



بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه شهید چمران اهواز، خوزستان، ایران.  
14-12 بهمن 1400



## اعمال ابیراهی آستیکماتیسیم در اندازه گیری بار توپولوژیکی گردابه های نوری تولید شده توسط تیغه فرنل مربعی مارپیچی

آرش ثباتیان ، بهناز جاویدی ریشکانی

ارومیه، دانشگاه ارومیه، دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده – در این مقاله نشان داده می شود که با استفاده از تیغه فرنل مربعی مارپیچی می توان بار توپولوژیکی گردابه تولید شده را به سادگی اندازه گیری کرد. برای اینکار قطعه پراشی مورد نظر مولد را نسبت به پرتو فرودی کج می کنیم. کج کردن باعث از بین رفتن تقارن استوانه ای سیستم می شود و این عدم تقارن به علت وجود آستیکماتیسیم تحمیلی در سیستم نوری است. این کار باعث می شود که در کانون تعدادی خطوط تداخلی تشکیل شود. نشان داده می شود که تعداد خطوط با بار توپولوژیکی رابطه مستقیم دارد. در آخر نشان داده شده که نتایج آزمایشگاهی در توافق خوبی با پیش بینی های شبیه سازی شده هستند.

کلید واژه: پراش، عدسی پراشی، گردابه های نوری، بار توپولوژیکی.

## Topological charge measurement of an optical vortex for a spiral square fresnel

Arash Sabatyan , Behnaz Javidi Rishakani

Physics department, Faculty of science, Urmia University, Urmia, Iran

Abstract-In this article, it is shown that one can simply measure the topological charge of the optical vortex generated by means of a spiral square zone plate. To this end, the element is tilted with respect to the incident beam. The tilt causes the cylindrical symmetry of the system removed which is because of imposing an astigmatism on the system. As a result, interference fringes are formed at the focal plane. It is demonstrated that the number of the fringes is directly related to the strength of the charge. Finally, it is shown that the corresponding experimental results are in good agreement with the simulated predictions.

Keywords: Diffraction - Diffractive lens – Optical vortex – Topological charge

## مقدمه

باریکه های نوری با تکینگی فازی و جابجایی پیچشی فاز در جبهه ی موجشان به عنوان پرتو های گردابی شناخته می شوند [1] فاز یک پرتو گردابی حول محور اپتیکی می چرخد که این چرخش باعث می شود جبهه ی موج نور در حین انتشار به حالت مارپیچی تاب بخورد. تعداد تاب خوردگی هایی که نور در طول فاصله انتشار به اندازه یک طول موج تجربه می کند بار توپولوژیکی نامیده می شود. می تواند مثبت و یا منفی باشد که علامت آن تعیین کننده جهت پیچش ساعتگرد یا پادساعتگرد است [2].

گردابه های نوری حرکت زاویه ای مداری را با فاز مارپیچ  $\exp(iP\varphi)$  حمل می کند، که  $P$  بار توپولوژیکی و  $\varphi$  زاویه سمتی است  $P$ ، می تواند عدد صحیح و کسری را به خود بگیرد [3].

اندازه حرکت زاویه ای نور برای توصیف چرخش دینامیکی موج الکترومغناطیسی استفاده می شود، که اگر جهت قطبش نور حول محور نور بچرخد اندازه حرکت زاویه ای اسپینی  $SAM$ ، و اگر شکل جبهه موج حول محور بچرخد اندازه حرکت زاویه ای مداری  $OAM$  نامیده می شود [4].

گردابه های نوری در بسیاری از زمینه های علوم و فناوری از جمله در به دام انداختن نور [5]، اطلاعات کوانتومی [6]، میکروسکوپ های نوری [7]، میکروسکوپ اشعه ایکس [8] و تداخل سنجی [9] کاربرد دارد.

روش های مختلفی برای اندازه گیری بار توپولوژیکی وجود دارد از جمله روش های تداخلی [10]، پراش از روزنه مثلث [11]، تبدیل فوریه [12]، تبدیل مدی [13]، روزنه انتشار گردابه های نوری تحت تغییر فاز درجه دوم که می تواند علامت بار توپولوژیکی را نیز تعیین کند [14].

در این مقاله ما برای تیغه فرنل مربعی مارپیچی در نظر گرفتیم که فاز این تیغه ها قبلاً بررسی شده و نشان داده شده که حداکثر بار توپولوژیکی برای این تیغه ها برابر 2 است [15] و می دانیم بار توپولوژیکی برای  $P = 0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 10, \pm 12, \pm 14, \pm 16, \pm 18, \pm 20$  و برابر است با  $P = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \pm 9, \pm 11, \pm 13, \pm 15, \pm 17, \pm 19$  و بار

توپولوژیکی برای  $P = \pm 2, \pm 6, \pm 10, \pm 14$  برابر است با  $\pm 2$  و بار توپولوژیکی برای  $P = \pm 3, \pm 7, \pm 11, \pm 15$  برابر است با  $\pm 1$  با دوران عنصر پراشی در کانون تعدادی خطوط تداخلی تشکیل می شود که این خطوط تداخلی با بار توپولوژیکی رابطه مستقیم دارد. حتی می توان علامت بار توپولوژیکی را با توجه به ساعتگرد یا پادساعتگرد بودن خطوط تداخلی تعیین کرد.

## معادلات ریاضی

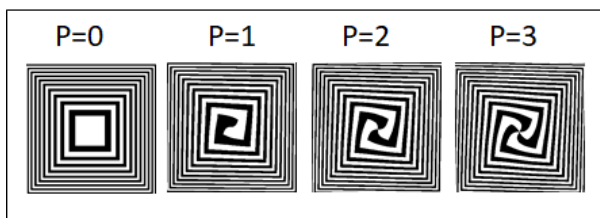
تیغه منطقه ای فرنل مربعی مارپیچی یک عدسی پراشی است که در مقایسه با تیغه فرنل عادی به جای نواحی مربعی، از نواحی مارپیچی تشکیل یافته است بنابراین تابع عبور تیغه فرنل مربعی مارپیچی به صورت زیر می باشد:

$$t(x', y') = \text{Bin} \left\{ e^{-i \left[ \frac{z}{\lambda f} \text{Max}(\alpha x'^2, \beta y'^2) + iP\varphi \right]} \right\}$$

که در این معادله  $(x', y')$  مختصات دکارتی در صفحه تیغه و  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  عدد موج،  $\lambda$  طول موج،  $f$  فاصله کانونی تیغه فرنل است.

و تابع باینری به شکل زیر تعریف می شود:

$$\text{Bin} \begin{cases} 1 & \text{Imag}(x) > 0 \\ 0 & \text{Imag}(x) < 0 \end{cases}$$



تیغه منطقه ای فرنل مربعی با بار توپولوژیکی  $P=0, P=1, P=2, P=3$

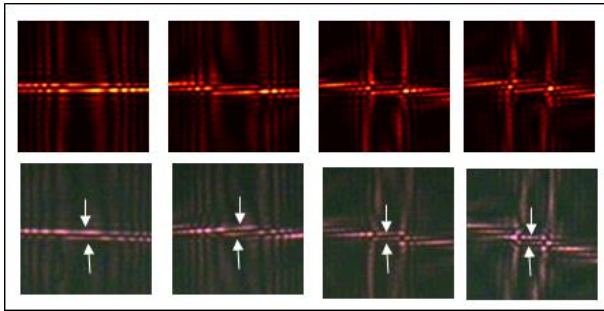
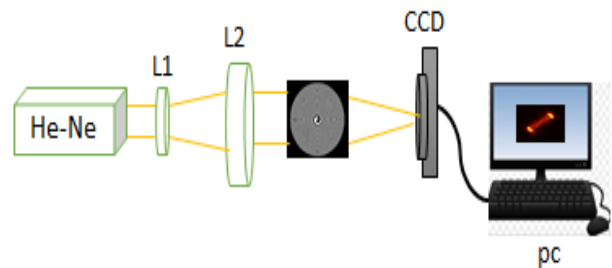
از این تیغه برای تولید میدان های گردابی نوری که حامل بارهای توپولوژیکی متفاوتی باشند استفاده می شود، برای محاسبه میدان پراش یافته از تیغه فرنل مارپیچی می توان از انتگرال فرنل کیر شیف استفاده کرد.

$$u(x,y; z) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint t(x',y') e^{\frac{ik}{2z}[(x-x')^2+(y-y')^2]} dx' dy'$$

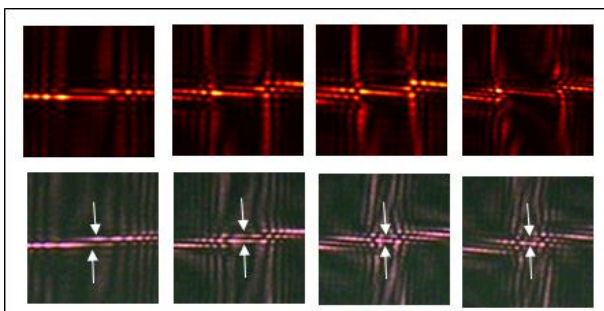
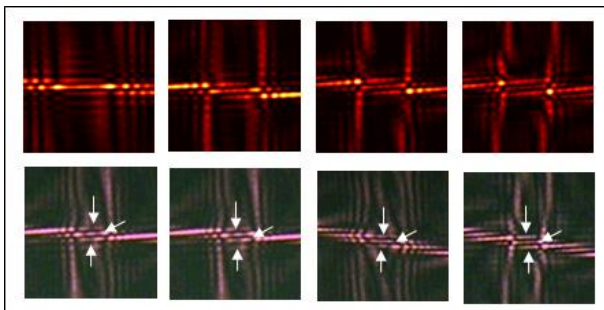
که در آن فاصله از تیغه فرنل است .

### داده های شبیه سازی و تجربی

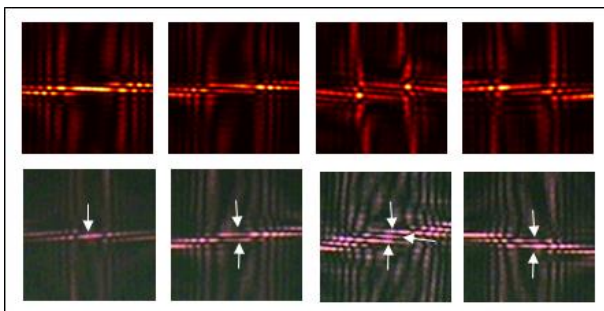
برای انجام شبیه سازی نمونه ها را با فاصله کانونی  $f=500\text{mm}$  ، و شعاع  $R=5\text{ mm}$  با طول موج کاری  $\lambda=632.8\text{ nm}$  در نظر گرفتیم و همچنین برای بررسی نتایج شبیه سازی، نمونه های طراحی شده با استفاده از فرایند لیتو گرافی چاپ و در آزمایشگاه تحت چیدمانی که به صورت شکل (1) نمایش داده شده و توسط نور لیزر هلیوم نئون ( $\lambda=632.8\text{ nm}$ ) بعد از فیلترینگ فضایی و موازی سازی به طور عمود مورد تابش قرار داده شده است. سپس توزیع شدت آنها را در صفحه کانونی توسط CCD در رایانه ثبت و ذخیره می شود.



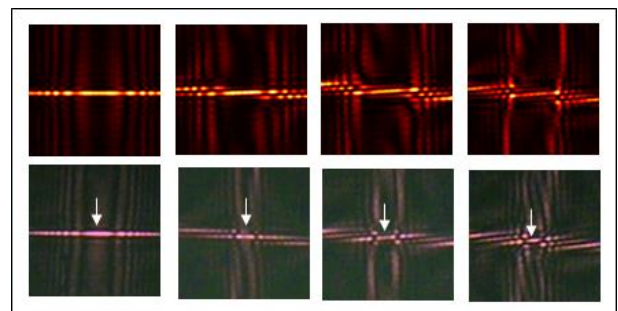
ردیف 3: توزیع شدت شبیه سازی شده با بار توپولوژیکی  $P=1,5,9,13$   
ردیف 4: توزیع شدت ثبت شده با بار توپولوژیکی  $P=1,5,9,13$



ردیف 5: توزیع شدت شبیه سازی شده با بار توپولوژیکی  $P=2,6,10,14$   
ردیف 6: توزیع شدت ثبت شده با بار توپولوژیکی  $P=2,6,10,14$   
ردیف 7: توزیع شدت شبیه سازی شده با بار توپولوژیکی  $P=3,7,11,15$   
ردیف 8: توزیع شدت ثبت شده با بار توپولوژیکی  $P=3,7,11,15$



ردیف 9: توزیع شدت شبیه سازی شده با بار توپولوژیکی  $P=-4,-5,-14,-7$



ردیف 1: توزیع شدت شبیه سازی شده با بار توپولوژیکی  $P=0,4,8,12$   
ردیف 2: توزیع شدت ثبت شده با بار توپولوژیکی  $P=0,4,8,12$

- [10]. S. Fürhapter, A. Jesacher, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, "Spiral interferometry", *Opt. Lett.* 30 (2005) 1953–1955.
- [11]. L. de Araujo, M. Anderson, "Measuring vortex charge with a triangular aperture." *Opt. Lett.* 36 (2011) 787.
- [12]. S. Prabhakar, A. Kumar, J. Banerji, R.P. Singh, "Revealing the order of a vortex through its intensity record." *Opt. Lett.* 36 (2011) 4398-4400.
- [13]. J Zhou, Jie, W Zhang, and L Chen. "Experimental detection of high-order or fractional orbital angular momentum of light based on a robust mode converter." *Applied Phys Lett.* 108 (2016) 111108.
- [14]. P. Vaity, R.P. Singh, "Topological charge dependent propagation of optical vortices under quadratic phase transformation." *Opt. Lett.* 37 (2012) 1301.
- [15]. Gao, N., Xie, C., Li, C., Jin, C. and Liu, M., "Square optical vortices generated by binary spiral zone plates". *Appl.Phys.Lett*, 98(2011.), 151106.

ردیف 10: توزیع شدت ثبت شده با بار توپولوژیکی  $P=-4,-5,-14,-7$

### نتیجه گیری

در نتیجه ما یک روش ساده، کارآمد، دقیق و قابل انعطاف را برای اندازه گیری اندازه و علامت بار توپولوژیکی گردابه های نوری برای تیغه فرنل مربعی پیشنهاد دادیم. در این روش با دوران قطعه پراشی مولد گردابه در کانون فریزهای تداخلی خطی تولید می شود که تعداد آنها اندازه بار توپولوژیکی و جهت آنها علامت بار را به دست می دهند. که در ادامه آزمایشات متناظر با شبیه سازی نتایج بدست آمده راستی آزمایی شدند.

### مرجع ها

- [1]. J E Curtis and D G Grier, "Structure of optical vortices." *Phys. Rev. Lett.* 90 (2003) 133901.
- [2]. آ ثباتیان، ز بهجت، "ایجاد آرایه هایی دلخواه از پرتو های گردابه کامل." *مجله پژوهش فیزیک ایران* 19، 4(1398) 793.
- [3]. L. Allen, M.W. Beijersbergen, R.J.C. Spreeuw, J.P. Woerdman, "Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes," *Phys Rev. A* 45 (1992) 8185..
- [4]. P Qiu, , Y Kong, Z Hu, Z Jiang, X He, C Liu, T Liu, and S Wang. "Simultaneous Light Spin and Orbital Angular Momentum Detection Using Orthogonal Nanoslit Pairs in Semi-Ring Array." *Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications* (2020) 100814.
- [5]. A.T. O'Neil, I. MacVicar, L. Allen, M.J. Padgett, "Intrinsic and extrinsic nature of the orbital angular momentum of a light beam," *Phys. Rev. Lett.* 88 (2002) 053601.
- [6]. A. Vaziri, G. Weihs, A. Zeilinger, "Experimental two-photon, three-dimensional entanglement for quantum communication," *Phys. Rev. Lett.* 89 (2002) 240401.
- [7]. F. Tamburini, G. Anzolin, G. Umbricco, A. Bianchini, C. Barbieri, "Overcoming the Rayleigh criterion limit with optical vortices," *Phys. Rev. Lett.* 97 (2006) 163903.
- [8]. A. Sakdinawat, Y. Liu, "Soft-x-ray microscopy using spiral zone plates," *Opt. Lett.* 32 (2007) 2635–2637.
- [9]. S. Fürhapter, A. Jesacher, S. Bernet, M. Ritsch-Marte, "Spiral interferometry", *Opt. Lett.* 30 (2005) 1953–1955.