



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



## ایجاد درهم‌تنیدگی GHZ در سیستم اتم- کاواک- فیبر به روش گذار بی‌دررو و بررسی اثرات واهمدوسی

نازلی ایرانی<sup>۱</sup>، مهدی امنیت طلب<sup>۱</sup> و مقصود سعادت‌نیاری<sup>۲</sup>  
۱- گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه ارومیه، ارومیه  
۲- گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل

چکیده: در این مقاله، سیستمی به صورت یک اتم در یک کاواک و دو اتم در کاواک دیگر که توسط فیبر به هم متصل شده‌اند را در نظر گرفته و با استفاده از روش گذار بی‌دررو تحریکی رامن، تحول زمانی سیستم طوری طراحی می‌شود که حالت درهم‌تنیده GHZ سه اتمی ایجاد شود. در نهایت، تاثیر واهمدوسی شامل گسیل خودبه‌خودی، اتلاف کاواک و اتلاف فیبر بر جمعیت نهایی حالت درهم‌تنیده با استفاده از حل عددی معادله شرودینگر مطالعه می‌شود.

کلیدواژه: گذار بی‌دررو، کاواک، فیبر، اتلاف کاواک، اتلاف فیبر.

### Generation of GHZ entanglement in atom-cavity- fibre system via adiabatic passage and study of decoherence effect

Nazli Irani<sup>1</sup>, Mahdi Amniat-talab<sup>1</sup> and Magsoud Saadati-Niari<sup>2</sup>

<sup>1</sup>- Physics Department, Faculty of Sciences, Urmia University, Urmia, Iran.

<sup>2</sup>- Physics Department, Faculty of Sciences, University of Mohagheh Ardabili, Ardabil, Iran.

#### Abstract

In this article we propose a robust scheme to generate triatomic GHZ entanglement using one atom trapped in one cavity and two atoms in an other cavity, that are connected by an optical fibre. For this purpose we adjust time evolution of the system via Stimulated Raman Adiabatic Passage. The influence of different decoherence channels such as atomic spontaneous emission and photon loss of cavity and fibre are investigated on the population of the entangled state using numerical solution of Schrödinger equation.

Keywords: adiabatic passage, cavity, fibre, cavity decay, fibre decay.

۱- مقدمه

درهم‌تنیدگی کوانتومی یکی از مهمترین جنبه‌های غیرکلاسیک مکانیک کوانتومی است که بر پایه برهم‌نهی کوانتومی حالت‌ها مفهوم پیدا می‌کند و اساس نظریه اطلاعات کوانتومی [۱] را تشکیل می‌دهد و در پردازش اطلاعات کوانتومی نظیر رمز نگاری کوانتومی [۲] و ارسال کوانتومی [۳] مورد استفاده قرار می‌گیرد. ایجاد حالت‌های درهم‌تنیده کوانتومی بر اساس گذار بی‌دررو تحریکی رامان (استیرپ) [۴] که یکی از روش‌های ساده و موثر برای انتقال جمعیت در سیستم‌های سه تراز  $\Lambda$ -گونه می‌باشد، امکان‌پذیر است [۵-۶]. در این روش، انتقال جمعیت از تراز اول به تراز سوم، بدون جمعیت‌دار شدن تراز تحریکی، با استفاده از ترتیب پالس‌های غیر شهودی و شرط تشدید دو فوتونی رخ می‌دهد. می‌توان با استفاده از این روش طرحواره‌هایی برای ایجاد حالت‌های درهم‌تنیده‌ی اتمی، برای اتم‌های محبوس در کاواک‌های مجزا که به وسیله فیبر نوری به هم مربوط می‌شوند معرفی کرد [۷-۹]. در طراحی شبکه‌های کوانتومی از کاواک‌ها و اتم‌ها برای ذخیره اطلاعات و از فیبر برای انتقال اطلاعات استفاده می‌شود. در این نوع سیستم‌ها اثرات واهمدوسی می‌توانند به واسطه گسیل خودبه‌خودی ترازهای برانگیخته اتمی و یا واپاشی کاواک‌ها و فیبرها صورت گیرند، که در طراحی تحول زمانی سیستم‌های کوانتومی با استفاده از تحول بی‌دررو سعی بر این است که این حالات واهمدوس حذف شوند یا به عبارتی جمعیت‌دار نشوند. در این مقاله به بررسی ایجاد درهم‌تنیدگی سه جزئی GHZ برای سه اتم در دو کاواک خواهیم پرداخت که در بین سایر حالات درهم‌تنیده پیشینه درجه درهم‌تنیدگی را دارد.

۲- تولید حالت درهم‌تنیده GHZ به روش گذار بی‌دررو

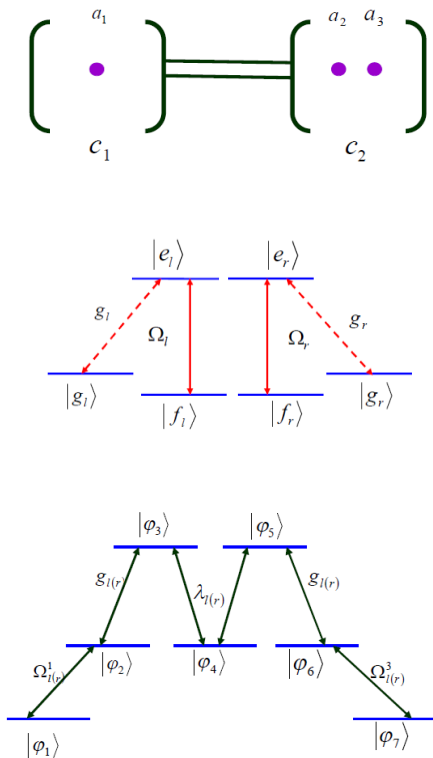
ابتدا سیستم اتم-کاواک-فیبر را مورد بررسی قرار می‌دهیم. با توجه به شکل ۱، اتم  $a_1$  در کاواک دو مدی  $C_1$  و دو اتم  $a_2, a_3$  در کاواک دو مدی  $C_2$  قرار دارند. هر کاواک دارای دو مد با قطبیدگی دایروی چپ‌گرد و راست‌گرد است. دو تراز تبهگن  $|e_r\rangle, |e_l\rangle$  مربوط به حالت برانگیخته  $|g_r\rangle, |g_l\rangle, |f_l\rangle, |f_r\rangle$  ترازهای پایه هر اتم محسوب می‌شوند.

حالت‌های  $|g_l\rangle, |e_l\rangle$  با مد قطبیده دایروی چپ‌گرد و  $|g_r\rangle, |e_r\rangle$  با مد دایروی راست‌گرد جفت می‌شوند. ترازهای  $|f_l\rangle, |f_r\rangle$  نیز به ترتیب با پالس لیزری قطبیده دایروی چپ‌گرد و راست‌گرد به ترازهای تحریکی  $|e_l\rangle, |e_r\rangle$  جفت می‌شوند (شکل ۱-وسط).

هامیلتونی اندرکنش برای این سیستم به صورت زیر است [۷]:

$$\begin{aligned} \hat{H}_I = & \sum_{j=l,r} [\Omega_j^{(l)}(t) |e_j\rangle_1 \langle f_j| + g_{j,1} a_j |e_j\rangle_1 \langle g_j| + h.c.] \\ & + \sum_{j=l,r}^{k=2,3} [\Omega_j^{(k)}(t) |e_j\rangle_k \langle f_j| + g_{j,k} b_j |e_j\rangle_k \langle g_j| + h.c.] \\ & + [\lambda_l c_l (a_l^\dagger + b_l^\dagger) + \lambda_r c_r (a_r^\dagger + b_r^\dagger) + h.c.], \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن پارامتر  $\Omega_j^{(i)}(t)$ ،  $(j=l,r \ i=1,2,3)$  فرکانس رابی  $i$ امین اتم در اندرکنش با میدان قطبیده دایروی راست‌گرد یا چپ‌گرد است.  $a_j (a_j^\dagger)$  و  $b_j (b_j^\dagger)$  عملگرهای نابودی (خلق) مد کاواک و  $c_j (c_j^\dagger)$  عملگر نابودی (خلق) مد فیبر و  $g_{j,k}$  و  $\lambda_{l,r}$  به ترتیب ثابت جفت شدگی اتم-کاواک و کاواک-فیبر می‌باشند.



شکل ۱: بالا، نمای هندسی سیستم اتم-کاواک-فیبر. وسط: الگوی جفت شدگی هر اتم تحت تاثیر میدان کاواک و لیزر. پایین: الگوی جفت شدگی اتم-کاواک-فیبر برای سه اتم.

در روابط (۴)  $N, N'$  ضرایب بهنجارش می‌باشند. مشاهده می‌شود درحالت‌های تاریک، مولفه‌ای از حالت تحریکی اتم‌ها وجود ندارد و هر دو مد فیبر نیز در حالت تهی می‌باشند. علاوه بر این با فرض  $g, \lambda_{l(r)} \gg \Omega_l^{(i)}, \Omega_r^{(i)}$  جمعیت مد کاواک در حالت برانگیخته

قابل صرف نظر است. بر اساس روش گذار بی‌دررو و با فرض:

$$\Omega_{l(r)}^{(3)}(0) \gg \Omega_{l(r)}^{(1)}(0), \quad (۵)$$

حالت‌های تاریک به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$|D_1(0)\rangle \approx |\varphi_1\rangle, \quad |D_2(0)\rangle \approx |\varphi_2\rangle, \quad (۶)$$

بنابراین:

$$|\Psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\varphi_1\rangle + |\varphi_1'\rangle) \quad (۷)$$

سیس به تدریج  $\Omega_l^{(1)}, \Omega_r^{(1)}$  را افزایش و  $\Omega_l^{(3)}, \Omega_r^{(3)}$  را کاهش می‌دهیم تا  $\Omega_{l(r)}^{(1)}(t \rightarrow \infty) \gg \Omega_{l(r)}^{(2)}(t \rightarrow \infty)$ . در نتیجه جمعیت

حالت‌های  $|\varphi_1\rangle, |\varphi_1'\rangle$  به صورت بی‌دررو به حالت‌های  $|\varphi_7\rangle, |\varphi_7'\rangle$  تحول می‌یابند:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\varphi_7\rangle + |\varphi_7'\rangle) \quad (۸)$$

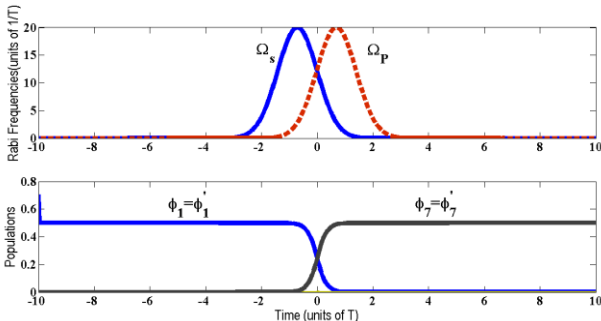
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g_l\rangle_1 |f_l\rangle_2 |g_r\rangle_3 + |g_r\rangle_1 |g_l\rangle_2 |f_r\rangle_3) |0_l 0_r\rangle |0_l 0_r\rangle |0_l 0_r\rangle$$

بنابراین حالت درهم‌تنیده سه جزئی GHZ که معادل حالت  $|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle)$  به دست می‌آید.

شکل ۲، نمودار تحول زمانی پالس‌ها و جمعیت را برای ایجاد حالت  $|GHZ\rangle$ ، درحالت ایده‌آل نشان می‌دهد که بر اساس پالس‌های گوسین به صورت زیر رسم شده است و در آن  $T$  نشان دهنده پهنای پالس و  $\tau = 0.7T$  تاخیر زمانی پالس‌ها می‌باشد:

$$\Omega_{l(r)}^{(3)}(t) = \Omega_s = \Omega_0 e^{-[(t+\tau)/T]^2} \quad (۹)$$

$$\Omega_{l(r)}^{(1)}(t) = \Omega_p = \Omega_0 e^{-[(t-\tau)/T]^2}$$



شکل ۲: بالا، تحول زمانی پالس‌ها که براساس روابط (۹) رسم شده است. پایین: تحول زمانی جمعیت برای ایجاد حالت GHZ.

با فرض  $\Omega_j^{(1)} = \Omega_j^{(2)} = \Omega_j^{(3)}, \lambda_l = \lambda_r = \lambda, g_{j,i} = g$  برای دو حالت اولیه  $|\varphi_1\rangle$  و  $|\varphi_1'\rangle$  تغییر حالت‌ها در دو زیرفضای زیر اتفاق خواهد افتاد:

$$\begin{aligned} |\varphi_1\rangle &= |f_l\rangle_1 |g_l\rangle_2 |g_r\rangle_3 |0_l 0_r\rangle_{C_1} |0_l 0_r\rangle_f |0_l 0_r\rangle_{C_2} \\ |\varphi_2\rangle &= |e_l\rangle_1 |g_l\rangle_2 |g_r\rangle_3 |0_l 0_r\rangle_{C_1} |0_l 0_r\rangle_f |0_l 0_r\rangle_{C_2} \\ |\varphi_3\rangle &= |g_l\rangle_1 |g_l\rangle_2 |g_r\rangle_3 |1_l 0_r\rangle_{C_1} |0_l 0_r\rangle_f |0_l 0_r\rangle_{C_2} \\ |\varphi_4\rangle &= |g_l\rangle_1 |g_l\rangle_2 |g_r\rangle_3 |0_l 0_r\rangle_{C_1} |1_l 0_r\rangle_f |0_l 0_r\rangle_{C_2} \\ |\varphi_5\rangle &= |g_l\rangle_1 |g_l\rangle_2 |g_r\rangle_3 |0_l 0_r\rangle_{C_1} |0_l 0_r\rangle_f |1_l 0_r\rangle_{C_2} \\ |\varphi_6\rangle &= |g_l\rangle_1 |e_l\rangle_2 |g_r\rangle_3 |0_l 0_r\rangle_{C_1} |0_l 0_r\rangle_f |0_l 0_r\rangle_{C_2} \\ |\varphi_7\rangle &= |g_l\rangle_1 |f_l\rangle_2 |g_r\rangle_3 |0_l 0_r\rangle_{C_1} |0_l 0_r\rangle_f |0_l 0_r\rangle_{C_2} \end{aligned}$$

(۲-الف)

$$\begin{aligned} |\varphi_1'\rangle &= |f_r\rangle_1 |g_l\rangle_2 |g_r\rangle_3 |0_l 0_r\rangle_{C_1} |0_l 0_r\rangle_f |0_l 0_r\rangle_{C_2} \\ |\varphi_2'\rangle &= |e_r\rangle_1 |g_l\rangle_2 |g_r\rangle_3 |0_l 0_r\rangle_{C_1} |0_l 0_r\rangle_f |0_l 0_r\rangle_{C_2} \\ |\varphi_3'\rangle &= |g_r\rangle_1 |g_l\rangle_2 |g_r\rangle_3 |0_l 1_r\rangle_{C_1} |0_l 0_r\rangle_f |0_l 0_r\rangle_{C_2} \\ |\varphi_4'\rangle &= |g_r\rangle_1 |g_l\rangle_2 |g_r\rangle_3 |0_l 0_r\rangle_{C_1} |0_l 1_r\rangle_f |0_l 0_r\rangle_{C_2} \\ |\varphi_5'\rangle &= |g_r\rangle_1 |g_l\rangle_2 |g_r\rangle_3 |0_l 0_r\rangle_{C_1} |0_l 0_r\rangle_f |0_l 1_r\rangle_{C_2} \\ |\varphi_6'\rangle &= |g_r\rangle_1 |g_l\rangle_2 |e_r\rangle_3 |0_l 0_r\rangle_{C_1} |0_l 0_r\rangle_f |0_l 0_r\rangle_{C_2} \\ |\varphi_7'\rangle &= |g_r\rangle_1 |g_l\rangle_2 |f_r\rangle_3 |0_l 0_r\rangle_{C_1} |0_l 0_r\rangle_f |0_l 0_r\rangle_{C_2} \end{aligned}$$

(۲-ب)

نمایش ماتریسی هامیلتونی متناظر با هر یک از دو زیرفضا، مطابق شکل زیر است:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & \Omega_{l(r)}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Omega_{l(r)}^{(1)} & 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 & \lambda_{l(r)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{l(r)} & 0 & \lambda_{l(r)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{l(r)} & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g & \Omega_{l(r)}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_{l(r)}^{(3)} & 0 \end{pmatrix}. \quad (۳)$$

ویژه حالت متناظر با ویژه مقدار صفر هامیلتونی بالا برای قطبیدگی چپ و راست به صورت زیر است که به اصطلاح حالت تاریک نامیده می‌شود و روش گذار بی‌دررو تحریکی رامان بر اساس این حالت‌های تاریک طراحی می‌شود:

$$|D_1\rangle = \frac{1}{N} [g\Omega_r^{(2)}|\varphi_1\rangle - \Omega_l^{(1)}\Omega_r^{(2)}(|\varphi_3\rangle - |\varphi_5\rangle) - g\Omega_l^{(1)}|\varphi_7\rangle], \quad (۴-الف)$$

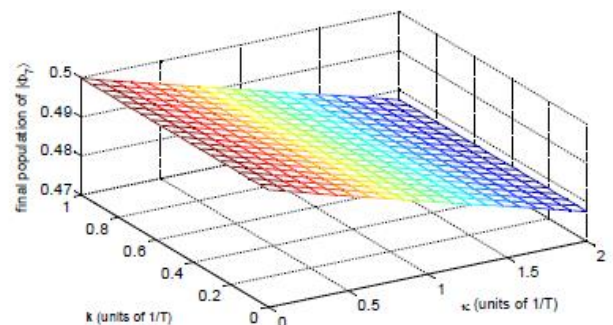
$$|D_2\rangle = \frac{1}{N'} [g\Omega_r^{(2)}|\varphi_1'\rangle - \Omega_r^{(1)}\Omega_r^{(2)}(|\varphi_3'\rangle - |\varphi_5'\rangle) - g\Omega_r^{(1)}|\varphi_7'\rangle], \quad (۴-ب)$$

### ۳- بررسی تاثیر واهمدوسی بر انتقال جمعیت

در بخش قبل، ایجاد حالت GHZ با روش گذار بی دررو بررسی شد. هر چند روش گذار بی دررو از جمعیت دار شدن ترازهایی که منجر به واهمدوسی در سیستم می شوند، جلوگیری می کند، اما با توجه به اینکه در روش گذار بی دررو از تقریب بی دررو استفاده می شود، بنابراین در حین تحول زمانی ترازهای تحریکی و مد پر کاواک و فیبر مقداری جمعیت دار می شوند که این عوامل منجر به بروز واهمدوسی در سیستم همانند گسیل خود به خودی، اتلاف کاواک و اتلاف فیبر در حین تحول زمانی سیستم می شود. در این بخش تاثیر این واهمدوسی ها را بر انتقال جمعیت برای ایجاد حالت  $|GHZ\rangle$  بررسی می کنیم. بنابراین هامیلتونی سیستم در حضور اثر گسیل خودبه خودی  $(\Gamma)$ ، اتلاف کاواک  $(k)$  و اتلاف فیبر  $(\kappa)$  به صورت زیر در می آید [۱۱-۱۰]:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0 & \Omega_{l(r)}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Omega_{l(r)}^{(1)} & -i\Gamma & g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g & -ik & \lambda_{l(r)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{l(r)} & -i\kappa & \lambda_{l(r)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{l(r)} & -ik & g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g & -i\Gamma & \Omega_{l(r)}^{(3)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Omega_{l(r)}^{(3)} & 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

شکل ۳، جمعیت نهایی تراز  $|\phi_7\rangle$  را نسبت به نرخ اتلاف کاواک و فیبر برای حالتی که نرخ گسیل خودبه خودی برابر با  $\Gamma = 20T^{-1}$  باشد، نشان می دهد:



شکل ۳: جمعیت نهایی تراز  $|\phi_7\rangle$  نسبت به نرخ اتلاف کاواک و اتلاف فیبر.

همانطور که در شکل مشاهده می شود، این طرح حساسیت چندانی نسبت به نرخ اتلاف کاواک ندارد اما نسبت به نرخ اتلاف فیبر تقریباً حساس می باشد و در نتیجه در طراحی برهم کنش

اتم- کاواک- فیبر، باید این نکته در نظر گرفته شود تا در حد امکان، از اتلاف مد فیبر جلوگیری شود.

### ۴- نتیجه گیری

در این مقاله، نحوه ایجاد حالت درهم تنیده GHZ سه اتمی در سیستم اتم-کاواک-فیبر با روش گذار بی دررو بررسی شد. در این روش از سه اتم در دو کاواک که توسط یک فیبر با هم در ارتباط هستند، استفاده شد و نشان داده شد که با استفاده از ترتیب پالسهای لیزری غیر شهودی (پالس استوکس مقدم بر پالس پمپ) و همچنین مقادیر بزرگ جفت شدگی کاواک و فیبر، ایجاد حالت درهم تنیده GHZ امکان پذیر است. در ادامه، اثر عوامل ناهمدوسی به روش عددی بر توزیع جمعیت نهایی مورد بررسی قرار گرفت. مشاهده کردیم که این طرح نسبت به واپاشی مد فیبر حساس می باشد.

### ۵- مراجع

- [۱] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge University Press, Cambridge, U.K., ۲۰۰۰).
- [۲] A. K. Ekert, Phys. Rev. Lett. ۶۷, ۶۶۱-۶۶۳ (۱۹۹۷).
- [۳] C. H. Bennett, S. J. Wiesner, Phys. Rev. Lett. ۶۹, ۲۸۸۱ (۱۹۹۲).
- [۴] K. Bergmann, H. Theuer, and B. W. Shore, Rev. Mod. Phys. ۷۰, ۱۰۰۲, (۱۹۹۸).
- [۵] M. Amniat-Talab, M. Saadati-Niari, S. Guérin, Eur. J. Phys. D. ۶۶, ۲۱۶ (۲۰۱۲).
- [۶] M. Amniat-Talab, M. Saadati-Niari, S. Guérin, R. Nader-Ali, Phys. Rev. A ۸۳, ۰۱۳۸۱۷ (۲۰۱۱).
- [۷] M. B. Plenio, S. F. Huelga, A. Beige, and P. L. Knight, Phys. Rev. A ۵۹, ۲۴۶۸ (۱۹۹۹).
- [۸] Y. Li, M. Fang, X. Xiao, K. Zeng, C. Wu, J. Phys. B ۴۳, ۰۸۵۵۰۱ (۲۰۱۰).
- [۹] S. Ye, Z. Zhong, S. Zeng, Phys. Rev. A ۷۷, ۰۱۴۳۰۳ (۲۰۰۸).
- [۱۰] P. Lambropoulos, D. Petrosyan, "Fundamental of Quantum Optics and Quantum information" (spring ۲۰۰۸).
- [۱۱] M. Amniat-talab, R. Nader-Ali, S. Guerin, M. Saadati-Niari, Opt. Commun ۲۸۳, ۶۲۲ (۲۰۱۰).