بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

بررسی چگالی و دمای الکترون در اتاقک چشمه‌ی پلاسمای موج سطحیِ راست‌گوشه با روش تفاضل-محدود

محمّدرضا خواجه‌میرزائی[۱]، و علیرضا نیکنام[۱]

[۱]پژوهشکده لیزر و پلاسما، دانشگاه شهید بهشتی، تهران

چکیده - چشمه‌های پلاسمائی در دهه‌های اخیر به واسطه کاربردهای فراوانی که ایجاد کرده‌اند، به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می-گیرند. در این مقاله با معرفی مدلی برای شبیه‌سازی سه بعدی و خودسازگار از چشمه‌ی پلاسمای موج سطحیِ راست‌گوشه، معادلات سیالیِ پلاسما در اتاقک چشمه‌ی پلاسمائی با روش تفاضل-محدود گسسته‌سازی می‌شوند. در ادامه، روابط تفاضلی حاصل از معادلات دیفرانسیلی جزئی غیرخطی با روش واهلشی برای دو پارامتر پلاسما، یعنی چگالی و دمای الکترون در سه بعد حل می‌گردند. مسئله برای دو مقدار فشار گاز داخل اتاقک پلاسما (آرگون) بررسی می‌شود.

کلید واژه- چشمه‌ی پلاسمای موج سطحی، روش تفاضل-محدود، مدل سیالی.

Study of electron density and temperature in the chamber of the rectangular surface wave plasma source using the finite-difference method

Muhammad Reza Khajehmirzaei[1], and Ali Reza Niknam[1]

[1]Laser and Plasma Research Institute, Shahid Beheshti University, Tehran

Abstract- Since the plasma sources have many applications, they have been widely interested in recent years. In this article, by presenting a three-dimensional (3-D) and self-consistent model of the rectangular surface wave plasma source, the plasma fluid equations are discretized by the finite-difference (FD) method in the chamber of the plasma source. Following this, the differential relations resulted from the nonlinear PDEs are solved by the relaxation method for the two plasma parameters, plasma density and electron temperature, in three dimensions. The problem is studied for the two different values of argon gas pressure in the plasma chamber.

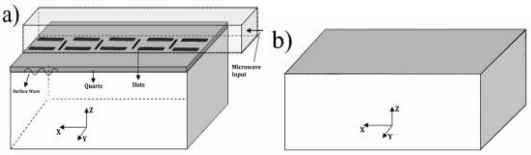
Keywords: Surface wave plasma, finite-difference (FD) method, fluid model.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-01]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه

همان‌طور که می‌دانیم از چشمه‌های پلاسمایی در حوزه‌های مختلف تکنولوژی استفاده می‌شود. دربین این چشمه‌ها، نوعی که از طریق انتقال انرژی موج سطحی تولید می‌شود (چشمه‌ی پلاسمای موج سطحی) خصوصیاتی بارز دارد. این چشمه‌ها تاکنون از لحاظ تئوری و تجربی بطور گسترده مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته‌اند [۴-۱]. ساختار محفظه‌هایی که تاکنون بررسی شده‌اند، بیشتر به شکل استوانه‌ای بوده است؛ این در حالی است که استفاده از ساختار راست‌گوشه مزیت‌های ویژه‌ای را ایجاد می‌کند [۷-۵].



شکل ۱: (a) مدل سه بعدی چشمه‌ی پلاسمای موج سطحی [۶]. (b) اتاقک راست‌گوشه حاوی پلاسما که در سه بعد مختصات دکارتی شبیه‌سازی می‌شود.

۲- معرفی مدل

۲-۱- ساختار

در طراحی چشمه‌ی پلاسمائی مورد بحث، همان‌طور که در شکل ۱ مشخص است؛ یک موجبر مستطیلی شکل به یک محفظه فلزی متصل شده است. این محفظه مکعب‌-مستطیلی شکل در ابتدا از گاز آرگون در فشاری مشخص (حدود ۷۵۰ میلی تور) پر می‌شود. روی دیواره بالایی اتاقک، یک لایه دی‌الکتریک از جنس کوارتز قرار داده شده که آنتن‌های شکافی در دیواره زیرین موجبر روی لایه دی‌الکتریک تعبیه شده‌اند. پلاسما از طریق تزریق انرژی مایکروویو با فرکانس ۲،۴۵ گیگاهرتز از قسمت موجبر به قسمت اتاقک، به چگالی بیشتر از چگالی بحرانی در 2.45 GHz رسیده و این امر پلاسمای فوق‌چگال را موجب می‌شود. در این شرایط مقدمات لازم برای انتشار موج سطحی فراهم شده و بدین ترتیب با انتقال مداوم انرژی مایکروویو به محفظه، پلاسمای تشکیل شده نگهدار می‌گردد. در این مقاله سعی براین است که محفظه شامل پلاسمای آرگون (شکل b-۱) شبیه‌سازی شود؛ درحالیکه افق نهائی، جفت‌کردن (کوپل) معادلات سیالی در پلاسما با معادلات موج ماکسول از طریق روش تفاضل-محدود حوزه-زمان می‌باشد که اهمیت این جفت شدگی در ارتباط با بسیاری از مسائل مربوط به پلاسما آشکار است. لازم به ذکر است که مسئله انتشار موج در این ساختارِ پلاسمائی پیش‌تر مورد بررسی قرار گرفته است [۸].

۲-۲- معادلات سیالی

برای توصیف ماهیت پلاسما در چشمه‌ی پلاسمای موج سطحی می‌توان از معادلات سیالی استفاده کرد. معادلات سیالیِ اینجا عبارتند از معادله پیوستگی و معادله بالانس انرژی که بعلت جرم سنگین‌تر یون‌ها، تنها برای گونه‌ی سبک‌تر نوشته می‌شوند. در ابتدا برای معادله پیوستگی الکترون (با صرفنظر از بازترکیب الکترون-یون) داریم:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla.\mathbf{\Gamma_e} = K_i n_e n_n \qquad (۱)$$

در این معادله n_e و n_n به ترتیب چگالی الکترون و اتم خنثی، K_i ضریب نرخ برای یونیزاسیون و $\mathbf{\Gamma_e}$ شار الکترون است که به شکل زیر تعریف می‌شود [۹]:

$$\mathbf{\Gamma_e} = -\mu_e n_e \mathbf{E} - \frac{k_B}{m_e \nu_{en}} \nabla(n_e T_e) \qquad (۲)$$

که در این رابطه μ_e و $D_e = \frac{k_B T_e}{m_e \nu_{en}}$ به‌ترتیب موبیلیتی و ثابت پخش الکترون، ν_{en} فرکانس برخورد الکترون-خنثی با سطح مقطع برخورد ثابت و $\mathbf{E}$ میدان بارفضا است که از شرط پخش دوقطبی ($\mathbf{\Gamma_e} = \mathbf{\Gamma}_i$) به‌دست می‌آید؛ علاوه براین شرط شبه‌خنثائیت ($n_e \approx n_i$) صادق است. در اینجا فرض براین است که حرکت یون‌ها از تابع توزیع ماکسولی پیروی کرده و دمای یون‌ها یکنواخت بوده و مقداری ثابت دارد؛ یعنی $\nabla T_i = 0$. همچنین k_B ثابت بولتزمن و n_n چگالی گاز زمینه با فشار p_n و دمای T_n می‌باشد که از معادله حالت گاز کامل (در اینجا آرگون) نوشته می‌شود:

$$n_n = \frac{p_n}{k_B T_n} \qquad (۳)$$

اکنون معادله بالانس انرژی الکترون را در نظر می‌گیریم:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{3}{2} n_e k_B T_e\right) + \nabla.\mathbf{q_e} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{3}{2} P\right)\Big|_c \qquad (۴)$$

در این رابطه، $\mathbf{q_e}$ چگالی شار انرژی الکترون (برحسب $Watt/m^2$) بوده و برابر است با:

$$\mathbf{q_e} = \frac{5}{2} k_B T_e \mathbf{\Gamma_e} - \frac{5 n_e k_B T_e}{2 m_e \nu_{en}} \nabla(k_B T_e) \qquad (۵)$$

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-01]

طرف راست رابطه (۴) را که به *عبارت برخوردی* مشهور است می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{3}{2}n_e k_B T_e\right)+\nabla.\mathbf{q_e}=P_{abs}-P_{coll} \qquad (۶)$$

در این رابطه دو مکانیزم انتقال انرژیِ یونیزاسیون و تحریک (برانگیختگی) در عبارت P_{coll} و مکانیزم گرمای ژول در عبارت P_{abs} لحاظ می‌شود. برانگیختگی برای اتم $_{18}\mathrm{Ar}$ فقط شامل گذار به حالات 4s و 4p است. همچنین از برخوردهای الکترون-یون به‌خاطر ضعیف-یونیزه بودن پلاسما صرفنظر می‌شود. بنابراین P_{abs} و P_{coll} به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$P_{abs}=\mathbf{J}.\mathbf{E} \qquad (۷)$$

$$P_{coll}=n_e n_n K_i U_i+n_e n_n K_{4s} U_{4s}+n_e n_n K_{4p} U_{4p} \qquad (۸)$$

در این رابطه Kها ضرائب نرخ و Uها انرژی‌ها هستند که مقادیر مشخصی برحسب دمای الکترون دارند [۱۰].

در اکثر کاربردها، معادلات سیالی حاکم بر پلاسما از طریق روش عددی تفاضل-محدود حوزه-زمان با معادلات موج ماکسول، کوپل شده و حل می‌شوند. در اینجا برای تحلیل مسئله ابتدا دو بازه زمانی متفاوت معرفی می‌شود. یک بازه زمانی ΔT_{fluid} که فرض می‌شود تغییرات زمانی کمیت‌های سیال در خلال آن انجام می‌گیرد. بازه زمانی دیگر ΔT_{FDTD} است که روش FDTD برای حل معادلات ماکسول به‌کار می‌گیرد. نکته مهم این است که در محاسبات، معمولاً ΔT_{fluid} خیلی بزرگتر از ΔT_{FDTD} می‌باشد؛ به‌طوری که حتی پس از سپری شدن چندین گام زمانیِ روش FDTD، پارامترهای پلاسما در حین یک دوره زمانی نوسان مایکرویو (ΔT_{fluid}) قطعاً بدون تغییر خواهند ماند. از این‌رو، می‌توان پارامترهای پلاسما را در حالت شبه‌پایا ($\frac{\partial}{\partial t}=0$) بررسی کرد. بنابراین می‌توان معادلات (۱) و (۶) را به شکل‌های زیر کاهش داد:

$$\nabla.\mathbf{\Gamma_e}=K_i n_e n_n \qquad (۹)$$

$$\nabla.\mathbf{q_e}=P_{abs}-P_{coll} \qquad (۱۰)$$

این دو معادله، شکل نهائی معادلات سیالی مورد استفاده برای شبیه‌سازی چشمه‌ی پلاسمای موج سطحی هستند.

۳- بحث و نتایج

۳-۱- روش حل عددی

بعد از مشخص‌شدن روابط اصلی و مفاهیم فیزیکی مسئله، اکنون سعی می‌کنیم تا روش حل دقیقی را بر اساس روش عددی تفاضل-محدود (FD) برای معادلات سیالی پلاسما پیدا نمائیم. برای این منظور نیاز است روی معادلاتی که قرار است با این روش حل شوند بیشتر متمرکز شویم. شکل باز شده‌ی سمت چپ روابط (۹) و (۱۰) با استفاده از روابط پیشین عبارتند از:

$$\begin{aligned}\nabla.\mathbf{\Gamma_e}=&-\frac{\mu_e D_i+\mu_i D_e}{\mu_e+\mu_i}\nabla^2 n_e\\&-\frac{\mu_i}{\mu_e+\mu_i}\frac{k_B n_e}{m_e \nu_{en}}\nabla^2 T_e-\frac{2\mu_i}{\mu_e+\mu_i}\frac{k_B}{m_e \nu_{en}}\nabla n_e.\nabla T_e\end{aligned} \qquad (۱۱)$$

$$\begin{aligned}\nabla.\mathbf{q_e}=&-\frac{5}{2}\left(1+\frac{\mu_i}{\mu_e+\mu_i}\right)k_B n_e D_e\nabla^2 T_e\\&-\frac{5}{2}\frac{\mu_e D_i+4\mu_i D_e+\mu_e D_e}{\mu_e+\mu_i}k_B\nabla n_e.\nabla T_e\\&-\frac{5}{2}\frac{\mu_e D_i+\mu_i D_e}{\mu_e+\mu_i}k_B T_e\nabla^2 n_e\\&-\frac{5}{2}\left(1+\frac{\mu_i}{\mu_e+\mu_i}\right)\frac{k^2_B n_e}{m_e \nu_{en}}\nabla T_e.\nabla T_e\end{aligned} \qquad (۱۲)$$

همان‌طور که از روابط اخیر مشخص است با مسئله‌ای مواجه هستیم که سه متغیر مستقل داشته و برحسب عبارات شامل n_e و T_e و گرادیان‌های آن‌هاست. از این‌رو، می‌توان این دو معادله را با هم به‌عنوان یک دستگاه معادلات PDE غیرخطی در نظر گرفت. اما روابط (۱۱) و (۱۲) را می‌توان ساده‌تر نوشت:

$$a_1\nabla^2 n_e+a_2 n_e\nabla^2 T_e+a_3\nabla n_e.\nabla T_e=\left(K_i n_n\right)n_e \qquad (۱۳)$$

$$\begin{aligned}&b_1 n_e T_e\nabla^2 T_e+\left(b_2+b_5 T_e\right)T_e\nabla^2 n_e\\&+\left(b_2+b_3 T_e\right)\nabla n_e.\nabla T_e+b_4 n_e\nabla T_e.\nabla T_e\\&=P_{abs}-P_{coll}\end{aligned} \qquad (۱۴)$$

که ضرائب a_i و b_i برحسب تحرک‌پذیری، ضریب پخش و سایر عبارات هستند که تنها به‌منظور درک بهتر این دو معادله تعریف شدند. در اینجا برای حل همزمان معادلات گسسته‌سازی شده تفاضل-محدود از روش واهلش متوالی (SOR) استفاده می‌شود که برای مسئله فعلی بهترین انتخاب است [۱۲-۱۱]. برای این منظور می‌بایست n_e و T_e را بصورت باقیمانده برای بکاربردن در روش SOR داشته باشیم. بنابراین سعی می‌شود که n_e از معادله (۱۳) و T_e از معادله (۱۴) استخراج گردد. در این صورت داریم:

$$n_e^{i,j,k}=\frac{\text{numerator}}{\text{denominator}}\equiv R_{n_e} \qquad (۱۵)$$

$$T_e^{i,j,k}=\frac{\text{numerator}}{\text{denominator}}\equiv R_{T_e} \qquad (۱۶)$$

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-01]

که $n_e^{i,j,k}$ و $T_e^{i,j,k}$ مقادیر چگالی و دمای الکترون منتسب به هر نقطه از شبکه بندی تفاضل-محدود هستند. در این روابط صورت و مخرج کسر عباراتی بر حسب n_e و T_e دارند که در نقاطی غیر از نقطه مجهولِ (i,j,k) تعریف شده‌اند؛ بنابراین برای استفاده در روش SOR مناسب هستند. در نهایت، مقادیر محاسباتی برای $n_e^{i,j,k}$ و $T_e^{i,j,k}$ بدین صورت خواهد بود [۱۲-۱۱]:

$$R_1 \equiv \omega\left(R_{n_e} - n_e^{i,j,k}\right) \Rightarrow n_e^{i,j,k} = n_e^{i,j,k} + R_1 \qquad (۱۷)$$

$$R_2 \equiv \omega\left(R_{T_e} - T_e^{i,j,k}\right) \Rightarrow T_e^{i,j,k} = T_e^{i,j,k} + R_2 \qquad (۱۸)$$

در این روابط، ω فاکتور واهلش و R_1 و R_2 به‌ترتیب مقادیر باقیمانده برای $n_e^{i,j,k}$ و $T_e^{i,j,k}$ هستند. همچنین شرط مرزی زیر که معرف وجود غلاف پلاسمائی در مجاورت دیواره‌هاست لحاظ می‌شود که در آن $\Gamma_{e\perp}$ و $q_{e\perp}$ مؤلفه-های عمود بر دیواره‌ها بوده و u_B سرعت بوهم است [۹]:

$$\Gamma_{e\perp} = n_e\big|_{sheath} u_B = 0.605 n_e\big|_{bulk} \sqrt{\frac{k_B T_e\big|_{sheath}}{m_i}} \qquad (۱۹)$$

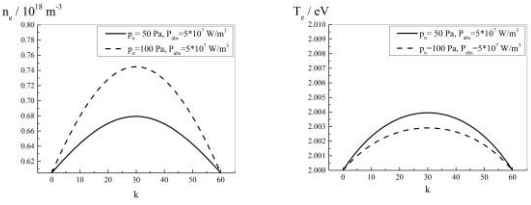
$$q_{e\perp} = k_B T_e\big|_{sheath} \left(2.5 + \ln\sqrt{\frac{m_i}{2\pi m_e}}\right) \Gamma_{e\perp} \qquad (۲۰)$$

۳-۲- شبیه سازی و نتایج

روابط تفاضلی به دست آمده در قسمت قبل با وارد شدن در کدی که بر اساس روش واهلشی مقداری را به هر نقطه از فضای محاسباتی نسبت می‌دهد، به پاسخ‌هایی با کمترین خطا همگرا می‌شوند. مقادیر اولیه به صورت $n_{e0} = 1.0\times10^{18} m^{-3}$ و $T_{e0} = 2.0\, eV$ به‌ترتیب برای چگالی پلاسما و دمای الکترون درنظر گرفته می‌شود که با فرضیات اولیه مطابقت دارند. نتایج شبیه‌سازی در قالب شکل ۲ ارائه می‌گردد. این شکل‌ها به‌طور کلی برای دو حالت مختلف فشار گاز آرگون p_n و یک مقدار توان جذب شده در پلاسما P_{abs} رسم شده‌اند. همان‌طور که مشخص است با افزایش فشار گاز، چگالی افزایش و دما کاهش می‌یابد. در این قسمت به همین نتیجه بسنده می-کنیم، چراکه توجیه کامل‌تر زمانی قابل ارائه خواهد بود که مسئله اخیر بعد از لحاظ کوپل‌شدگی و اضافه شدن انتشار موج بررسی گردد.

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش سعی شد معادلات سیالی در محفظه چشمه‌ی پلاسمای موج سطحیِ راست‌گوشه حل شده و توزیع فضائی دو پارامتر اصلی پلاسما در تمام دامنه‌ی محاسباتیِ تعریف شده مشخص گردد. بدین ترتیب گامی دیگر در جهت نیل به هدف جفت‌سازی (کوپل) معادلات موج ماکسول با معادلات سیالی در پلاسما برداشته شد.



شکل ۲: تغییرات چگالی پلاسما (چپ) و دمای الکترون (راست) در مرکز ساختار مکعبی برحسب ارتفاع اتاقک پلاسما. نتایج شبیه‌سازی برای یک مقدار توان جذب شده و دو مقدار فشار گاز مشخص شده‌اند.

مراجع

[1] H. Sugai, I. Ghanashev and M. Nagatsu, *High-density flat plasma production based on surface waves*, **Plasma Sourc. Sci. Tech**. 7 (1998) 192–205.

[2] M. Nagatsu, S. Morita, I. Ghanashev, A. Ito, N. Toyoda, and H. Sugai, *Effect of slot antenna structures on production of large-area planar surface wave plasmas excited at 2.45 GHz*, **J. Phys. D, Appl. Phys.** 33 (2000) 1143–1149.

[3] M. Nagatsu, K. Naito, A. Ogino, and K. Ninomiya, *Characteristics of surface-wave and volume-wave plasmas produced with internally mounted large-area planar microwave launcher*, **Appl. Phys. Lett.** 87 (2005) 161501-1–161501-3.

[4] M. Nagatsu, K. Naito A. Ogino, and S. Nanko, *Production of large-area surface-wave plasmas with an internally mounted planar cylindrical launcher*, **Plasma Sourc. Sci. Tech.** 15 (2006) 37–41.

[5] Z. Chen, M. Liu, P. Zhou, W. Chen, C. Lan and X. Hu, *A novel structure of slot-antenna array for producing large-area planar surface-wave plasmas*, **Plasma Sci. Technol.** 10 (2008) 655–660.

[6] C. Lan, Z. Chen, M. Liu, Z. Jiang and X. Hu, *Three-dimensional numerical simulation of surface-wave plasma source*, **Plasma Sci. Tech.** 11 (2009) 66–70.

[7] C. Lan, X. Hu, Z. Jiang and M. Liu, *Effect of air gap on uniformity of large-scale surface-wave plasma*, **Chin. Phys. Lett.** 26 (2009) 115201-1–115201-4.

[8] A. R. Niknam, M. Menati, M. Hashemzadeh, and M. M. Zahedi, *Fundamentals of slot antenna designing for application in surface wave plasma sources*, **IEEE Trans. Plasma Sci.** 40 (2012) 470–480.

[9] M. A. Lieberman and A. J. Lichtenberg, *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*, New York: Wiley, 2005.

[10] S. Ashida, C. Lee and M. A. Lieberman, *Spatially averaged (global) model of time modulated high density argon plasmas*, **J. Vac. Sci. Tech. A** 13 (1995) 2498–2507.

[11] B. Carnahan, H. A. Luther, and J. O. Wilkers, *Applied Numerical Methods*, Wiley, 1969.

[12] M. N. O. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics*, CRC Press, 2001.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-01]