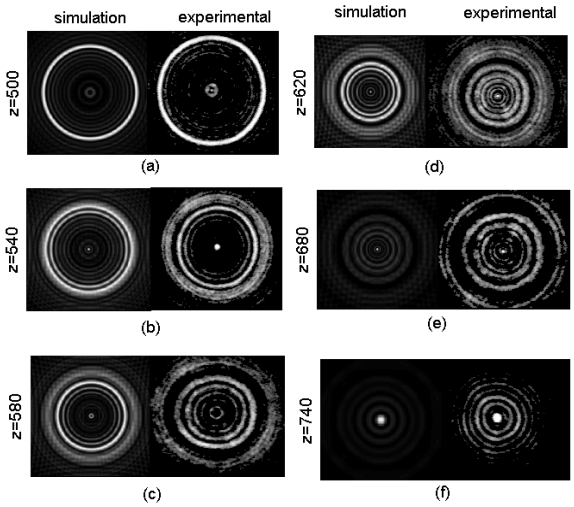


شکل۵: توزیع شدت عرضی تجربی (سمت چپ) و پروفایل شدت تجربی (سمت‌راست) نمونه ها با R=6mm و $\alpha = 0.1, 0.15, 0.3$. شعاع حلقه تولیدی نمونه ها به ترتیب به صورت 0.6mm و 0.9 و 1.8 محاسبه شده است.



شکل۶: توزیع شدت عرضی تجربی(سمت چپ) و پروفایل شدت تجربی (سمت راست) نمونه ها با R=6mm و $\alpha = 0.15$ و کانونهای f=500, 750, 1000mm (به ترتیب از بالا به پایین)

شکل ۷ به صورت کیفی نشان می دهد که شعاع پرتو حلقوی رفته رفته کاهش می یابد تا در فاصله خاصی از کانون تبدیل به پرتو بسلی می شود. نتایج تجربی و شبیه سازی برای نمونه ای با f=500mm و $\alpha = 0.3$ به منظور مقایسه یکجا آورده شده اند. در فاصله ای در حدود نصف فاصله کانونی دورتر از کانون، پرتو بسلی شکل می گیرد و این به خاطر ترکیب پرتوهای همگرا و واگرا توسط RPS_FZP است.



شکل ۷:روند تغییرات شدت پرتو حلقه‌ای در امتدادمحور نوری (z) به صورت شبیه سازی و تجربی. نمونه ای با f=500mm و $\alpha = 0.3$ در نظر گرفته شده است.

نتیجه‌گیری

ما آشکارا نشان دادیم که می توان توسط FZP با شیفت فازی شعاعی، پرتو حلقوی با شعاع دلخواه تولید کرد. به علاوه با انتشار پرتو حلقه‌ای در امتداد محور اپتیکی، شعاع آن رفته رفته کاهش می یابد و پرتو بسلی در فاصله خاصی از کانون تولید می شود. تاثیر پارامتر کنترلی α(که میزان شیفت را مشخص می کند) و کانون در رفتار پرتو حلقه‌ای و بسلی تشکیل شده مطالعه شد. تمامی نتایج توسط آزمایش تایید شدند.

مراجع

[1] L. M. Soroko, “Axicons and meso-optical imaging devices,” in Progress in Optics, E. Wolf, ed. (Elsevier, 1989), Vol. 27,

[2] M. Duocastella and C. B. Arnold, “Bessel and annular beams for materials processing,” Laser Photon. Rev. 6, 607–621

[3] Hoseini. S. A, Sabatyan. A, "Converting plane wave into the focusing ring by radial phase shifted FZP " Iranian Conference on Optics & Laser Engineering, 9- 10 Oct 2013, Esfahan – IRAN

[4] T. Hidaka, “Generation of a diffraction-free laser beam using a specific Fresnel zone plate,” Jpn. J. Appl. Phys. 30, 1738–1739 (1991)

[5] J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, 3rd ed. (Roberts & Company, 2005)

[6] H. G.Weber and G. B. Arfken, Essential Mathematical Methods for Physicists, 6th ed. (Academic, 2003)

[Downloaded from opsi.ir on 2025-10-31]