



بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شهید چمران اهواز،  
خوزستان، ایران.  
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰



## برانگیزش موج دنباله پلاسما توسط موج الکترومغناطیس غیرعادی کم فرکانس

یگانه حیدرزاده<sup>۱</sup>، حسین آکو<sup>۱\*</sup>

<sup>۱</sup>گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

\*h.akou@nit.ac.ir

چکیده - در این مقاله، برانگیختگی موج دنباله‌ی آمیخته بالا، ناشی از برهمکنش موج گاوسی غیرعادی با پلاسمای مغناطیده سرد و همگن، بررسی شده است. با به دست آوردن معادلات حاکم بر میدان دنباله‌ی پلاسما، وابستگی دامنه‌ی دنباله به پارامترهای مختلف مطالعه شده است. نتایج نشان می‌دهد که نوسانات دنباله‌ی بزرگتر، هنگامی رخ می‌دهند که طول پالس به طور تقریبی نزدیک به  $3\lambda_p/\pi$  است و همچنین فرکانس موج X بزرگتر از  $\omega_p$  است، به عبارتی دیگر سرعت فاز کمتر از سرعت نور در خلاء ( $v_p < c$ ) است.

کلید واژه- پلاسمای مغناطیده، تولید میدان دنباله، موج الکترومغناطیسی، موج غیرعادی

## Plasma wake wave excitation by a low-frequency extraordinary EM wave

Yeganeh Heydarzadeh<sup>1</sup>, Hossein Akou<sup>1</sup>

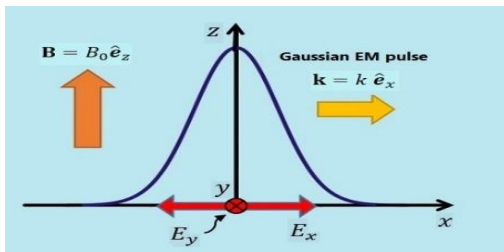
<sup>1</sup>Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Babol Noshirvani University of Technology  
h.akou@nit.ac.ir\*

**Abstract-** In this paper, the excitation of upper-hybrid wake wave with interaction of an extraordinary Gaussian wave in a cold homogeneous magnetized plasma is investigated. By obtaining the equation governing the plasma wake, the dependency of the wake amplitude on the parameters is studied. It is observed that larger wake oscillation takes place when the pulse length is approximately close to  $3\lambda_p/\pi$  and the X-wave frequency is greater than  $\omega_p$ , which means that the phase velocity is less than the speed of light in vacuum.

**Keywords:** Magnetized plasma, wake field generation, electromagnetic wave, extraordinary wave,

## مقدمه

طولی ( $E_x$ ) و عرضی ( $E_y$ ) را دارد. هنگامی که  $\omega$  به تشدید آمیخته بالا ( $\omega_h = \sqrt{\omega_p^2 + \omega_c^2}$ ) نزدیک می‌شود،  $\mathbf{E}_x \parallel \mathbf{k}$  و از طرفی  $\mathbf{E}_y \perp \mathbf{k}$  است.  $\omega_p = n_e e^2 / \epsilon_0 m$  فرکانس پلاسما و  $\omega_c = eB_0 / m$  فرکانس سیکلوترونی است. پیکربندی موج X در شکل ۱، آمده است. میدان الکتریکی موج به شکل  $\mathbf{E} = (E_x \hat{e}_x + E_y \hat{e}_y) \psi(x, t) e^{i(kx - \omega t)}$  است. که  $\psi(x, t) = \exp[-(x - v_g t)^2 / 2L_p^2]$  است و  $L_p$  طول پالس و  $v_g$  سرعت گروه موج است.



شکل ۱: پیکربندی هندسی موج X در پلاسما مغناطیسه

برهمکنش الکترون‌های پلاسما سرد و موج EM، با استفاده از معادلات MHD و ماکسول قابل توصیف است. این معادلات به شکل زیر هستند

$$m n_e \left[ \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t} + (\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_e \right] = -en_e \left[ -\nabla \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{u}_e \times (\nabla \times \mathbf{A} + \mathbf{B}_0) \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{u}_e) = 0 \quad (2)$$

$$\epsilon_0 \nabla^2 \phi = e(n_i - n_e) \quad (3)$$

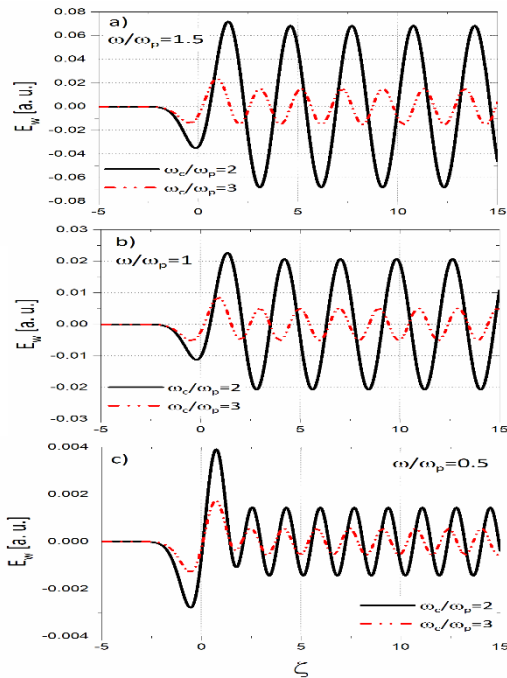
در روابط بالا،  $e$  و  $m$  به ترتیب، جرم و بار الکترون، و  $\mathbf{u}_e$  سرعت و  $n_e$  چگالی الکترونی،  $\epsilon_0$  ضریب گذردهی خلاء،  $\phi$  پتانسیل الکترواستاتیک و  $\mathbf{A}$  پتانسیل برداری پالس EM است که با  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$  و  $\mathbf{E} = -\partial \mathbf{A} / \partial t - \nabla \phi$  به میدان مغناطیسی و الکتریکی مرتبط می‌شوند. با توجه به رابطه پاشندگی موج X (معادله ۴)، این موج دارای دو ناحیه قطع سمت راست  $\omega_R = (\omega_c^2 + 4\omega_p^2)^{1/2} / 2$  و قطع سمت چپ  $\omega_L = [-\omega_c + (\omega_c^2 + 4\omega_p^2)^{1/2}] / 2$  و دو ناحیه انتشار

برانگیختگی امواج دنباله‌ی پلاسما، یکی از فرآیندهایی می‌باشد که در آن از شتاب میدان دنباله‌ی لیزری استفاده می‌شود. موج لیزر در محیط پلاسما مغناطیسه، با توجه به جهت زاویه‌ی انتشار موج و میدان الکتریکی آن با میدان مغناطیسی خارجی  $B_0$  می‌تواند امواج با مدهای مختلف برانگیخته کند. در حالتی که پالس لیزر در طول میدان مغناطیسی خارجی منتشر شود، دو موج قطبیده دایروی راستگرد و چپگرد (موج R و L) و اگر در عرض میدان مغناطیسی خارجی منتشر شود، با توجه به عمود یا موازی بودن میدان الکتریکی موج با جهت میدان مغناطیسی، به ترتیب، موج قطبیده بیضوی (موج غیرعادی X) و موج قطبیده خطی (موج O) برانگیخته می‌شود. در زمینه‌ی برانگیزش امواج و شتاب ذرات توسط انتشار پالس لیزر در پلاسما مغناطیسه مطالعه شده است [۱-۳]. برای مثال، سادها و همکارانش [۴] و پورهیت [۵]، برانگیزش موج آمیخته بالا توسط پرتو EM در مد عادی را بررسی کرده‌اند. همانطور که گفته شد، انتشار موج X در عرض میدان مغناطیسی، به‌طوری‌که میدان الکتریکی آن نیز عمود بر  $B_0$  باشد، موج غیرعادی را توصیف می‌کند. میدان الکتریکی این موج، مولفه‌ای در جهت انتشار  $k$  ( $\perp B_0$ ) و مولفه‌ای عمود بر  $B_0$  و  $k$  دارد. موج X دو ناحیه انتشار دارد که با عنوان نواحی فرکانس بالا (HF) و فرکانس پایین (LF) شناخته می‌شوند. در این مقاله، برانگیختگی موج دنباله پلاسما توسط موج غیرعادی X فرکانس پایین، در یک پلاسما مغناطیسه با استفاده از معادله پاشندگی موج غیرعادی و معادلات مگنتوهیدرودینامیک، بررسی شده است.

## معادلات مگنتوهیدرودینامیک و پاشندگی

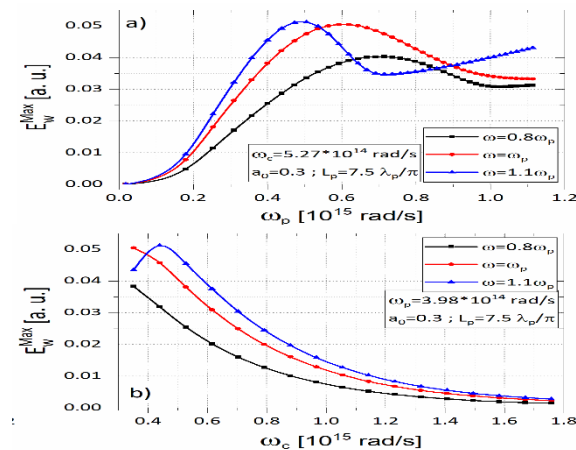
انتشار موج X در یک پلاسما کم‌چگال تحت تاثیر میدان مغناطیسی خارجی  $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{e}_z$  را در نظر بگیرید. میدان الکتریکی موج X، با توجه به فرکانس  $\omega$ ، هر دو مولفه‌ی

نسبت به مقادیر  $\omega_c$ ، در فرکانس پلاسمایی ثابت، بسیار حساس است. همچنین با افزایش  $\omega_c$ ، برای هر  $\omega/\omega_p$ ،  $E_w$  کاهش می‌یابد. کاهش فرکانس موج  $X$ ، سبب کاهش دامنه و دوره‌ی نوسانات دنباله پلاسما شده است.



شکل ۲: دامنه میدان دنباله در دو مقدار  $\omega_c/\omega_p = ۲, ۳$ ، در سه حالت  $\omega/\omega_p = ۱.۵, ۱.۰, ۰.۵$

در شکل ۳، بیشینه مقادیر  $E_w$  برحسب  $\omega_p$  و  $\omega_c$  برای سه مقدار  $\Omega$  (۰, ۸) و (۱, ۱) آمده است. تا وقتی  $\omega_p < \omega_c$  است، موج  $X$  با افزایش  $\omega$  در پلاسمایی با چگالی ( $\omega_p$ ) بزرگتر، دامنه میدان دنباله بزرگتری تولید می‌کند.



شکل ۳: تغییرات بیشینه مقدار  $E_w$  برحسب (a)  $\omega_p$  (b)  $\omega_c$

بالا (HF) و فرکانس پایین (LF) هستند. که به ترتیب نواحی فرکانس  $\omega > \omega_R$  و  $\omega_l < \omega < \omega_h$  است،

$$\frac{c^x k^x}{\omega^x} = \frac{c^x}{v_p^x} = 1 - \frac{\omega_p^x (\omega^x - \omega_h^x)}{\omega^x (\omega^x - \omega_l^x)} \quad (۴)$$

در ناحیه انتشار با فرکانس پایین - که در این مقاله مورد بحث است - سرعت فاز برای  $\omega > \omega_p$ ، کمتر از سرعت نور و برای  $\omega < \omega_p$  بیشتر از سرعت نور است. فشار تابشی ناشی از پوش موج  $X$ ، الکترون‌ها را از محل خود رانده (یون‌ها در مکان خود ثابت فرض شده‌اند) و به دنبال آن، میدان الکتریکی بار فضای  $\mathbf{E}_w = -\nabla\phi$  ظاهر می‌شود. که پتانسیل بار فضای مربوط به نوسانات آمیخته بالای پلاسما است. با ترکیب معادلات ۱ تا ۳ و استفاده از تغییر متغیر  $\xi = x - v_g t$ ، رابطه‌ی زیر برای میدان دنباله برانگیخته توسط موج غیرعادی در پلاسما به دست می‌آید

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = \frac{\Omega_c^x}{\beta_g^x} \phi - \frac{\Omega_c^x}{\sqrt{2} \beta_g^x} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{\Omega_c^x}{\Omega_l^x (\Omega_l^x - \Omega_h^x)} \right) \frac{(\Omega_l^x - \Omega_h^x)^x}{\Omega_l^x (\Omega_l^x - \Omega_h^x)} \right] |a|^x \quad (۵)$$

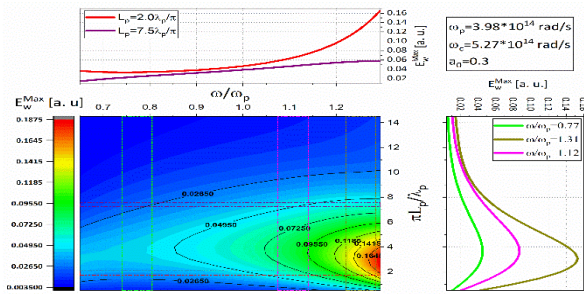
$$\beta_g = \hat{e}_x \left[ \beta_p \left( 1 + \frac{\Omega_c^x}{(\Omega_l^x - \Omega_h^x)^x} \right) \right]^{-1} \quad (۶)$$

به ترتیب،  $\beta_p = [1 - (\Omega_l^x - 1)/(\Omega_l^x - \Omega_l^x \Omega_h^x)]^{-1/2}$  و  $\beta_g$  سرعت گروه و سرعت فاز بدون بعد مد  $X$  است.  $\Omega_l$ ،  $\Omega_h$  و  $\Omega_c$ ، به ترتیب، فرکانس آمیخته بالا، فرکانس موج EM و فرکانس سیکلوترونی است که با  $\omega_p$  بدون بعد شده است.

### نتایج عددی

با حل عددی معادلات بخش قبل به روش رانگ-کوتای مرتبه چهار با فرض شرایط مرزی  $\phi = \partial\phi/\partial\xi = 0$  در  $\xi = 0$ ، به بررسی رفتار میدان دنباله پرداخته شده است. چنانچه گفته شد، انتشار موج  $X$  در ناحیه  $\omega_l < \omega < \omega_h$  در دنباله را برحسب  $\xi$  برای  $\omega/\omega_p = ۱.۵, ۱.۰, ۰.۵$  و  $\omega_c/\omega_p = ۲, ۳$  نشان می‌دهد. شدت دامنه‌ی میدان دنباله

بیشینه مقدار دارد. در این شکل  $\omega_p = 3.98 \times 10^{14} \text{ rad/s}$  و  $\omega_c = 5.27 \times 10^{15} \text{ rad/s}$  فرض شده است.



شکل ۳: بیشینه مقدار  $E_w$  بر حسب  $\omega/\omega_p$  و  $L_p$

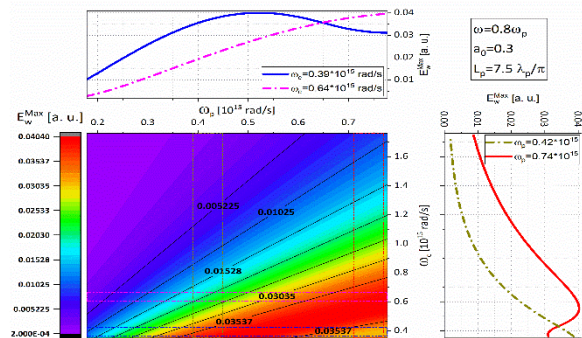
### نتیجه گیری

هدف اصلی این مقاله، مطالعه‌ی برانگیختگی موج دنباله آمیخته بالا توسط برهمکنش موج گاوسی غیرعادی LF و پلاسمای مغناطیده سرد است. با استفاده از نظریه سیالی، معادله دیفرانسیل مرتبه دوم حاکم بر پتانسیل میدان دنباله به دست آمد. نتایج عددی نشان می‌دهد، هنگامی که سرعت فاز موج X فرکانس پایین، از سرعت نور کمتر است (یا  $\omega > \omega_p$ )، دامنه‌ی موج دنباله در حدود ۱۷ برابر زمانی که  $v_p > c$  است، خواهد بود (برای  $\omega_c/\omega_p = 2$ ). در نهایت، بررسی طول پوش موج X نشان می‌دهد، طول پالس اثر چشمگیری روی دامنه دارد و قدرت میدان الکتریکی دنباله هنگامی که  $L_p$  نزدیک به  $3\lambda_p/\pi$  می‌شود، به بیشینه‌ی خود می‌رسد. انتخاب مناسب پارامترهای پلازما و موج X، سبب تولید دامنه‌های بزرگتری از میدان دنباله می‌شود.

### مرجع‌ها

- [1] T. Tajima, J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett. 1979, 43, 267.
- [2] H. Akou, M. Asri, Phys. Lett. A 2016, 380, 1729.
- [3] Y. Heydarzadeh and H. Akou, IEEE T Plasma Sci, 2020, 48, 3088.
- [4] M. S. Sodha, D. P. Tewari, B. L. Patheja, R. P. Sharma, J. Plasma Phys. 1979, 21, 267.
- [5] G. Purohit, P. K. Chauhan, R. P. Sharma, Phys. Plasmas 2008, 15, 052101.

در اینجا  $\omega_c = 5.27 \times 10^{15} \text{ rad/s}$  ثابت فرض شده است. در شکل ۳ (a)، برای  $\omega = 1.1\omega_p$ ، هنگامی که فرکانس پلازما از  $\omega_c$  فراتر می‌رود، روند تغییرات  $E_w$  کاهش می‌یابد. بیشترین  $E_w$  تولید شده برای  $\Omega = 0.8$ ،  $0.47 \text{ GV/cm}$  برای  $\Omega = 1.0$ ،  $0.44 \text{ GV/cm}$  و برای  $\Omega = 1.1$ ،  $0.38 \text{ GV/cm}$  است. در شکل ۳ (b)، در مقدار ثابت  $\omega_p = 3.98 \times 10^{14} \text{ rad/s}$ ، برای تمام موارد، با افزایش فرکانس سیکلوترونی دامنه کاهش یافته است. وابستگی دامنه‌ی میدان دنباله به  $\omega_c$  و  $\omega_p$  در  $\omega = 0.8\omega_p$ ، در شکل ۴ نشان داده شده است. با افزایش فرکانس پلازما دامنه، افزایش و با افزایش  $\omega_c$ ، دامنه میدان دنباله کاهش می‌یابد. در تمامی شکل‌ها،  $L_p = 7.5\lambda_p/\pi$  طول پالس،  $\lambda_p$  طول موج پلازما و  $a = 0.3$  شدت پالس بدون بعد در رژیم غیرنسبیتی است.



شکل ۴: بیشینه مقدار  $E_w$  بر حسب  $\omega_c$  و  $\omega_p$

در شکل ۵، وابستگی میدان دنباله به  $L_p$  و  $\omega/\omega_p$ ، نشان داده شده است. محدوده انتشار موج X،  $0.65 < \Omega < 1.3$  در نظر گرفته شده است. ضمیمه بالای شکل، تغییرات  $E_w$  بر حسب  $\omega/\omega_p$  برای  $L_p = 7.5\lambda_p/\pi$  و  $L_p = 2.0\lambda_p/\pi$  است. هنگامی که  $\omega > \omega_p$  شود، بیشینه  $E_w$  بزرگتر می‌شود. ضمیمه سمت راست نیز تغییرات میدان را بر حسب طول پالس لیزر، برای  $\Omega = 0.77, 1.31, 1.12$  نشان می‌دهد. هنگامی که طول پالس به طور تقریبی به  $3\lambda_p/\pi$  نزدیک می‌شود (بدون در نظر گرفتن بزرگی  $\omega/\omega_p$ ) تمایل به