



بررسی امواج یون-غبار-صوت توسط نظریه‌ی جنبشی در پلاسمای غباری با بار متغیر غبار

مینا جمشیدی، حسین حکیمی پژوه و محمود رضا روحانی

گروه فیزیک، دانشگاه الزهرا

چکیده - در این مقاله، ناپایداری امواج غبار-یون-صوت، تحت تاثیر افت و خیز بار غبار در پلاسمای غباری غیرمغناطیسی و غیربرخوردی توسط نظریه‌ی جنبشی مورد بررسی قرار می‌گیرد. ذرات پلاسما دارای قابل توزیع سرعت ماکسولی در حالت تعادل هستند و با اولیه‌ی غبار منفی فرض می‌گردد. نشان می‌دهیم که بدون در نظر گرفتن سرعت سوقی ذرات پلاسما هم امکان وقوع ناپایداری وجود دارد. همچنین نتایج حاصل با نتایج نظریه‌ی سیالی مقایسه می‌شوند.

کلید واژه- افت و خیز بار غبار، امواج غبار-یون-صوت، نظریه‌ی جنبشی.

Investigation of Dust-Ion-Acoustic Waves in Dusty Plasmas with Variable Dust Charge by Kinetic theory

Mina Jamshidi, Hossein Hakimi Pajouh and Mahmoud Reza Rouhani

Department of Physics, Alzahra University, Tehran

Abstract- In this paper, the instability of Dust-Ion-Acoustic waves in the presence of the dust charge fluctuations in a collisionless unmagnetized dusty plasmas is investigated by kinetic theory. We consider Maxwellian distribution for plasma particles in the equilibrium and negatively charged dust grains. It is shown that dust-ion-acoustic wave instability can exist even if the drift speeds of the plasma particles are equal to zero. The results of kinetic theory are compared with those of fluid theory.

Keywords: Dust Charge Fluctuation, Dust-Ion-Acoustic waves, kinetic theory.

شوند که جریان بارهای مخالف به سمت غبار جاری شوند، این فرآیند زمانی متوقف می‌گردد که جریان های ذرات پلاسما با یکدیگر برابر شوند و در نتیجه بار غبار مقدار ثابتی پیدا کند ($I_{j_0} = 0$) که جریان $\sum_j I_{j_0}$ تعادلی است.

جریان ذرات پلاسما که به سطح غبار می‌رسند، از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است [۵]

$$I = \sum_j q_j \int_{v_j^{\min}}^{\infty} v \sigma_j(q_d, v) f_j(r, v, t) d^3 p \quad (1)$$

که در آن m_j ، q_j ، $f_j(v)$ به ترتیب جرم، بار، سرعت وتابع توزیع ذرات نوع j پلاسما هستند. r سطح مقطع برخورد ذرات به غبار است و برابر است با

$$\sigma_j(q_d, v) = \pi a_d^2 \left(1 - \frac{2q_j q_d}{cm_j v^2}\right) \quad (2)$$

که در آن a_d شاعع، q_d بار و c ظرفیت غبار هستند. v_j^{\min} کمترین مقدار سرعت مورد نیاز ذرات پلاسما برای رسیدن به سطح غبار است. اگر $0 < q_j \Phi_d < v_j^{\min}$ باشد، $v_j^{\min} = 0$ است. ولی اگر $q_j \Phi_d > 0$ باشد، $v_j^{\min} = \sqrt{2|q_j \Phi_d|/m_j}$ است. (۲) پتانسیل سطح غبار می‌باشد و از $\sum_j I_{j_0} = 0$ بدست می‌آید.

اعمال موج تخت با دامنه‌ی کوچک و با فاز $e^{i(kx-\omega t)}$ به عنوان اختلال به پلاسمای غباری، سبب تغییر تابع توزیع ذرات ($f_j(v) = f_{j0}(v) + f_{j1}(r, v, t)$) و f_{j1} به ترتیب تابع توزیع تعادلی و اختلالی هستند) و سطح مقطع برخورد ذرات به غبار $\sigma_j(q_d, v) = \sigma_j(q_{d0}, v) + \sigma_j(q_{d1}, v)$ می‌شود که q_{d0} بار غبار تعادلی است و متناسب با پتانسیل سطح غبار می‌باشد ($q_{d0} = c\Phi_d$) و $q_{d1} >> q_{d0}$. بنابراین جریان رسیده به سطح غبار هم تغییر می‌کند ($I = I_0 + I_1$) که جریان تعادلی است و در پلاسمای یون-الکترون برابر با مجموع جریان یونی (I_{i0}) و الکترونی (I_{e0}) است ($I_{i0} = \sum_j I_{j0} = 0$).

به ازا تابع توزیع ماکسولی

$$f_{j0}(v) = \frac{n_{j0}}{(2\pi m_j T_j)^{1.5}} \exp\left(-\frac{m_j v^2}{2T_j}\right) \quad (3)$$

این جریان ها برابر هستند با [۵]

۱- مقدمه

در بررسی پدیده های پلاسما از دو نظریه‌ی سیالی و جنبشی می‌توان استفاده نمود. نظریه‌ی جنبشی نسبت به نظریه‌ی سیالی نتایج کامل تری در بر دارد. اثر افت و خیز بار غبار بر امواج غبار-یون-صوت را نیز توسط این دو نظریه می‌توان بررسی کرد. در پلاسمای غباری، جریان های پلاسمایی به علت وجود اختلاف پتانسیل بین سطح غبار و ذرات پلاسما، به سمت غبار جاری می‌شوند و بدین ترتیب ذرات غبار باردار می‌گردد. اگر اختلال کوچک به پلاسمای اعمال گردد، تابع توزیع سرعت ذرات و جریان های رسیده به سطح غبار مختلف می‌گرددند و در نتیجه بار غبار-افت و خیز می‌کند. اثر افت و خیز بار غبار بر امواج غبار-یون-صوت با فرض منفی بودن بار اولیه‌ی غبار توسط نظریه‌ی سیالی مورد بررسی قرار گرفته است [۵-۱]. در مقالات [۳-۱]، ثابت شده است که این امواج بر اثر افت و خیز بار غبار میرا می‌شوند و ناپایداری به علت وجود سرعت سوقی ذرات پلاسما می‌باشد. در حالی که در مقاله‌ی [۴] توسط این نظریه ثابت شده است که بدون در نظر گرفتن سرعت سوقی، ناپایداری این امواج امکان پذیر است. در این مقاله اثر افت و خیز بار غبار بر امواج غبار-یون-صوت توسط نظریه‌ی جنبشی بدون در نظر گرفتن سرعت سوقی مورد بررسی قرار می‌گیرد و با نتایج حاصل از نظریه‌ی سیالی مقایسه می‌شود. پلاسمایی مورد بررسی، همگن، همسانگرد، غیربرخورده و عاری از میدان‌های خارجی است و تابع توزیع سرعت ذرات در حالت تعادل، ماکسولی فرض می‌گردد. بار اولیه‌ی غبار نیز منفی در نظر گرفته می‌شود. با این فرضیات، ناپایداری امواج غبار-یون-صوت از طریق محاسبه‌ی گذردهی دی الکتریک طولی، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

ساختار این مقاله به این ترتیب است که در بخش ۲، میزان تغییرات بار غبار در اثر وجود اختلال و همچنین رابطه‌ی پاشندگی محاسبه می‌شوند. در بخش ۳، رابطه‌ی پاشندگی امواج غبار-یون-صوت بررسی می‌گردد و بخش ۴ شامل نتیجه گیری است.

۲- افت و خیز بار غبار

در فرآیند باردار شدن ذرات غبار، نوع ذرات احاطه کننده-ی غبار حائز اهمیت است. ذراتی که سرعت حرارتی بیشتری دارند، سریع تر به سطح غبار می‌رسند و باعث می-

$$\nu_{ch} \equiv - \sum_{j=e,i} \frac{\partial I_{j0}(q_d)}{\partial q_d} \Big|_{q_{d0}} \quad (11)$$

و به ازا تابع توزیع ماکسولی برابر می شود با

$$\nu_{ch} = \frac{e}{c} \left(\frac{|I_{e0}|}{T_e} + \frac{I_{i0}}{T_i - e\Phi_d} \right) \quad (12)$$

ν_{ch}^{-1} مدت زمانی است که بار غبار به تعادل می رسد، قبل از به تعادل رسیدن بار غبار جریان های پلاسمایی مختل شده، به سطح غبار می رسند و بار غبار افت و خیز می کند. ضرایب ν_e و ν_i نیز به صورت زیر هستند،

$$\nu_j \equiv \int_{v_j^{\min}}^{\infty} v \sigma_j(q_{d0}, v) \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}} f_{j0}(v) d^3 p \quad (13)$$

برای مطالعه امواج الکتروستاتیک، از تبدیل فوریه‌ی معادله‌ی پوآسون با در نظر گرفتن افت و خیز بار غبار استفاده می شود [۵]

$$k^2 \Phi_1 = 4\pi (en_{i1} - en_{e1} + q_{d0}n_{d1} + q_{d1}n_{d0}) \quad (14)$$

که در آن n_{j1} اختلال چگالی عددی ذره نوع j است و از تابع توزیع اختلالی بدست می آید

$$n_{j1} = \int f_{j1} d^3 p \quad (15)$$

با استفاده از (۸)، (۱۰)، (۱۴) و (۱۵)، گذردهی دی

الکتریک طولی $\epsilon^{lo}(\omega, k)$ حاصل می شود [۵]

$$\begin{aligned} \epsilon^{lo}(\omega, k) &= 1 + \sum_{j=i,e,d} \chi_j \\ &- \sum_{j=i,e} \frac{in_{d0}}{\omega + i\nu_{ch}} \frac{\nu_j}{n_{j0} k^2 \lambda_{Dj}^2} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن $\lambda_{Dj} = \sqrt{T_j / 4\pi n_{j0} e^2}$ طول دبای و $\chi_j = -4\pi q_j n_{j1} / k^2 \Phi_1$ نوع j هستند [۵]

$$\chi_j = -\frac{4\pi q_j^2 m_j^3}{k^2 T_j} \int \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}} f_{j0}(v) d^3 v \quad (17)$$

ضرایب ν_e و ν_i در محدوده‌ی فرکانسی مختلف قابل محاسبه هستند. بخش حقیقی و موهومی فرکانس نیز با استفاده از رابطه پاشندگی بدست می آیند.

۳- امواج غبار-یون-صوت

امواج غبار-یون-صوت امواجی هستند که سرعت فازشان کم تر از سرعت حرارتی الکترون‌ها و بیش تر از سرعت حرارتی یون‌ها و ذرات غبار است ($v_{Td}, v_{Ti} \ll \omega/k \ll v_{Te}$) بنابراین به ازا تابع توزیع

$$I_{i0} = a_d^2 e n_{i0} \left(\frac{8\pi T_i}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}} (1 - \frac{e q_{d0}}{c T_i}) \quad (4)$$

$$I_{e0} = -a_d^2 e n_{e0} \left(\frac{8\pi T_e}{m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \exp(\frac{e q_{d0}}{c T_e}) \quad (5)$$

که n_{j0} و T_j به ترتیب چگالی عددی و انرژی حرارتی ذره‌ی نوع j پلاسمایی هستند. جریان اختلالی I_1 از رابطه‌ی زیر بدست می آید،

$$\begin{aligned} I_1(\vec{r}, t, q_d) &= \sum_{j=e,i} q_j \left(\int_{v_j^{\min}}^{\infty} v \sigma_j(q_{d1}, v) \right. \\ &\times f_{j0}(v) d^3 p \\ &+ \left. \int_{v_j^{\min}}^{\infty} v \sigma_j(q_{d0}, v) \right. \\ &\times f_{j1}(\vec{r}, v, t) d^3 p \end{aligned} \quad (6)$$

که $v_i^{\min} = 0$ و $v_e^{\min} = \sqrt{2|e\Phi_d|/m_e}$ هستند و سطح مقطع اختلالی برابر است با

$$\begin{aligned} \sigma_j(q_{d1}, v) &= q_{d1} \pi a_d^2 \left(-\frac{2q_j}{cm_j v^2} \right) \\ &= q_{d1} \left. \frac{\partial \sigma_j(q_{d1}, v)}{\partial q_d} \right|_{q_{d0}} \end{aligned} \quad (7)$$

با استفاده از معادله‌ی ولاسف، تبدیل فوریه‌ی تابع توزیع اختلالی بدست می آید [۵]

$$f_{j1}(\vec{k}, \omega, v) = \frac{q_j \Phi_1(\vec{k}, \omega)}{T_j} \frac{\vec{k} \cdot \vec{v} f_{j0}(v)}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}} \quad (8)$$

با استفاده از روابط (۱)، (۷) و (۸) تبدیل فوریه‌ی جریان اختلالی برابر می شود با

$$\begin{aligned} I_1(\vec{k}, \omega, q_d) &= e^2 \Phi_1 \sum_{j=i,e} \int_{v_j^{\min}}^{\infty} \frac{v \sigma_j(q_{d0}, v)}{T_j(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v})} \\ &\times \vec{k} \cdot \vec{v} f_{j0}(v) d^3 p \\ &+ q_{d1} \sum_{j=i,e} \left. \frac{\partial I_{j0}(q_d)}{\partial q_d} \right|_{q_{d0}} \end{aligned} \quad (9)$$

با تبدیل فوریه‌ی $\partial q_d / \partial t$ ، افت و خیز بار غبار q_{d1} بدست می آید

$$q_{d1} = \frac{e^2 \Phi_1}{v_{ch} - i\omega} \left(\frac{v_i}{T_i} + \frac{v_e}{T_e} \right) \quad (10)$$

که در آن v_{ch} فرکانس باردار شدن ذرات غبار است،

$$\omega_r^2 = \frac{k^2 \lambda_{De}^2 \omega_{pi}^2}{1 + k^2 \lambda_{De}^2} \quad (27)$$

$$\delta = \delta_L + \delta_f \quad (28)$$

که δ_L ناشی از میرایی لانداو

$$\delta_L = -\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{1 + k^2 \lambda_{De}^2} \frac{\omega_r^2}{kv_{Te}} \quad (29)$$

$$-\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{1 + k^2 \lambda_{De}^2} \frac{\lambda_{De}^2}{\lambda_{Di}^2} \frac{\omega_r^2}{kv_{Ti}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\frac{\omega_r}{kv_{Ti}})^2\right]$$

و δ_f ناشی از افت و خیز بار غبار هستند.

$$\delta_f = -\frac{\omega_r^2}{2\omega_{pi}^2} \frac{\beta_e}{k^2 \lambda_{De}^2} + \frac{\beta_i}{2} \quad (30)$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{n_{d0}}{n_{e0}} \frac{|I_{e0}|}{e} \left(\frac{1}{1 + k^2 \lambda_{De}^2} - \alpha \frac{n_{e0}}{n_{i0}} \right)$$

اگر شرط $2\delta_L + \beta_e / (1 + k^2 \lambda_{De}^2) - \beta_i < 0$ برقرار باشد،

امواج غبار-یون-صوت ناپایدار می‌گردند. به ازا
این شرط تبدیل به $\delta_L \ll \delta_f$

که $k\lambda_{De} > \sqrt{n_{i0}/(\alpha n_{e0}) - 1}$ می‌شود و در مقاله‌ی [۲]،

به صورت $k\lambda_{De} > \sqrt{n_{i0}/n_{e0} - 1}$ است. در حد

با $k^2 \lambda_{De}^2 \ll 1$ ، جمله‌ی داخل پرانتر معادله‌ی (۳۰) برابر با $1 - \alpha n_{e0}/n_{i0}$ می‌شود و در مقاله‌ی [۴]، این جمله برابر با $1 - n_{e0}/n_{i0}$ است. از مقایسه‌ی آن‌ها می‌توان نتیجه گرفت که ضریب α تصحیح ناشی از محاسبه از طریق نظریه‌ی جنبشی می‌باشد.

۴- نتیجه‌گیری

نتایج نشان می‌دهد که امواج غبار-یون-صوت بر اثر افت و خیز بار غبار حتی بدون سرعت سوچی هم می‌توانند رشد کنند و تفاوت بین نتایج حاصل از نظریه‌ی جنبشی با نظریه‌ی سیالی در ضریب α می‌باشد که در نظریه‌ی سیالی برابر با ۱ و در نظریه‌ی جنبشی تابعی از پارامترهای پلاسمای پلاسما است.

مراجع

- [1] R. K. Varma, P. K. Shukla, and V. Krishan, Phys. Rev. E **47**, 3612 (1993)
- [2] M. R. Jana, A. Sen, and P. K. Kaw, Phys. Rev. E **48**, 3930 (1993)
- [3] F. Li, O. Havnes and F. Melandso, Planet. Space Sci. **42**, 401407 (1994)
- [4] Hee J. Lee, Journal of the Korean Physical Society, **44**, June (2004)
- [5] P.K. Shukla and A.A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasma Physics*, IOP Publishing Ltd, 2002

ماکسولی، χ_i و χ_e را می‌توان محاسبه نمود و به ازا شرط $\omega_{pd} \ll \omega_{pi}$ از χ_d می‌توان صرف نظر کرد [۵]

$$\chi_i = -\frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} + i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{k^2 \lambda_{Di}^2} \frac{\omega}{kv_{Ti}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\frac{\omega}{kv_{Ti}})^2\right] \quad (18)$$

$$\chi_e = \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} - i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} \frac{\omega}{kv_{Te}} \quad (19)$$

که $\omega_{pj} = \sqrt{4\pi n_{j0} q_j^2/m_j}$ و $v_{Tj} = \sqrt{T_j/m_j}$ سرعت حرارتی و فرکانس پلاسمای ذره‌ی نوع j هستند. همچنین v_i و v_e را نیز می‌توان یافت [۵]

$$v_e = -a_d^2 n_{e0} \sqrt{\frac{8\pi T_e}{m_e}} \exp\left(\frac{e\Phi_{d0}}{T_e}\right) = -\frac{|I_{e0}|}{e} \quad (20)$$

$$v_i = \frac{2}{3} \frac{k^2 a_d^2 n_{i0}}{\omega^2} \sqrt{\frac{8\pi T_i^3}{m_i^3}} \left(2 - \frac{e\Phi_{d0}}{T_i}\right) \\ = \alpha \frac{k^2 v_{Ti}^2}{\omega^2} \frac{|I_{e0}|}{e} \quad (21)$$

که ضریب α برابر است با

$$\alpha = \frac{2}{3} \frac{(2 + \frac{|e\Phi_d|}{T_i})}{(1 + \frac{|e\Phi_d|}{T_i})} \quad (22)$$

بدین ترتیب بخش حقیقی و موهومی گذره‌ی دی الکترونیک طولی بدست می‌آیند،

$$\text{Re}\{\epsilon^{lo}(\omega, k)\} = 1 + \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} \quad (23)$$

$$\text{Im}\{\epsilon^{lo}(\omega, k)\} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{k^2 \lambda_{De}^2} \frac{\omega}{kv_{Te}}$$

$$+ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{k^2 \lambda_{Di}^2} \frac{\omega}{kv_{Ti}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\frac{\omega}{kv_{Ti}})^2\right] \quad (24)$$

$$+ \frac{1}{\omega} \left(\frac{\beta_e}{k^2 \lambda_{De}^2} - \frac{\beta_i \omega_{pi}^2}{\omega^2} \right)$$

که ضرایب β_e و β_i برابر هستند با

$$\beta_i \equiv \frac{\omega^2}{\omega_{pi}^2} \frac{n_{d0}}{n_{i0} k^2 \lambda_{Di}^2} v_i = \alpha \frac{n_{d0}}{n_{i0}} \frac{|I_{e0}|}{e} \quad (25)$$

$$\beta_e \equiv -\left(\frac{n_{d0}}{n_{e0}}\right) v_e = \frac{n_{d0}}{n_{e0}} \frac{|I_{e0}|}{e} \quad (26)$$

با فرض $\omega = \omega_r + i\delta$ ، قسمت حقیقی و موهومی فرکانس امواج قابل محاسبه است ($\omega_r \gg \delta$)