بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

مطالعه و بررسی چرخش کِر مگنتواپتیکی فیلم نازک نیکل با مغناطش عمود بر صفحه با استفاده از روش FDTD بر پایه تبدیل $\mathcal{Z}$

مینا طباخیان نائینی، وحید فلاحی

دانشکده مهندسی انرژی و فیزیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، صندوق پستی: ۱۵۹۱۶۳۴۳۱۱، تهران، ایران.

چکیده - الگوریتم تفاضل محدود در حوزه زمان (*FDTD*) برای توافق با موادی با پذیرفتاری و رسانندگی تانسوری که دارای جملات غیرقطری مخالف صفر هستند، بسط و گسترش داده شده است. در این مقاله، الگوریتم *FDTD* برای یک محیط پلاسمای مغناطیسی که هر دو خاصیت ناهمسانگردی و پاشندگی را توأمان دارد، بدست آمده است. یک تیغه نازک از جنس نیکل که در راستای عمود بر صفحه خود مغناطیده شده، تحت تابش امواج تراهرتز قرار داده می‌شود. حل گذرا مسأله توسط یک موج فرودی با قطبش در راستای محور x باعث تولید مؤلفه y از میدان الکتریکی می‌شود. نتایج محاسبات، زاویه چرخش کِر تا میزان ۰/۱۵ درجه برای لایهٔ نازکی از نیکل به ضخامت ۱۰۰ نانومتر را نشان می‌دهد.

کلید واژه- الگوریتم تفاضل محدود در حوزه زمان، پلاسمای مغناطیده شده، چرخش کِر، مواد ناهمسانگرد.

$\mathcal{Z}$ -Transform-Based FDTD Analysis on Magneto-Optical Kerr Rotation of Perpendicularly Magnetized Ni Thin Films

Mina Tabbakhian-Neaini, Vahid Fallahi

Department of Physics and Energy Engineering, Amirkabir University of Technology, 1591634311 Tehran, Iran.

Abstract- The finite-difference time-domain (FDTD) algorithm has been extended to accommodate nonzero off-diagonal elements in the permittivity and conductivity tensors. In this paper, FDTD algorithm has been derived for magnetized plasma which resembles both anisotropic and dispersive medium. A thin slab of perpendicularly magnetized nickel has been illuminated by the terahertz light wave. The transient solution of problem has been done by an x-polarized incident wave, which results in production of y-component of electric field. Simulation results show the Kerr rotation angles of over 0.15^{o} for 100 nm thicknesses of Nickel slab.

Keywords: Finite-difference time-domain, Magnetized plasma, Kerr rotation, Anisotropic material.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-29]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

فلزات واسطهٔ مغناطیسی از قبیل نیکل، کبالت، آهن، و غیره به دلیل دارا بودن اثراتی همچون اثر مگنتواپتیکی کِر (MOKE) و فارادی توجه بسیاری از دانشمندان را در عرصه پلاسمونیک و نانوفوتونیک به خود جلب نموده است [۲،۱]. با این حال، پژوهش‌های صورت گرفته عمدتاً تجربی بوده و فعالیت‌های نظری کمتری در این زمینه انجام شده است. یکی از روش‌های نظری بکار برده شده روش ماتریس پراکندگی [۳،۴] است که در حوزه فرکانس با داشتن تانسور دی‌الکتریک بدست آمده توسط روشهای تجربی جانسون و کریستی (JC) به شبیه‌سازی اثرات مذکور می‌پردازد. در شق دیگر، روش تفاضل متناهی در حوزه زمان (FDTD) برای حل گذرا مسأله در محدوده فرکانسی میکروویو و بررسی اثرات مگنتواپتیکی در محیط‌های پلاسمایی که در میدان مغناطیسی خارجی واقع شده‌اند، نیز مورد استفاده قرار گرفته است [۷–۵]. ناهمسانگرد بودن توابع پذیرفتاری الکتریکی و گذردهی مغناطیسی در پلاسمای مغناطیده شده، دلیل اصلی پدیدار شدن چنین اثراتی است.

در محاسبات الکترومغناطیسی، روش FDTD یکی از پرکاربردترین روش‌ها به شمار می‌رود. این تکنیک به دلیل کاربرد آن در حل مسائلی که دارای محیط‌های پیچیده و مواد پاشنده هستند، رشد فزاینده‌ای پیدا کرده است. مواد پاشنده، موادی هستند که در آنها تراوایی مغناطیسی، یا گذردهی الکتریکی، یا هر دو تابعیت فرکانسی داشته باشند. رفتار الکترومغناطیسی ماکروسکوپیکی بسیاری از مواد دی‌الکتریک توسط JC جدول‌بندی، ترسیم و یا به صورت تحلیلی بر حسب $\epsilon_c(\omega)$ (گذردهی الکتریکی مختلط) داده شده است. در این مقاله، ابتدا با استفاده از برازش منحنی داده‌های تجربی JC توسط مدل درود-سامرفیلد، پارمترهای فیزیکی از قبیل فرکانس پلاسما و نرخ واهلش الکترون‌ها در فلز نیکل را تعیین کرده و سپس با پیاده‌سازی الگوریتم FDTD که بر پایه تبدیلات $\mathcal{Z}$ بنا شده به حل گذرا مسأله و تعیین چرخش کِر در ناحیه فرکانسی اپتیکی می‌پردازیم.

۲- برازش داده‌های تجربی JC با استفاده از نظریه درود-سامرفیلد

در چارچوب نظریه درود-سامرفیلد، گاز الکترونی آزاد در تعیین خواص اپتیکی فلزات نقش ایفا می‌کنند. این الکترون‌ها به طور آزادانه در بین دو مرکز پراکنده‌ساز (یون‌های شبکه، فونون‌ها، ناخالصی‌ها و ...) حرکت می‌کنند و با نرخ متوسط $\gamma_0 = \tau^{-1}$ (τ زمان میانگین بین دو برخورد متوالی است) واهلش می‌یابند. هر گونه برخوردی منجر به از دست دادن اطلاعات مربوط به جهت حرکت الکترون شده و باعث راندومی شدن جهت‌مندی سرعت الکترون می‌شود. حضور میدان‌های خارجی، باعث شتاب گرفتن الکترون‌ها در بین دو پراکندگی شده و منجر به حرکت سوق الکترون‌ها می‌شود. لازم به ذکر است که تنها الکترون‌هایی که در نزدیکی تراز فرمی قرار دارند، می‌توانند در ترابرد شرکت کنند زیرا الکترونهایی که در ترازهای زیرین قرار دارند، بنا به اصل طرد پائولی، نمی‌توانند حالت‌های خود را تغییر دهند. اثرات ساختار نواری را نیز می‌توان در قالب جرم مؤثر (m^*) وارد مسأله کرد.

خواص اپتیکی بسیاری از فلزات توسط تابع دی‌الکتریک $\epsilon_r(\omega)$، که دارای بستگی فرکانسی است، مشخص می‌شود. شکل کلی این تابع در مدل درود- سامرفیلد، بصورت رابطهٔ

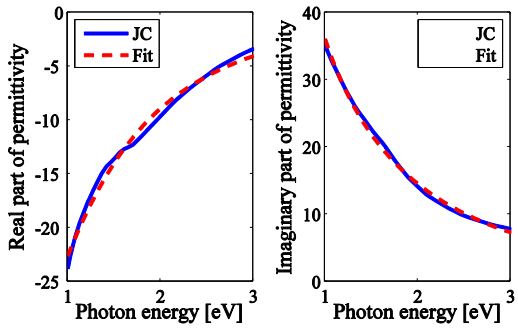
$$\epsilon_r(\omega) = \epsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma_0)} \quad (۱)$$

است که در آن ω_p فرکانس پلاسما و γ_0 نرخ واهلش الکترون‌ها است. ثابت ϵ_∞ شامل سهم مربوط به الکترون‌های مقید در قطبش‌پذیری بوده و در صورتی که تنها الکترون‌های نوار رسانش در تابع دی‌الکتریک در نظر گرفته شود، مقدار آن برابر با یک خواهد بود. فرکانس پلاسما توسط رابطهٔ $\omega_p = \sqrt{ne^2/\epsilon_0 m^*}$ مشخص می شود که در آن n و m^* به ترتیب چگالی و جرم مؤثر الکترون‌های رسانش هستند.

با استفاده از برازش منحنی داده‌های تجربی JC برای پذیرفتاری الکتریکی فلز نیکل توسط مدل درود-سامرفیلد در بازه فرکانسی eV [۳-۱] مطابق شکل ۱ پارامترهای فیزیکی تعیین می‌شوند. متوسط داده‌های برازش شده برای فرکانس پلاسما و نرخ واهلش به ترتیب برابر eV ۹/۳۴ و eV ۲/۲۳ بدست می‌آیند. همچنین، با استفاده از برازش نمودار قسمت حقیقی و موهومی المان غیرقطری تانسور دی‌الکتریک با نتایج تجربی بدست آمده توسط ویسنوفسکی و همکارانش [۸] متوسط فرکانس سیکلوترونی برای نیکل برابر $\hbar\omega_c = ۰/۰۲۰۴\ eV$ بدست

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-29]

می‌آید.



شکل ۱: برازش داده‌های تجربی JC برای پذیرفتاری الکتریکی فلز نیکل توسط مدل درود- سامرفیلد در بازه فرکانسی eV [۱-۳].

۳- پیاده‌سازی الگوریتم FDTD در محیط پلاسمایی مغناطیده شده

شکل کلی معادلات ماکسول بهنجار شده در محیط‌های پاشنده توسط روابط زیر داده می‌شوند:

$$\frac{\partial \tilde{\boldsymbol{D}}(t)}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \boldsymbol{H}(t), \qquad (۲)$$

$$\tilde{\boldsymbol{D}}(\omega) = \epsilon_r^*(\omega) \cdot \tilde{\boldsymbol{E}}(\omega), \qquad (۳)$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{H}(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \nabla \times \tilde{\boldsymbol{E}}(t), \qquad (۴)$$

که در آن $\tilde{\boldsymbol{E}} = \sqrt{\epsilon_0/\mu_0}E$ و $\tilde{\boldsymbol{D}} = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}E$ بردار میدان الکتریکی و جابجایی الکتریکی بهنجار شده است. تانسور دی‌الکتریک در محیط پلاسمای مغناطیده شده به صورت

$$\overleftrightarrow{\epsilon}^*_{\text{eff}} = \begin{bmatrix} \epsilon^{11}_{\text{eff}} & -i\epsilon^{12}_{\text{eff}} & 0 \\ i\epsilon^{12}_{\text{eff}} & \epsilon^{11}_{\text{eff}} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon^{33}_{\text{eff}} \end{bmatrix} \qquad (۵)$$

داده می‌شود که در آن

$$\epsilon^{11}_{\text{eff}} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega} \frac{(\omega + i\gamma_0)}{\omega^2 + 2i\gamma_0\omega - \gamma_0^2 - \omega_c^2}, \qquad (۶)$$

$$\epsilon^{12}_{\text{eff}} = \frac{\omega_p^2}{\omega} \frac{\omega_c}{\omega^2 + 2i\gamma_0\omega - \gamma_0^2 - \omega_c^2}, \qquad (۷)$$

$$\epsilon^{33}_{\text{eff}} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega} \frac{1}{(\omega + i\gamma_0)} \qquad (۸)$$

هستند. دلیل ایجاد ناهمسانگردی در تانسور دی‌الکتریک مواد فرومغناطیسی، وجود مغناطش ذاتی در نمونه است که باعث حرکت تقدیمی الکترون‌ها با فرکانس سیکلوترونی شده و موجب تشکیل پذیرفتاری الکتریکی ناهمسانگرد در ماده می‌شود. پذیرفتاری مغناطیسی عناصر واسطه عمدتاً در محدودهٔ فرکانسی میکروویو با شکل خط تشدیدی لورنتسی نمایان می‌شود. بدلیل فراتر بودن فرکانس در رژیم اپتیکی و همچنین رفتار مجانبی ω^{-2} برای قسمت حقیقی و ω^{-3} برای قسمت موهومی از آن صرفنظر شده است.

با استفاده از نظریه پیچش می‌توان تبدیل $\mathcal{Z}$ بردار جابجایی میدان الکتریکی را بصورت زیر نوشت:

$$\tilde{\boldsymbol{D}}(\mathcal{Z}) = \Delta t \cdot \epsilon_r^*(\mathcal{Z}) \cdot \tilde{\boldsymbol{E}}(\mathcal{Z}), \qquad (۹)$$

با جایگذاری رابطه تبدیل یافته $\epsilon_r^*(\mathcal{Z})$ در معادله اخیر، برای مؤلفه x بردار جابجایی خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \tilde{D}_x(\mathcal{Z}) = \tilde{E}_x(\mathcal{Z}) &+ \frac{\omega_p^2}{\omega_c} \mathcal{Z}^{-1} S_1(\mathcal{Z}) \\ &+ \frac{\omega_p^2 \gamma_0 \Delta t}{\omega_c} \mathcal{Z}^{-1} I_1(\mathcal{Z}) \\ &+ \omega_p^2 \Delta t \mathcal{Z}^{-1} I_2(\mathcal{Z}), \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

که در آن $S_1(\mathcal{Z})$، $I_1(\mathcal{Z})$ و $I_2(\mathcal{Z})$ به ترتیب بصورت

$$\begin{aligned} S_1(\mathcal{Z}) = e^{-\gamma_0 \Delta t} \sin(\omega_c \Delta t)\, \tilde{E}_x(\mathcal{Z}) \Delta t \\ + 2e^{-\gamma_0 \Delta t} \cos(\omega_c \Delta t)\, \mathcal{Z}^{-1} S_1(\mathcal{Z}) \\ - e^{-2\gamma_0 \Delta t} \mathcal{Z}^{-2} S_1(\mathcal{Z}) \end{aligned} \qquad (۱۱)$$

$$I_1(\mathcal{Z}) = \mathcal{Z}^{-1} I_1(\mathcal{Z}) + S_1(\mathcal{Z}) \qquad (۱۲)$$

$$I_2(\mathcal{Z}) = \mathcal{Z}^{-1} I_2(\mathcal{Z}) + S_2(\mathcal{Z}) \qquad (۱۳)$$

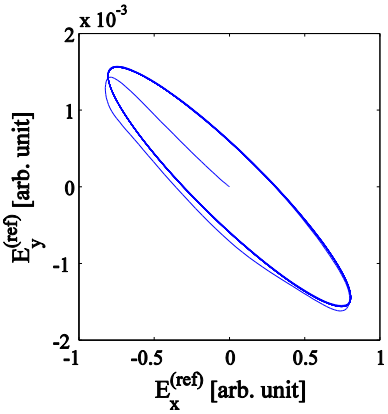
داده می‌شوند. عبارت $S_2(\mathcal{Z})$ مشابه $S_1(\mathcal{Z})$ است با این تفاوت که در آن $\tilde{E}_y$ جایگزین $\tilde{E}_x$ می‌شود. برای محاسبه مؤلفه $\tilde{D}_y(\mathcal{Z})$ کافی است که در عبارت بالا تبدیلات $\tilde{E}_x \longrightarrow \tilde{E}_y$ و $\tilde{E}_y \longrightarrow -\tilde{E}_x$ صورت گیرد.

۴- نتایج شبیه‌سازی شده توسط روش FDTD

در این بخش، به بررسی انتشار موج سینوسی با انرژی در بازه eV [۱-۳] از یک تیغه نازک نیکل به ضخامت ۱۰۰nm مغناطیده شده در جهت عمود بر صفحه می‌پردازیم. در شبیه‌سازی FDTD، پارامتر کورانت برابر ۰/۵ بوده و در هر طول موج تعداد ۶۰ نقطه انتخاب شده است. بازه فرکانسی انتخاب شده برای موج فرودی پایین‌تر از فرکانس پلاسمای نیکل $\hbar\omega_p$ = ۹/۳۴eV بوده و تیغه نیکل برای نور فرودی تقریباً کدر خواهد بود.

زاویه چرخش کِر (δ) را می‌توان با استفاده از اعمال الگوریتم بهینه‌سازی بر روی میدان‌های الکتریکی $E_x^{(r)}$ و $E_y^{(r)}$ بدست آمده توسط روش FDTD در رابطه

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-29]



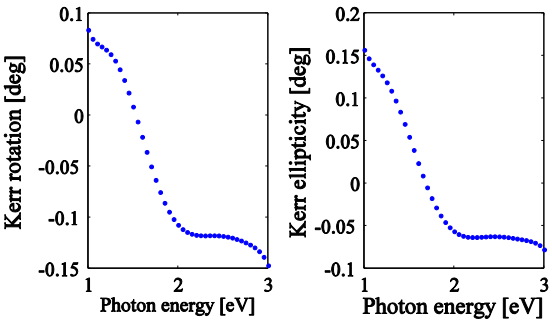
شکل ۲: قطبش نور بازتابیده از فیلم نازک نیکل در موج $۶۳۲/۸\ nm$.

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2}+\frac{E_y^2}{E_{0y}^2}-2\frac{E_x}{E_{0x}}\frac{E_x}{E_{0x}}\cos\delta=\sin^2\delta, \qquad (۱۴)$$

تعیین نمود. میزان بیضی‌گونگی (χ) نور بازتابیده را نیز می‌توان توسط رابطه $\tan\chi=\pm b/a$ بدست آورد که در آن a و b به ترتیب طول محور بزرگ و کوچک بیضی بوده و علامت‌های منفی و مثبت به ترتیب راستگرد یا چپگرد بودن بیضی را نشان می‌دهد.

در شکل ۲ منحنی قطبی E_x-E_y برای طول موج ۶۳۲/۸ nm نشان داده شده است. در این طول موج، میزان چرخش کِر و بیضی‌گونگی به ترتیب برابر ۰/۱۰۲- و ۰/۰۵۱- درجه بدست آمده است.

با جاروب کردن فرکانس در بازهٔ انرژی مورد نظر، میزان چرخش کِر و بیضی‌گونگی نور بازتابیده بصورت منحنی‌های نشان داده شده در شکل ۳ بدست می‌آیند. مقادیر بدست آمده از هر دو لحاظ کیفی و کمی توافق نسبتاً خوبی با نتایج تجربی بدست آمده در مرجع [۸] را نشان می‌دهد.



شکل ۲: (چپ) چرخش کِر مگنتواپتیکی، (راست) بیضی‌گونگی محاسبه شده توسط روش FDTD بنا شده بر تبدیل Z.

هر چند که نتایج بدست آمده توسط شبیه‌سازی در انرژی‌های کمتر، نسبتاً مطابق با نتایج تجربی است، ولی این تطابق در انرژی‌های بالاتر از بین می‌رود. به عبارت دیگر، قسمت موهومی تابع دی‌الکتریک در انرژی‌های زیاد، دیگر از مدل درود- سامرفیلد تبعیت نمی‌کند و این به دلیل افزایش گذارهای بین‌نواری و هیبریداسیون $4s/4p$ در فلز نیکل و دیگر فلزات واسطه است.

۵- نتیجه گیری

پارامترهای تانسور دی‌الکتریک لایه نازکی از ماده فرومغناطیس از جنس نیکل با مغناطش عمود بر صفحه توسط مدل درود-سامرفیلد بدست آمده و معادلات ماکسول برای چنین محیط ناهمسانگردی با استفاده از روش FDTD شبیه‌سازی، و چگونگی انتشار امواج تراهرتز از این محیط ناهمسانگرد بررسی شد. با استفاده از تبدیل فوریه سیگنال‌های اندازه‌گیری شده در بازتاب، پارامترهای فیزیکی نظیر میزان چرخش کر و همچنین بیضی‌گونگی نور تعیین شدند. نتایج بدست آمده توسط شبیه‌سازی FDTD در انطباق نسبتاً خوبی با نتایج تجربی گزارش شده در مرجع [۸] هستند.

مراجع

[1] G. Armelles, A. Cebollada, A. García-Martín, M. U. González, *Magnetoplasmonics: Combining Magnetic and Plasmonic Functionalities*, **Adv. Opt. Mater.** 1 (2013)10–35.

[2] E. Melander, E. Östman, J. Keller, J. Schmidt, E. Th. Papaioannou, V. Kapaklis, U. B. Arnalds, B. Caballero, A. García-Martín, J. C. Cuevas, and B. Hjörvarsson, *Influence of the magnetic field on the plasmonic properties of transparent Ni anti-dot arrays*, **Appl. Phys. Lett.** 101 (2012) 063107.

[3] A. García-Martín, G. Armelles, S. Pereira, *Light transport in photonic crystals composed of magneto-optically active materials*, **Phys. Rev. B** 71 (2005) 205116.

[4] B. Caballero, A. García-Martín, J. C. Cuevas, *Generalized scattering-matrix approach for magneto-optics in periodically patterned multilayer systems*, **Phys. Rev. B** 85 (2012) 245103.

[5] Sh. J. Huang and F. Li, *FDTD simulation of electromagnetic propagation in magnetized plasma using Z transforms*, **Int. J. Infrared Milli. Waves** 25 (2004) 815–825.

[6] F. Hunsberger, R. Luebbers, K. Kuru, *Finite-Difference Time-Domain Analysis of Gyrotropic Media-I: Magnetized Plasma*, IEEE Trans. Antennas. Propag. 40 (1992) 1489–1495.

[7] L. Bo, J. Lin, G. Ben-Qing, *A novel solution for magnetized plasma simulation using the FDTD method*, **IEEE Antennas Prop.** 2A (2005) 106–109.

[8] Š. Višňovský, V. Pařízek, M. Nývlt, P. Kielar, V. Prosser, R. Krishnan, *Magneto–optical Kerr spectra of nickel*, **J. Magn. Magn. Mater.** 127 (1993) 135–139.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-29]