



لیفن
اپتیک و فوتونیک ایران

بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه ۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز



تولید حالت فوتون-افزوده درهم‌تنیده و جلوه‌های فیزیکی آن

مهدیه مقامی^۱ و محمدکاظم توسلی^{۲*}

^۱گروه اتمی و ملکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

^۲گروه پژوهشی فوتونیک، مرکز تحقیقات مهندسی، دانشگاه یزد، یزد

چکیده - برهم‌کنش بین یک اتم دوترازی با یک میدان کوانتیده تکمد به تولید حالت‌های درهم‌تنیده اتم-میدان منجر می‌شود. این حالت‌ها توسط مدل استاندارد جینز-کامینگز به دست می‌آیند. با در نظر داشتن حالت‌های همدوش (استاندارد) فوتون-افزوده، در این مقاله حالت‌های فوتون-افزوده درهم‌تنیده را، که با کنش مکرر عملگر a^\dagger روی حالت‌های درهم‌تنیده اتم-میدان تولید می‌شوند، معرفی می‌کنیم. در آخر، به منظور بررسی ویژگی‌های غیرکلاسیکی این حالت‌ها، وارونی جمعیت، آنتروپویی خطی، چلاندگی و آمار کوانتومی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

کلید واژه - حالت‌های همدوش فوتون-افزوده، درهم‌تنیدگی، ویژگی‌های غیرکلاسیکی.

Production of Photon-Added Entangled State and its Physical Appearances

Mahdieh Maghami¹, Mohmad Kazem Tavassoly^{1,2}

¹Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University, Yazd

²Photonics Research Group, Engineering Research Center, Yazd University, Yazd

Abstract- The interaction between a two-level atom with a single-mode quantized field produces the atom-field entangled state. This state is obtained by the Jaynes-Cummings model. Considering the photon- added (standard) coherent state, in this paper, we will introduce the photon-added entangled state that is produced by repeated action of creation operator a^\dagger on the atom-field entangled state. At last, we will investigate the nonclassical properties of the obtained state, via evaluating population inversion, linear entropy, squeezing and quantum statistics.

Keywords: Photon-added coherent states, Entanglement, Nonclassical properties.

$$C_{b,n}(t) = -C_{n-1}(0) \frac{2ig\sqrt{n}}{\Omega_{n-1}} \sin\left(\frac{\Omega_{n-1}t}{2}\right) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \quad (3)$$

در روابط بالا نمادهای زیر انتخاب شده‌است:

$$C_n(0) = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \left(\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \right), \quad \Omega_n^2 = \Delta^2 + 4g^2(n+1) \quad (4)$$

۲- تولید حالت همدوس فوتون-افزوده

در هم‌تنیده

با اثراً دادن عملگر $a^{\dagger m}$ بر روی بردار حالت $|\psi(t)\rangle$ در رابطه (۱) حالت همدوس فوتون-افزوده در هم‌تنیده زیر را تولید

$$\text{می‌کنیم} \quad : \quad \left(a^{\dagger m} |\psi(t)\rangle \right) = |\psi(t), m\rangle \quad (5)$$

$$|\psi(t), m\rangle = \sum_n C_{a,n,m}(t) |a,n\rangle + \sum_n C_{b,n,m}(t) |b,n\rangle \quad (6)$$

$$C_{a,n,m}(t) = C_n(0) \left(\cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) - \frac{i\Delta}{\Omega_n} \sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) \right) e^{\frac{i\Delta t}{2}} \sqrt{\frac{(n+m)!}{n!}} \quad (7)$$

$C_{b,n,m}(t) = -C_{n-1}(0) \frac{2ig\sqrt{n}}{\Omega_{n-1}} \sin\left(\frac{\Omega_{n-1}t}{2}\right) e^{-\frac{i\Delta t}{2}} \sqrt{\frac{(n+m)!}{n!}}$

حال که شکل صریح حالت موردنظر به دست آمد، می‌توان ویژگی‌های فیزیکی آن را مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. بدین منظور وارونی جمعیت، آنتروپی خطی، چلاندگی و آمار کوانتومی را بررسی می‌کنیم. در تمام محاسبات ارائه شده ثابت جفت‌شدن $g=1$ و تعداد متوسط فوتون‌های میدان ۲۵ است، مگر اینکه به طور صریح ذکر شده باشد.

۲-۱- وارونی جمعیت

وارونی جمعیت اتمی با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$W(t) = \sum_n \left(|C_{a,n,m}(t)|^2 - |C_{b,n,m}(t)|^2 \right) \quad (8)$$

۱- مقدمه

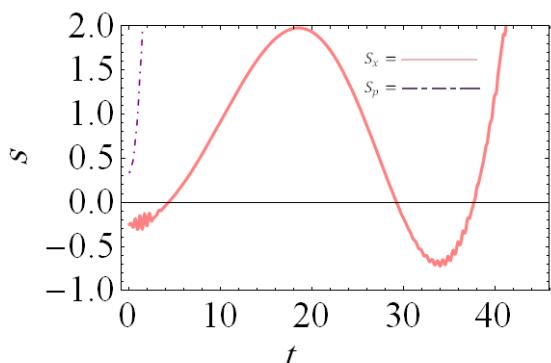
حالات‌های همدوس استاندارد $|\alpha\rangle$ بخش مهمی از اپتیک کوانتومی را به خود اختصاص داده‌اند. این حالات ویژه‌حالات عملگر نابودی بوزونی a هستند $(a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle)$ و در عین حال به عنوان شبیه‌ترین حالت کوانتومی به میدان‌های تابشی کلاسیک شناخته می‌شوند. با کشف ارتباط بین لیزر و حالات‌های همدوس، این حالات‌ها مورد توجه بسیار قرار گرفتند. تعمیم این حالات و تولید حالات‌های همدوس تعمیم‌یافته قابلیت بروز ویژگی‌های غیرکلاسیکی را دارند. یکی از مهم‌ترین این تعمیم‌ها حالات‌های همدوس فوتون-افزوده هستند که توسط اگرول و تارا به شکل $|\alpha, m\rangle = N a^{\dagger m} |\alpha\rangle$ معرفی شدند [۱]. ویژگی‌های این حالات با بررسی پارامترهایی مانند چلاندگی مرتبه اول،تابع توزیع احتمال،تابع توزیع ویگنر و پارامتر مندل مطالعه شده‌است. حالات‌های همدوس فوتون-افزوده می‌توانند در فرایندهای برهم‌کنش اتم-میدان در کاواک تولید شوند. اخیراً این حالات به ازای $m=1$ به طور آزمایشگاهی نیز توسط زاوایا و همکارانش تولید شده‌اند [۲]. از سوی دیگر، در هم‌تنیدگی یک ویژگی قابل توجه در مکانیک کوانتومی در سامانه‌های چندقسمتی است. سامانه‌های کوانتومی شناخته‌شده‌ی بسیاری قابلیت تولید حالات‌های در هم‌تنیده را دارند. یکی از شناخته‌شده‌ترین آن‌ها برهم‌کنش یک اتم دوترازی با یک میدان تابشی کوانتیده تکمد است که توسط مدل جیز-کامینگز به خوبی توصیف می‌شود و حالت بنیادی‌ای برای درک برهم‌کنش بین نور و ماده در اپتیک کوانتومی است. این مدل تعدادی از پدیده‌هایی که قابل توصیف با مکانیک کلاسیک نیست، را به درستی توجیه می‌کند. بردار حالت سامانه مذبور به صورت زیر به دست آمده است [۳]:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n (C_{a,n}(t) |a,n\rangle + C_{b,n}(t) |b,n\rangle) \quad (1)$$

که در آن دامنه‌های احتمال $C_{a,n}$ و $C_{b,n}$ با روابط زیر توصیف می‌شوند ($\Delta = \omega - \nu$):

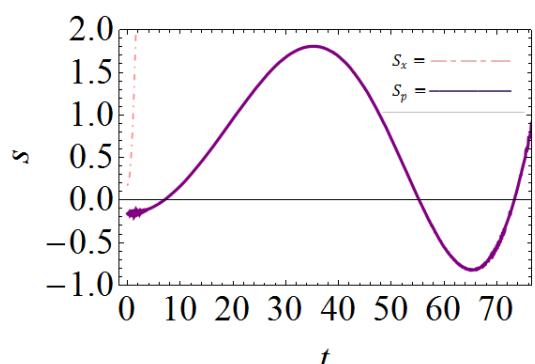
$$C_{a,n}(t) = C_n(0) \left(\cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) - \frac{i\Delta}{\Omega_n} \sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) \right) e^{\frac{i\Delta t}{2}} \quad (2)$$

چلاندگی در مولفه‌های مکان و تکانه میدان با رابطه $S_{x_i} = 2(\Delta x_i)^2 - 1$, ($x_i = x, p$) اندازه‌گیری می‌شود.

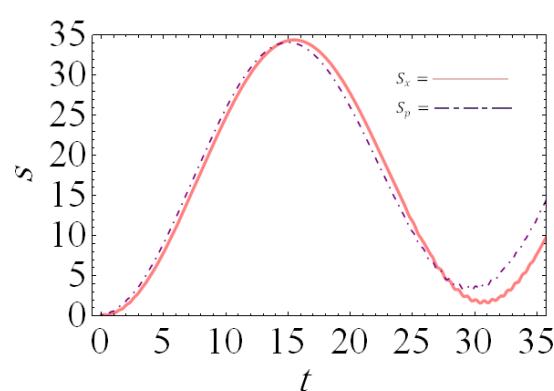


شکل ۳: چلاندگی به ازای $\Delta = 5$, $m = 5$ و $\alpha = 5$.

نمودار رسم شده در شکل ۳، وقوع چلاندگی در راستای x را در دو بازه‌ی زمانی به ازای مقادیر معین شده نشان می‌دهد.

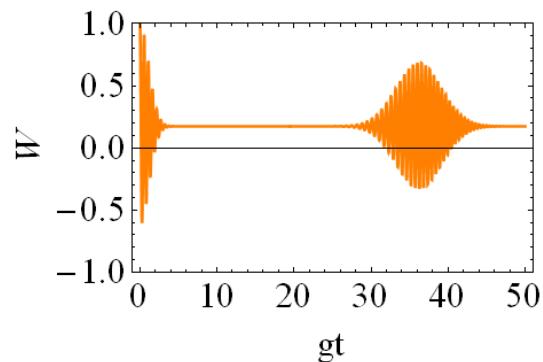


نمودار رسم شده شکل ۴ وقوع چلاندگی در مولفه تکانه در برخی بازه‌های زمانی را نشان می‌دهد.



شکل ۵: چلاندگی به ازای $\Delta = 5$, $m = 5$, $\alpha = 2.5 + 2.5i$.

شکل ۵ عدم وقوع چلاندگی به ازای α و پارامترهای

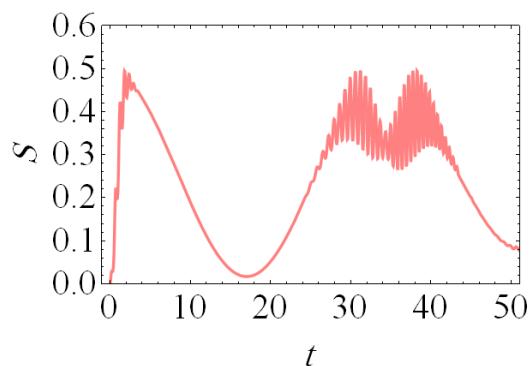


شکل ۱: وارونی جمعیت به ازای $m = 1$ و $\Delta = 5$.

شکل ۱ نمودار وارونی جمعیت را برای حالت فوتون-افزوده درهم‌تنیده (۵) به ازای پارامترهای مشخص شده در نمودار نشان می‌دهد. پدیده کوانتومی محض فروافت-احیا به خوبی در این شکل دیده می‌شود.

۲-۲- آنتروپی خطی

در مکانیک کوانتومی می‌توان حالت سامانه را با ماتریس چگالی تعریف کرد. آنتروپی خطی یک کمیت وابسته به ماتریس چگالی است که با رابطه $S(t) = 1 - \text{Tr}(\rho^2)$ تعریف می‌شود و معیاری برای سنجش درهم‌تنیدگی است. افزایش (کاهش) آنتروپی متناظر است با افزایش (کاهش) درهم‌تنیدگی است.



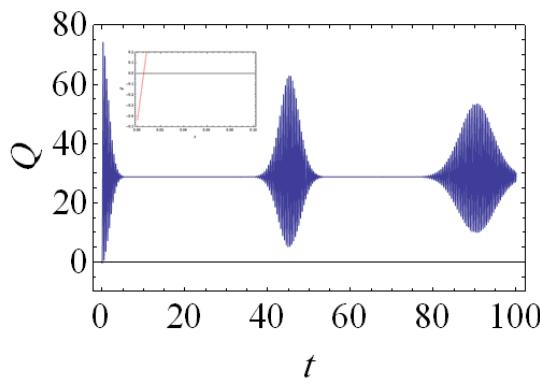
شکل ۲: آنتروپی خطی به ازای $m = 5$ و $\Delta = 1$.

شکل ۲ تغییرات آنتروپی خطی، که بیانگر میزان درهم‌تنیدگی بین زیرسامانه‌های اتم و میدان است، را به ازای پارامترهای مشخص شده نشان می‌دهد.

۳-۲- چلاندگی

وقوع چلاندگی در برخی از حالت‌های میدان تابشی، از جمله جلوه‌های بسیار جالب برهم‌کنش اتم-میدان است.

پواسونی، زیرپواسونی و فراپواسونی را نشان می‌دهد.



شکل ۸: پارامتر مندل به ازای $m=10$ و $\Delta=10$.

شکل ۸ پارامتر مندل را بر حسب زمان نشان می‌دهد که بیانگر توزیع زیرپواسونی در زمان‌های اولیه است. در عین حال، وقوع پدیده فروافت-احیا در این شکل از جلوه‌های بارز غیرکلاسیکی بودن حالت به دست آمده در این مقاله است.

۳- نتیجه‌گیری

به طور خلاصه، با معرفی رده‌ی جدیدی از حالت‌های فوتون-افرودهی در هم‌تنیده، برخی ویژگی‌های غیرکلاسیکی آن‌ها را بررسی کردیم. تجزیه و تحلیل‌های عددی، نشان‌دهنده‌ی وقوع پدیده‌های کاملاً کوانتومی فروافت-احیا در وارونی جمعیت و پارامتر مندل، همچنین تغییرات در هم‌تنیدگی و چلاندگی بر حسب زمان بررسی گردید. قابل توجه است که برخلاف حالت‌های فوتون-افروده، با توجه به پارامترهای متعددی که با معرفی حالت فوتون-افروده در هم‌تنیده در این مقاله در اختیار داریم، امکان دسترسی به پدیده‌های غیرکلاسیکی مختلف در دامنه‌های متفاوت میسر است.

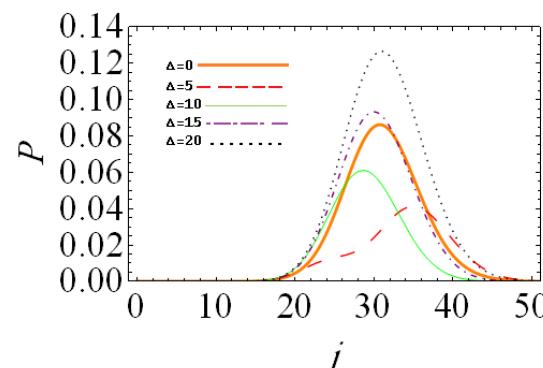
مراجع

- [1] G. S. Agarwal and K. Tara, *Nonclassical properties of states generated by the excitations on a coherent state*, p. 492, *Phys. Rev. A* **43**, 1991.
- [2] A. Zavatta, S. Viciani, M. Bellini, *Quantum-to-classical transition with single-photon-added coherent states of light*, p. 660, *Science* **306**, 2004.
- [3] M. O. Scully, M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, p. 198, Cambridge Uni. Press, Edit. 3, 2001.

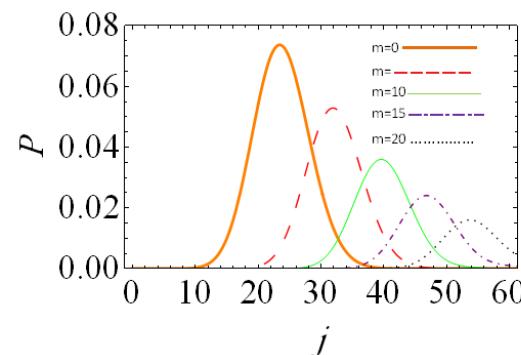
معین m و Δ را به تصویر می‌کشد.

۴-۲- آمار کوانتومی

عدد اشغال فوتونی از رابطه $P(j)=|\langle j|\Psi(t),m\rangle|^2$ قابل محاسبه است. شکل ۶ و ۷ به ترتیب تغییرات تابع توزیع احتمال به ازای Δ ‌های مختلف و m ‌های مختلف را نشان می‌دهد. مطابق شکل ۶ با انتخاب پارامترهای داده شده، با افزایش Δ از صفر به ۱۰، $P(j)$ کاهش می‌یابد ولی به ازای مقادیر بزرگتر ۱۵ و ۲۰ مجدداً افزایش چشم‌گیری پیدا می‌کند. همان‌گونه که در شکل ۷ دیده می‌شود با افزایش m ، قله نمودارها ضمن کاهش، به سمت تعداد فوتون‌های بیشتر جایجا می‌شود.



شکل ۶: تابع توزیع احتمال به ازای Δ ‌های مختلف و $m=3$.



شکل ۷: تابع توزیع احتمال به ازای m ‌های مختلف و $\Delta=10$.

پارامتر مندل مربوط به یک میدان تکمد با معیار زیر مورد بررسی قرار می‌گیرد:

$$Q = \frac{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle} - 1, \quad n = a^\dagger a \quad (9)$$

مقادیر $Q < 0$ ، $Q=0$ و $Q > 0$ به ترتیب توزیع‌های