بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

بررسی تولید حالت‌های‌غیرکلاسیک میدان تابشی در سامانه‌ی اتم به دام افتاده‌ی داخل کاواک در تقریب مرتبه‌ی اول لمب-دیک

سمیه سلیمیان‌ریزی و محمدحسین نادری

گروه‌فیزیک، دانشکده‌علوم، دانشگاه‌اصفهان، خیابان‌هزارجریب، اصفهان

چکیده –در این مقاله به مطالعه‌ی نظری تولید حالت غیرکلاسیک برای میدان داخل کاواک از طریق کنترل پارامتر لمب-دیک می-پردازیم. نشان می‌دهیم با اینکه هامیلتونی سامانه درمرتبه‌ی اول برحسب پارامتر لمب-دیک ظاهراً هیچ غیرخطیتی ندارد، ولیکن وقتی هامیلتونی مؤثر را بدست می‌آوریم سامانه غیرخطیت ذاتی از خود نشان می‌دهد. با استفاده از روش ابرعملگرها عبارتی تحلیلی برای عملگر چگالی میدان بدست می‌آوریم و نمودار وارونی جمعیت اتمی راترسیم می‌کنیم. علاوه‌براین، با بررسی تابع توزیع Q میدان و تحلیل رفتار دینامیکی آن ویژگی‌های میدان تابشی را مورد بررسی قرار می‌دهیم ودرخواهیم یافت که برای یکی از مؤلفه‌های کوادراتوری میدان چلاندگی اتفاق می‌افتد.

کلید واژه- الکترودینامیک کوانتومی داخل کاواک،چلاندگی مؤلفه ی کوادراتوری میدان،سامانه‌ی اتم به دام افتاده، نابودی و بازآفرینش نوسانات رابی

Investigation of generation of non-classical states for the radiation field in the systemof a trapped atom in a cavitywithin the first order of the Lamb-Dickeapproximation

Somayeh, Salimian Rizi and Mohammad Hossein, Naderi

Department of Physics, University of Isfahan, Isfahan

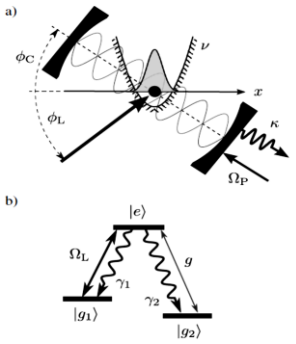
Abstract- In this paper, the generation of non-classical state for thecavity field is investigated by controlling the Lamb-Dicke parameter. It is shown that although there is no apparently non-linear characteristic in the Hamiltonian within the first order of the Lamb-Dickeapproximation, when the effective Hamiltonian is obtained, the system showsan inherent non-linearity. By using the superoperator method, the analytical expression for the density operator is obtained and then the atomic population inversion is analysed. Moreover, by using the dynamical evolution and analysing theQ-distribution function of the field, the non-classical properties of theradiation field is investigated. We show that the quadrature squeezing field will occur for one of the quadraturefield components.

Keywords: Cavity quantum electrodynamics, the squeezing of quadrature component of the field,the system of a trapped atom, the collapseand the revival of Rabi oscillations

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-31]

۱- مقدمه

الکترودینامیک کوانتومی درون کاواک حوزه‌ای از اپتیک کوانتومی است که به مطالعه‌ی برهمکنش تک اتم یا هنگردی از اتم‌ها با یک یا چند مد میدان داخل کاواک می‌پردازد[۱]. در این مقاله به بررسی امکان اثرهای غیر-خطی در برهم‌کنش از طریق کنترل پارامتر لمب-دیک، که معمولاً از طریق کنترل پهنا و عمق پتانسیل دام صورت می‌گیرد می‌پردازیم. در ادامه، ابتدا به معرفی الگوی فیزیکی سامانه‌ی مورد مطالعه می‌پردازیم و سپس به تحلیل رفتار وارونی جمعیت اتمی و تابع توزیع Q میدان خواهیم پرداخت. سرانجام امکان بروز چلاندگی یکی از مؤلفه‌های کوادرتوری میدان را نشان خواهیم داد.



شکل۱: الگوی فیزیکی سامانه.

۲-الگوی فیزیکی سامانه

مطابق شکل(۱) سامانه‌ی مورد مطالعه شامل یک اتم با جرم M و با پیکربندی Λ است که درون یک بازآواگر اپتیکی تحت تأثیر یک پتانسیل دام هماهنگ قرارگرفته است. گذار دوقطبی اتمی $|g_1\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ توسط لیزر کنترل با بسامد رابی Ω_L رانده می‌شود درحالی‌که، گذار $|g_2\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ با مد بازآواگر اپتیکی با بسامد ω_C از طریق لیزر پمپ با بسامد Ω_P و بسامد رابی خلأ g جفت می-شود. حالت برانگیخته با پهنای طبیعی تابشی γ به حالت های $|g_j\rangle$ $(j=1,2)$ فروافت می‌کند به‌طوری‌که $\gamma=\gamma_1+\gamma_2$. ولیکن، برای آنکه در سامانه پراکندگی تک فوتونی اتفاق افتد و از تزریق نوفه اضافی به لیزر پمپ خودداری کرده باشیم و نیز برای ساده‌تر شدن محاسبات از فروافت γ_1 چشم پوشی می‌کنیم. دو فرض اساسی که برای توصیف سامانه در نظرمی‌گیریم بدین صورت است که اولاً، اتم به گونه‌ای درون دام محدود شده باشد که پهنای بسته موج اتمی خیلی کوچکتر از طول موج لیزر باشد به‌طوری‌که، $k\Delta x \ll 1$، (k عدد موج مربوط به لیزر است) در این وضعیت با رژیم موسوم به لمب-دیک سروکار داریم[۲]، بنابراین

$$\eta\sqrt{2\langle m\rangle+1} \ll 1, \qquad (۱)$$

که در آن، $\langle m\rangle$ تعداد میانگین فونون‌های ارتعاشی سامانه و η پارامتر لمب-دیک است که با استفاده از آن، می‌توان اثرهای مکانیکی نور بر حرکت اتمی را بررسی کرد[۳]. دومین فرض آن است که تعداد میانگین فوتون‌های اولیه درون کاواک خیلی کوچکتر از واحد باشد تا از وقوع آثار کوانتومی محض اطمینان یابیم. این دو فرض در کنار یکدیگر شرایطی را فراهم می‌سازد که بتوانیم هامیلتونی سامانه را بسط دهیم و آن را در رژیم اختلالی بررسی کنیم. بسط را تا مرتبه‌ی اول برحسب پارامتر η انجام می-دهیم و با توجه‌به‌این‌که، در این مرتبه از بسط با گذارهای تک فونونی برای درجه آزادی خارجی اتم روبرو هستیم هامیلتونی سامانه عبارت خواهد بود از

$$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{H}_1+O(\eta^2), \qquad (۲)$$

به طوری‌که، $\hat{H}_0$ و $\hat{H}_1$ به ترتیب هامیلتونی‌های متناظر با مرتبه‌ی صفر و مرتبه‌ی اول برحسب پارامتر η هستند که شکل آنها در مرجع[۴] یافت می‌شود. در مرتبه‌ی صفر بر حسب η درجه‌ی آزادی داخلی اتم از درجه‌ی آزادی خارجی اتم واجفتیده می‌شود که معیار آن زمان رسیدن به حالت ایستا است درحالی‌که، در مرتبه‌ی اول حرکت مرکز جرم اتم و لیزر با یکدیگر جفت می‌شوند و درنتیجه درهم‌تنیدگی برای سامانه اتفاق می‌افتد. می‌توان با کنترل درجه‌ی آزادی داخلی اتم، درجه‌ی آزادی خارجی اتم را به سمت یک حالت مشخص (حالت عددی یا حالت چلانده) هدایت کرد و بدین ترتیب مهندسی حالت کوانتومی انجام داد[۵]. هامیلتونی مؤثر برای مرتبه‌ی اول برحسب η بر اساس تبدیل یکانی $\hat{U}(t,0)=Exp[-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_1 t]$، [٦] به صورت زیر بدست می‌آید

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-31]

$$\begin{aligned}\hat{H}_{eff}^{(1)} &= \frac{\hbar\Omega_P g\sin\varphi}{2\Delta}\eta\cos\varphi_C(\hat{b}+\hat{b}^\dagger)(\hat{a}^2\hat{\sigma}_{eg_2}+\hat{a}^{\dagger 2}\hat{\sigma}_{g_2e})\\ &+\frac{\hbar\Omega_P\Omega_L}{4\delta_1}\eta\cos\varphi_L(\hat{b}+\hat{b}^\dagger)(\hat{a}+\hat{a}^\dagger)(\hat{\sigma}_{eg_1}+\hat{\sigma}_{g_1e})\\ &+\frac{\hbar g^2\sin^2\varphi}{\delta_{C2}}\eta^2\cos^2\varphi_C(\hat{b}+\hat{b}^\dagger)^2\hat{a}^\dagger\hat{a}(\hat{\sigma}_{ee}-\hat{\sigma}_{g_2g_2})\\ &+\frac{\hbar\Omega_L^2}{4\delta_1}\eta^2\cos^2\varphi_L(\hat{b}+\hat{b}^\dagger)^2(\hat{\sigma}_{ee}-\hat{\sigma}_{g_1g_1}),\end{aligned} \tag{۳}$$

که در آن، φ_L و φ_C هندسه ی کاواک و لیزر را نسبت به محور حرکت اتم، φ جابجایی مرکز دام نسبت به مبدأ را نشان می‌دهندشکل(۱) و g ثابت جفت‌شدگی اتم با مد میدان کاواک است.هم‌چنین $\hat{a}$ و $\hat{b}$ به ترتیب عملگرهای نابودی مربوط به فوتون و فونون حرکت ارتعاشی اتم هستند، $\Delta=\omega_P-\omega_C$ وادنیدگی بین لیزر گمانه و میدان کاواک، $\delta_1=\omega_L-(\omega_e-\omega_{g_1})$ وادنیدگی بین لیزر کنترل وگذاردوقطبی اتمی $|g_1\rangle\leftrightarrow|e\rangle$ و $\delta_{C2}=\omega_C-(\omega_e-\omega_{g_2})$ وادنیدگی بین میدان کاواک و گذار دوقطبی اتمی $|g_2\rangle\leftrightarrow|e\rangle$است. در هامیلتونی مؤثر جملات غیرخطی به صورت گذارهای دوفوتونی و دو فونونی و نیز جملات پاد جینز-کامینگز ظاهر شده است. با بهره گرفتن از $\hat{H}_{eff}^{(1)}$ معادله‌ی اصلی را بدست آورده و با استفاده از روش ابرعملگرها[۷] و با فرض این‌که حالت اولیه‌ی میدان داخل کاواک حالت همدوس و حالت اولیه‌ی ارتعاشی حرکت اتمی حالت خلأ باشد، شکل زیر را برای $\hat{\rho}^{(1)}(t)$ بدست می‌آوریم

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dt}\hat{\rho}^{(1)}=\frac{1}{i\hbar}[\hat{H}_{eff}{}^{(1)},\hat{\rho}]+\hat{L}\hat{\rho},\\ &\hat{\rho}^{(1)}(t)=e^{\hat{A}t}e^{\hat{B}t}e^{\hat{C}t}e^{\hat{D}t}e^{\hat{E}t}e^{\hat{J}t}e^{\hat{K}t}\hat{\rho}(0),\\ &\hat{A}\hat{\rho}=-i\xi[\eta(\hat{b}+\hat{b}^\dagger)(\hat{a}^2\hat{\sigma}_{eg_2}+\hat{a}^{\dagger 2}\hat{\sigma}_{g_2e}),\hat{\rho}],\\ &\hat{B}\hat{\rho}=-i\upsilon[\eta(\hat{b}+\hat{b}^\dagger)(\hat{a}\hat{\sigma}_{eg_1}+\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_{g_1e}),\hat{\rho}],\\ &\hat{C}\hat{\rho}=-i\upsilon[\eta(\hat{b}+\hat{b}^\dagger)(\hat{a}\hat{\sigma}_{g_1e}+\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_{eg_1}),\hat{\rho}],\\ &\hat{D}\hat{\rho}=-i\chi[\eta^2(\hat{b}+\hat{b}^\dagger)^2(\hat{\sigma}_{ee}-\hat{\sigma}_{g_1g_1}),\hat{\rho}],\\ &\hat{E}\hat{\rho}=-i\beta[\eta^2(\hat{b}+\hat{b}^\dagger)^2\hat{a}^\dagger\hat{a}(\hat{\sigma}_{ee}-\hat{\sigma}_{g_2g_2}),\hat{\rho}],\\ &\hat{J}\hat{\rho}=2\kappa\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger,\\ &\hat{K}\hat{\rho}=-\kappa\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho}-\kappa\hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{a}.\end{aligned} \tag{۴}$$

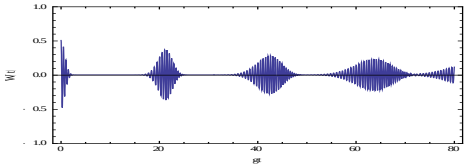
که κ آهنگ فرار فوتون از درون کاواک و پارامترهای قبل از روابط جابه‌جاگری در $\hat{H}_{eff}^{(1)}$ معرفی شده‌اند.

۲-۱-تحول زمانی وارونی جمعیت اتمی

با استفاده از $\hat{\rho}^{(1)}(t)$ وارونی جمعیت اتمی، $W(t)=\langle\hat{\sigma}_z\rangle=Tr(\hat{\rho}^{(1)}(t)\hat{\sigma}_z)$، را محاسبه و نمودار آن را رسم می‌کنیم (مقادیر مربوط به پارامترهای لازم برای رسم نمودارها از مرجع [۸] انتخاب شده است). زمان نابودی (t_c) و زمان بازآفرینش (t_r) نوسانات رابی را با توجه به نمودار $W^{(1)}(t)$ به صورت تقریبی و مقدار آنها را با رابطه‌های تحلیلی که نحوه‌ی بدست آوردن آنها در مرجع [۹] ذکر شده مقایسه کرده و نتایج را با نمودار وارونی جمعیت مرتبه صفر η می‌سنجیم

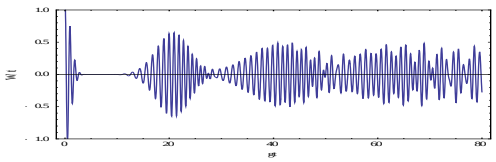
$$\begin{aligned}&t_r\approx\frac{2\pi m}{\sqrt{4\eta^2g^2\sin^2\varphi(\bar{n}+2)+\delta_{c2}{}^2}-\sqrt{4\eta^2g^2\sin^2\varphi(\bar{n}+1)+\delta_{c2}{}^2}},\\ &t_c\approx\frac{\sqrt{4\eta^2g^2\sin^2\varphi(\bar{n}+1)+\delta_{c2}{}^2}}{2\eta g^2\sin^2\varphi\sqrt{\bar{n}}}.\end{aligned} \tag{۵}$$

که در آن $\bar{n}$ تعداد میانگین فوتون‌های اولیه‌ی میدان کاواک است. همانطور که از شکل (۳) پیداست درحد میدان‌های ضعیف و در حضور تقریب مرتبه‌ی اول پارامتر η پوش‌های نوسانی بیشتر و همچنین با گذشت زمان پدیده‌های نابودی و بازآفرینش نوسانات رابی درهم می‌روند.



شکل۲: نمودار وارونی جمعیت اتمی در مرتبه‌ی صفر η که در آن پارامترها به صورت زیرانتخاب شده‌اند:

$$\varphi=\frac{\pi}{3},\phi_L=\phi_C=0,\Omega_L=2.8MHz,\Omega_P=2.8MHz,\bar{n}=0.08,$$
$$\Delta=6MHz,\delta_1=20MHz,\delta_{C2}=12MHz,g=3.6MHz$$



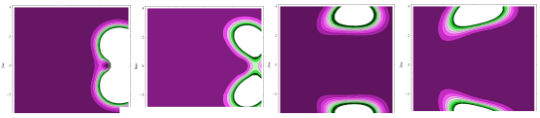
شکل۳: نمودار وارونی جمعیت اتمی در مرتبه ی اول η که پارامترها $m=0.07,\eta=0.1$ و بقیه هم مانند شکل بالا انتخاب شده‌اند.

با مقایسه‌ی نمودارهای وارونی جمعیت در مرتبه‌ی اول η با نمودار مرتبه‌ی صفر η می‌بینیم که حضور پارامتر η باعث کاهش زمان‌های t_r و t_c می‌گردد. از مقایسه‌ی این زمان‌ها با رفتار دینامیکی ویژگی‌های میدان تابشی می‌توان امکان بروز اثرهای غیرکلاسیک را برای میدان تحقیق نمود.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-31]

۲-۲-تابع توزیع فضای فاز $Q(\alpha,\alpha^*,t)$

در شکل (۴)تحول دینامیکی تابع $Q(\alpha,\alpha^*,t)=\frac{1}{\pi}\langle\alpha|\rho^{(1)}(t)|\alpha\rangle$ را در صفحه‌ی مختلط (α,α^*) برای زمان‌های متفاوت رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار $W(t)$ می‌بینیم که شکافتگی به دو لالک در زمان $\frac{1}{4}t_r$ اتفاق می‌افتد (شکل:۴-الف) که بیانگر حضور همدوسی در سامانه است. در زمان $\frac{1}{2}t_r$ دو لالک دقیقاً در مقابل یکدیگر قرار می‌گیرندکه نشان می‌دهد میدان در یک برهم‌نهی همدوس از دو حالت چلانده قرار دارد(شکل:۴-ب)، و در زمان $\frac{3}{4}t_r$ (شکل:۴-پ) کشیدگی دو لالک اتفاق می‌افتد و درست در زمان t_r (شکل:۴-ت) دو لالک شروع به فرورفتن در یکدیگر می‌کنند که نشان دهنده‌ی وقوع واهمدوسی درسامانه است.



(الف): $\frac{1}{4}t_r$ (ب): $\frac{1}{2}t_r$ (پ): $\frac{3}{4}t_r$ (ت): t_r

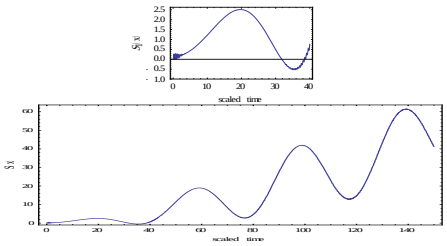
شکل۴: تحول دینامیکی تابع Q که در آن از پارامترهای شکل (۳) برای رسم استفاده کرده‌ایم.

۲-۳- چلاندگی مؤلفه‌ی کوادراتوری میدان

یکی از ویژگی‌های غیرکلاسیک بارز میدان تابشی، چلاندگی یکی از مؤلفه‌های کوادراتوری میدان است که در این حالت نوفه‌ی کوانتومی یکی از مؤلفه‌های کوادراتوری زیر حد استاندارد نوفه‌ی کوانتومی خلأ قرار می‌گیرد. اگر معیار چلاندگی حالت میدان را بر مبنای $S_i(t)$ به صورت زیر تعریف کنیم [۱۰] ،

$$S_i(t)=4\left\langle(\Delta X_i)^2\right\rangle-1 \qquad (۵)$$

آنگاه زمانی چلاندگی اتفاق می‌افتد که $S_i(t)<0$. با رسم تابع $S_1(t)$ (شکل۵) با پارامترهای شکل (۳) برای مؤلفه‌ی اول کوادراتوری میدان می‌بینیم که تقریباً در زمان $\frac{3}{4}t_r$ نمودار زیر محور قرار گرفته است و این امر حاکی از آن بوده که چلاندگی برای این مؤلفه اتفاق افتاده است و اگر آن را با نمودار تابع Q مقایسه کنیم (شکل:۴-پ) کشیدگی لالک‌ها را نیز در این زمان مشاهده می‌کنیم.



شکل۵: چلاندگی مؤلفه‌ی اول کوادراتوری میدان.

۳- نتیجه‌گیری

همانطور که نشان دادیم، در سامانه‌ی اتم به دام افتاده درون کاواک با کنترل پارامتر لمب-دیک در برهم‌کنش اتم-فوتون، سامانه از خود یک غیرخطیت ذاتی نشان داد. نمودار $W^{(1)}(t)$ نشان داد که در تقریب مرتبه‌ی اول پارامتر η پدیده‌های نابودی و بازآفرینش نوسانات رابی سریع‌تر اتفاق می‌افتند. رفتار دینامیکی تابع توزیع Q در $\frac{1}{2}t_r$ یک برهم‌نهی همدوس از دو حالت چلانده و در زمان $\frac{3}{4}t_r$ چلاندگی مؤلفه‌ی اول کوادراتوری میدان را نشان داد.

مراجع

[1] S. Haroche, J. M. Raimand *Exploring the Quantum*, Oxford University Press,Oxford, 2006

[2] J. Eschner, G. Morigi, F. Schimidt-Kaler, R. Blatt, *Laser cooling of trapped ions*, 20 1003, J. Opt. Soc. A, 2003

[3] S. Stenholm, *Semiclassical theory of laser cooling*, 58 699, Rev. Mod. Phys, 1986

[4] M. Bienert, G. Morigi, Cavity cooling of a trapped atom using Electromagneyically Induced Transparency, 14 023002, New. J. Phys, 2012

[5] D. M. Meekhof, C. Monroe, B. E.King, W. M. Itano, and D. J. Winel *Generation of Nonclassical Motional states of a Trapped atom*, 76 11, Phys. Rev. Lett, 1995

[6] W. Vogel, and Dirk-Gunner Welsch *Quantum Optics*, WILEY-VCH, 2003

[7] H. Moya-Cessa, Decoherence in atom-field intractions:A treatment using Superoperator techniques, 432 1-41, Phys. Rep. 2006

[8] T. Kampschulte, W. Alt, S. Brakhane, M. Eskstein, R. Reinmann, A. Widera, and D. Meschede, *Optical control of the refractive index of a single atom*, 105 153603, Phys. Rev. Lett, 2010

[9] M. O. Scully, and M. S. Zubairy, *Quantum Optics* Cambridge University Press 1997

[10] C. C. Gerry, P. L. knight, *Introductory Quantum Optics* Cambridge University Press 2005

[Downloaded from opsi.ir on 2026-01-31]