بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

آهنگ واپاشی اتم برانگیخته در حضور پلاسمون‌های سطحی

پرنیان خوانین[۱]، سلمی موسوی [۱]، فردین خیراندیش[۲] و حمیدرضا محمدی خشوئی[۲]

[۱]گروه فیزیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان

[۲]گروه پژوهشی اپتیک کوانتومی، دانشگاه اصفهان، اصفهان

چکیده – آهنگ واپاشی یک اتم برانگیخته در تقریب دوقطبی توسط قاعده طلایی فرمی توصیف می‌شود که با استفاده از قضیه اتلاف افت و خیز و فرمول کوبو به قسمت موهومی تابع گرین پتانسیل برداری مرتبط می‌باشد. در این مقاله رفتار آهنگ واپاشی یک اتم برانگیخته را که در نزدیکی یک فلز حقیقی قرار دارد، بررسی می‌کنیم و مشاهده می‌شود که در اثر حضور پلاسمون‌های سطحی آهنگ واپاشی اتم برانگیخته هنگامیکه دوقطبی نزدیک به سطح است، به سمت مقادیر بالا میل می‌کند.

کلید واژه- آهنگ واپاشی، پلاسمون‌های سطحی، تابع گرین پتانسیل برداری، قانون طلایی فرمی

Decay rate of an excited atom in the presence of surface plasmons

Parnian Khavanin[1], Salma Mousavi[1], Fardin Kheirandish[2], and Hamidreza Mohammadi[2]

[1]Department of Physics, University of Isfahan, Isfahan, Iran

[2]Quantum Optics Group, University of Isfahan, Isfahan, Iran

Abstract- The decay rate of an excited atom in the dipole approximation is described by using Fermi's golden rule which is related to the imaginary part of the vector potential Green's function by applying the fluctuation dissipation theorem and Kubo's formula. In this paper, we examined the radiative properties of an excited atom in front of a real metal and it can be seen that the decay rate of an excited atom in the presence of surface plasmons increases as the distance between atom and the surface vanishes.

Keywords: decay rate, surface plasmons, vector potential Green's function, Fermi's golden rule

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-17]

۱- مقدمه

سال‌های طولانی محققان بر این باور بودند که آهنگ گذار، یک خاصیت تغییر ناپذیر از خواص یک اتم برانگیخته است، ولی در واقع این اثر به دلیل برهم‌کنش اتم و میدان خلا اتفاق می‌افتد. حالت پایه میدان‌های الکترومغناطیسی را حالت خلا (الکترومغناطیسی) می‌گویند. آثار غیرقابل چشم-پوشی چنین میدان‌هایی هم در محدوده میکروسکوپی[۱]- به شکل ویژگی‌های تابشی یک اتم و یا یک مولکول- و هم در محدوده ماکروسکوپی- به صورت نیروی کازیمیر[۲و۱]- مشاهده می‌شود. این آثار به ویژه در سامانه‌های میکروسکوپی بیشتر به چشم می‌خورد.

در حضور سطوح مرزی، حالت پایه میدان الکترومغناطیسی تغییر کرده و در نتیجه ساختار و نوسانات میدان خلا عوض می‌شود. بنابراین انتظار داریم تمام پدیده‌هایی که بر اثر برهم‌کنش با خلا کوانتومی اتفاق می‌افتند، در حضور سطوح مرزی متفاوت رفتار کنند.

فرآیند برهم‌کنش امواج الکترومغناطیسی و سطوح مادی را می‌توان توسط پدیده تشکیل پلاسمون‌های سطحی توصیف نمود. پلاسمون‌های سطحی به امواج الکترومغناطیسی سطحی گفته می‌شود که در اثر جفت شدن نور فرودی با نوسان‌های روی سطح به وجود می‌آیند. این امواج سطحی همواره در فصل مشترک دو محیطی که بخش حقیقی تابع دی‌الکتریک آن‌ها مختلف العلامه هستند، منتشر می‌شوند. پلاسمون‌های سطحی امواج میرا هستند که دامنه میدان الکترومغناطیسی آن‌ها با دور شدن از فصل مشترک کاهش می‌یابد[۷].

در این مقاله به بررسی تغییر آهنگ گذار یک اتم برانگیخته در حضور یک فلز حقیقی می‌پردازیم. در کارهای قبلی آهنگ واپاشی یک اتم برانگیخته در مقابل یک رسانای کامل بررسی شده است[۴و۳]. اگر به جای یک رسانای کامل یک فلز حقیقی قرار دهیم، روی آن پلاسمون‌های سطحی تشکیل می‌شود. حضور این پلاسمون‌ها حالت پایه میدان کوانتومی را تغییر داده و در نتیجه باعث تغییر در آهنگ گذار اتم برانگیخته می‌شود. به همین منظور در بخش ۲ فرمول‌های اساسی و مورد نیاز را ارائه می‌دهیم که شامل فرمول اصلی مربوط به آهنگ واپاشی اتم برانگیخته و همچنین مولفه‌های تابع گرین پتانسیل برداری محیط مورد نظر می‌باشد. محاسبات مربوط به آهنگ گذار اتم برانگیخته در مقابل یک فلز واقعی با استفاده از تابع گرین در قسمت ۳ انجام خواهد شد. در نهایت در بخش نتیجه‌گیری، نتایج به طور خلاصه بیان می‌شود.

۲- مبانی نظری

در یک تحلیل کوانتومی نیاز به شکل صریح عملگرهای میدان الکترومغناطیسی داریم. در واقع مشکل، فرم پیچیده میدان‌ها در هندسه‌هایی نظیر یک کاواک و یا در مجاورت یک سطح فلز می‌باشد. بنابراین داشتن روش‌هایی که در آن‌ها به شکل صریح میدان نیاز نیست، بسیار مهم است.

۲-۱- آهنگ واپاشی اتم برانگیخته

آهنگ واپاشی برای یک سامانه کوانتومی دوترازی که در مکان $\mathbf{r}=\mathbf{r}_0$ قرار دارد، را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد[۶و۴]

$$\Gamma=\frac{2}{\hbar}\omega^2\,\mathrm{Im}[\mu.\ddot{\mathbf{D}}(\mathbf{r}_0,\mathbf{r}_0,\omega_0).\mu] \qquad (۱)$$

که در آن $\mathbf{r}_0$، ω_0 و μ به ترتیب موقعیت، فرکانس گذار و ممان دوقطبی اتم است. در اینجا بهتر است از تابع گرین بدون بعد استفاده کنیم

$$D_{\alpha\beta}(\mathbf{r},\mathbf{r}',\omega)=\frac{\omega}{4\pi\varepsilon_0 c^3}\Im_{\alpha\beta}(\mathbf{r},\mathbf{r}',\omega) \qquad (۲)$$

که در آن ε_0 و c به ترتیب ضریب گذردهی خلا و سرعت نور می‌باشند. همچنین شاخص‌های تکراری α و β جمعبندی روی مختصات دکارتی را نمایش می‌دهند $\alpha,\beta=x,y,z$. بنابراین آهنگ واپاشی اتم برانگیخته به صورت زیر بدست می‌آید

$$\Gamma_\alpha=\frac{3}{2}\Gamma_0\,\mathrm{Im}[\Im_{\alpha\alpha}(\mathbf{r}_0,\mathbf{r}_0,\omega_0)] \qquad (۳)$$

که در آن Γ_0 اهنگ واپاشی اتم در فضای تهی است که از رابطه زیر تبعیت می‌کند

$$\Gamma_0=\frac{\mu^2\omega_0^3}{3\pi\varepsilon_0\hbar c^3} \qquad (۴)$$

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-17]

۲-۲- تابع گرین

فلزی حقیقی را در مجاورت خلا در نظر می‌گیریم($z \le 0$)، به گونه‌ای که فصل مشترک آن‌ها در $z = 0$ باشد. مولفه-های تانسور تابع گرین $D_{j,k}(\mathbf{r},\mathbf{r}';\omega)$، در معادله موج زیر صدق می‌کنند

$$\sum_j (\partial_i \partial_j - \delta_{ij}\nabla^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(z,\omega)\delta_{ij}) D_{jk}(\mathbf{r},\mathbf{r}';\omega) = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\delta_{ik}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \qquad (۵)$$

که در آن

$$\varepsilon(z;\omega) = \begin{cases} 1 & z > 0 \\ \varepsilon(\omega) & z < 0 \end{cases} \qquad (۶)$$

و با استفاده از خواص تقارنی می‌توان نوشت

$$D_{jk}(\mathbf{r},\mathbf{r}';\omega) = \frac{1}{2\pi^2}\int d^2k_\parallel e^{i\mathbf{k}_\parallel\cdot(\mathbf{r}_\parallel-\mathbf{r}'_\parallel)} d_{jk}(\mathbf{k}_\parallel\omega \mid zz') \qquad (۷)$$

که در آن $\mathbf{k}_\parallel$ و $\mathbf{r}_\parallel$ بردارهای دو بعدی هستند که به ترتیب با مختصات‌های $(k_x,k_y,0)$ و $(x,y,0)$ نمایش داده می‌شوند. با انجام محاسبات نسبتا وقت‌گیر، مولفه‌های $d_{jk}(\mathbf{k}_\parallel\omega \mid z_0 z_0)$ بدست می‌آیند که ما فقط به مؤلفه‌های زیر نیاز داریم[۵]

$$d_{zz}(k_\parallel\omega, z_0 z_0) = -\frac{ik_\parallel^2}{2\varepsilon_0 k\omega^2}\left(\frac{k_1+\varepsilon(\omega)k}{k_1-\varepsilon(\omega)k}e^{2ikz_0}-1\right) - \frac{1}{\varepsilon_0\omega^2} \qquad (۸)$$

$$d_{xx}(k_\parallel\omega \mid z_0 z_0) + d_{yy}(k_\parallel\omega \mid z_0 z_0) = \frac{ik}{2\varepsilon_0\omega^2}\left(\frac{k_1+\varepsilon(\omega)k}{k_1-\varepsilon(\omega)k}e^{2ikz_0}+1\right) - \frac{i}{2\varepsilon_0 kc^2}\left(\frac{k_1+k}{k_1-k}e^{2ikz_0}-1\right) \qquad (۹)$$

که در آن

$$k = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}-k_\parallel^2} \qquad \frac{\omega^2}{c^2} > k_\parallel^2$$
$$= i\sqrt{k_\parallel^2-\frac{\omega^2}{c^2}} \qquad \frac{\omega^2}{c^2} < k_\parallel^2 \qquad (۱۰)$$
$$k_1 = i\sqrt{\varepsilon(\omega)\frac{\omega^2}{c^2}-k_\parallel^2}.$$

۳- آهنگ واپاشی اتم برانگیخته مقابل یک فلز حقیقی

در این قسمت هدف بدست آوردن آهنگ واپاشی اتم برانگیخته می‌باشد. ابتدا حالتی را بررسی خواهیم کرد که در آن ممان دوقطبی اتم برانگیخته در فاصله $z = z_0 \ge 0$ از سطح فلز به صورت عمود قرار گرفته است که آهنگ گذار مربوطه را با $\Gamma_\perp$ نمایش می‌دهیم. بدین منظور با جایگذاری فرمول (۸) در (۷) داریم

$$\mathrm{Im}[D_{zz}(\mathbf{r}_0,\mathbf{r}_0,\omega)] = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\omega^2}\mathrm{Im}[i\int_0^\infty \frac{k_\parallel^3}{k}\left(\frac{k_1+\varepsilon(\omega)k}{k_1-\varepsilon(\omega)k}e^{2ikz_0}-1\right)dk_\parallel] \qquad (۱۱)$$

$\Gamma_\perp$ را می‌توان با یکسری تغییر متغیر به صورت زیر ساده کرد

$$\frac{\Gamma_\perp}{\Gamma_0} = 1 - \frac{3}{2}\mathrm{Re}[\int_0^1 (1-v^2)\frac{\sqrt{\varepsilon-1+v^2}-\varepsilon v}{\sqrt{\varepsilon-1+v^2}+\varepsilon v}e^{2iqz_0 v}dv] - \frac{3}{2}\mathrm{Im}[\int_0^\infty (1+v^2)\frac{\sqrt{\varepsilon-1-v^2}-i\varepsilon v}{\sqrt{\varepsilon-1-v^2}+i\varepsilon v}e^{-2qz_0 v}dv] \qquad (۱۲)$$

که در آن $q = \frac{\omega}{c}$. با انجام محاسبات یکسان برای حالتی که دوقطبی اتمی موازی سطح فلز است، داریم

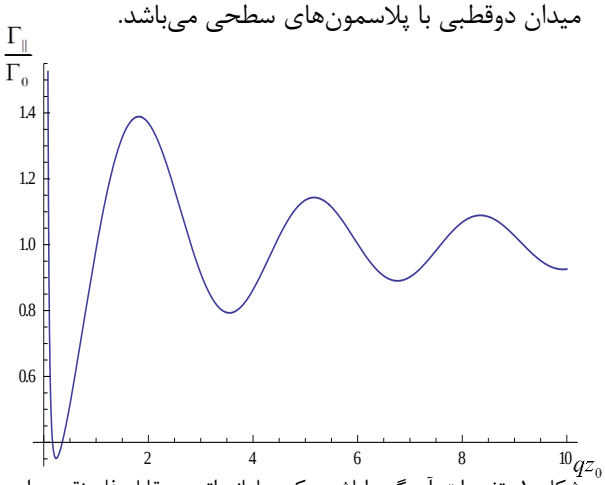
$$\frac{\Gamma_\parallel}{\Gamma_0} = (1 - \frac{3}{4}\mathrm{Re}[\int_0^1 e^{2iqz_0 v}\frac{\sqrt{\varepsilon-1+v^2}-v}{\sqrt{\varepsilon-1+v^2}+v}dv] + \frac{3}{4}\mathrm{Re}[\int_0^1 v^2 e^{2iqz_0 v}\frac{\sqrt{\varepsilon-1+v^2}-\varepsilon v}{\sqrt{\varepsilon-1+v^2}+\varepsilon v}dv] - \frac{3}{4}\mathrm{Im}[\int_0^\infty e^{-2qz_0 v}\frac{\sqrt{\varepsilon-1-v^2}-iv}{\sqrt{\varepsilon-1-v^2}+iv}dv] - \frac{3}{4}\mathrm{Im}[\int_0^\infty v^2 e^{-2qz_0 v}\frac{\sqrt{\varepsilon-1-v^2}-i\varepsilon v}{\sqrt{\varepsilon-1-v^2}+i\varepsilon v}dv]) \qquad (۱۳)$$

حل تحلیلی انتگرال‌های بالا بسیار مشکل است و ناچاریم از روش‌های عددی استفاده کنیم. نتایج حاصل در شکل‌های ۱ و ۲ نمایش داده شده‌اند. این نمودارها تغییرات آهنگ واپاشی را در فواصل متفاوت اتم از فلز نقره با ثابت دی-الکتریک $\varepsilon = -18.2 + 0.5i$، برای دو جهت موازی و عمود ممان دوقطبی اتم برانگیخته نشان می‌دهد.

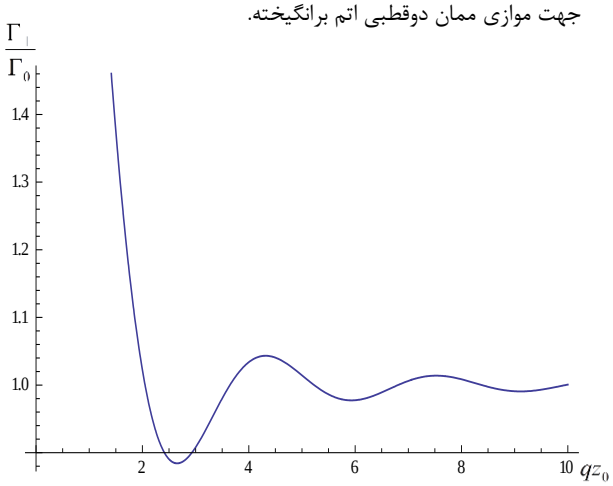
همان‌طور که از نمودار و هم‌چنین معادلات (۱۲) و (۱۳) مشخص است، زمانی‌که دوقطبی در فاصله دور از سطح($z_0 \to \infty$) قرار دارد، آهنگ واپاشی به سمت آهنگ واپاشی اتم در فضای تهی میل می‌کند. مهم‌ترین نکته‌ای که می‌توان دریافت مقادیر بزرگ آهنگ گذار اتم برانگیخته در فواصل بسیار نزدیک به سطح است که به دلیل جفت‌شدگی

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-17]

میدان دوقطبی با پلاسمون‌های سطحی می‌باشد.



شکل ۱: تغییرات آهنگ واپاشی یک سامانه اتمی مقابل فلز نقره برای جهت موازی ممان دوقطبی اتم برانگیخته.



شکل ۲: تغییرات آهنگ واپاشی یک سامانه اتمی مقابل فلز نقره برای جهت عمود ممان دوقطبی اتم برانگیخته.

علاوه براین، نقاط بیشینه و کمینه‌ی نمودارهای ۱ و ۲ به ترتیب مربوط به تداخل سازنده و ویرانگر ناشی از رابطه‌ی مسیر رفت و برگشت فوتونی با طول موج فرودی، هستند. لذا انتظار داریم در فواصل یکسانی به اندازه‌ی یک طول موج بیشینه یا به طور متناظر کمینه‌ی این نمودارها تکرار شود که توجیه‌کننده‌ی رفتار نوسانی آهنگ واپاشی اتم برانگیخته می‌باشد.

می‌توان حالت حدی $\varepsilon(\omega)\to\infty$، رسانای کامل، را در دو رابطه (۱۲) و (۱۳) بررسی کرد. دیده می‌شود که برای $\Gamma_{\perp}$ خواهیم داشت

$$\frac{\Gamma_{\perp}}{\Gamma_0}=1-3\left(\frac{\cos(2qz_0)}{(2qz_0)^2}-\frac{\sin(2qz_0)}{(2qz_0)^3}\right) \qquad (۱۶)$$

$$\frac{\Gamma_{\parallel}}{\Gamma_0}=1-\frac{3}{2}\left(\frac{\sin(2qz_0)}{(2qz_0)}+\frac{\cos(2qz_0)}{(2qz_0)^2}-\frac{\sin(2qz_0)}{(2qz_0)^3}\right) \qquad (۱۷)$$

که به طور دقیق با نتیجه [۴] سازگار است. در این حالت، وقتی اتم نزدیک به سطح($z_0\to 0$) قرار بگیرد، $\Gamma_{\perp}$ به قدار $2\Gamma_0$ و $\Gamma_{\parallel}$ به سمت صفر میل می‌کند.

۴- نتیجه‌گیری

نتایج نشان می‌دهند که بر خلاف رسانای کامل حضور یک فلز حقیقی می‌تواند آهنگ گذار را تا مقادیر بسیار زیادی تغییر دهد. به طور دقیق‌تر اگر فاصله اتم از فلز بسیار بسیار کوچک‌تر از طول موج باشد، آهنگ‌های گذار عمودی و موازی به سمت مقادیر خیلی بزرگ میل می‌کنند.

سپاسگزاری

نویسندگان از تحصیلات تکمیلی دانشگاه اصفهان سپاسگزاری می‌نمایند.

مراجع

[1] Peter, William, Milonni, *The Quantum Vacum*, Academic Press, New York, 1994
[2] H. Casimir, Proc. K. Ned. Akad. Wet. **51**, p. 793, 1948
[3] Matloob, Reza, Phys. Rev. A **61**, 2000
[4] Matloob, Reza, *Radiative properties of an atom in the vicinity of a mirror* Phys. Rev. A **62**, , 2000
[5] Alexei, Maradudin and D. L. Mills, *Scattering and absorption of electromagnetic radiation by a semi-infinte medium in the presence of surface roughness*, Phys. Rev. B **11**, 1975
[6] Novotny Lukas, Hecht Bert, *Principles of nano-optics*, 2006
[7] Stefan alexander, Maier, *Plasmonics Fundamental and Applications*, 2007

[Downloaded from opsi.ir on 2026-07-17]