



بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شهید چمران اهواز،  
خوزستان، ایران.  
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰



## بررسی اثر مد $TEM(1,0)+TEM(0,1)$ بر کیفیت باریکه الکترونی در شتاب لیزری آن در خلا

الهام مفیدی نسب<sup>۱</sup>، حسین آکو<sup>۱\*</sup>

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

\*h.akou@nit.ac.ir

چکیده - در این مقاله، تولید دسته الکترون پراثرژی با پراکندگی پایین توسط یک پالس لیزر کوتاه هرمیت - گوسی در مد  $TEM(1,0)+TEM(0,1)$  مورد بررسی قرار گرفته است. نتیجه شبیه سازی نشان می دهد که پالس لیزر در چنین مدی با اعمال نیروی پاندرماتیو عرضی می تواند الکترون ها را به سمت محور هل داده و دسته الکترون را در صفحه عرضی متراکم نماید. در این حالت، دسته الکترون شتابدار نه تنها به انرژی بالایی دست می یابد بلکه دچار پراکندگی عرضی بسیار کمتری در مقایسه با سایر مدها می شود.

کلید واژه- شتاب لیزری الکترون، باریکه لیزری هرمیت-گوسی، نیروی پاندرماتیو عرضی

## Investigation of the effect of $TEM(1,0)+TEM(0,1)$ mode on the quality of electron beam in its vacuum laser acceleration

Elham Mofidi nasab<sup>1</sup>, Hossein Akou<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Babol Noshirvani University of Technology

**Abstract-** In this paper, the generation of high energy electron beam with low divergence by a short Hermite-Gaussian laser pulse in the mode  $TEM(1,0)+TEM(0,1)$  is investigated. The simulation results show that the laser pulse in such a mode by applying transverse ponderomotive force can push the electrons towards the axis and compact the electron beam in the transverse plane. In this case, the accelerated electron bunch not only achieves high energy but also has much less transverse divergence compared to other modes.

**Keywords:** Laser Electron Acceleration, Hermite-Gaussian laser beam, Transverse Ponderomotive Force

## مقدمه

امروزه شتاب لیزری ذرات باردار، روش مهمی برای جایگزینی شتابدهنده‌های سنتی برای برخی کاربردها از جمله در حوزه پزشکی است [۱]. پیدا کردن شرایطی که به ازای آن، ذرات باردار در طی برهمکنش با باریکه لیزر بتوانند انرژی قابل ملاحظه‌ای کسب کرده و دچار واگرایی عرضی زیاد نگردند، یکی از مهمترین دغدغه‌ها در پژوهش‌های مربوطه است. باریکه‌های هرمیت-گوسی یکی از مهم‌ترین خروجی‌های لیزرها هستند که با توجه به مدهای تشدیدی در تشدیدگر لیزر قابل تنظیم هستند. با حل معادله انتشار موج، میدان الکتریکی مدهای مختلف مشخص شده و ویژگی‌های هر یک از مدها تعیین خواهد شد. چگونگی وابستگی طولی و عرضی در میدان الکتریکی هر مد، باعث شده است تا توزیع فضایی میدان هر یک از مدها حائز مشخصات مخصوص به خود باشد و در پی آن، تاثیرگذاری متفاوتی در کاربردهای مربوطه داشته باشد.

## معادلات میدان و تئوری مسئله

مد TEM(0,0) یکی از مهمترین خروجی‌های لیزر است، اما با توجه به چگونگی انطباق مدها به سطوح آینه‌ها در کاواک لیزر، مدهای مراتب بالاتر نیز می‌توانند در خروجی لیزر مشاهده شوند. با توجه به اینکه شکل میدان برای این مدهای گوسی با چند جمله‌ای‌های هرمیت داده می‌شود آن‌ها را مدهای هرمیت-گوسی گویند که میدان الکتریکی عرضی آن با رابطه‌ی زیر داده می‌شود [۲].

$$\frac{E_{m,n}^{m,n}}{E_0^{m,n}} = \quad (1)$$

$$H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right) \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[\frac{-r^2}{w^2(z)}\right] \exp[-i\Phi_{m,n}]$$

که در آن  $H_m(u)$  چند جمله‌ای هرمیت و

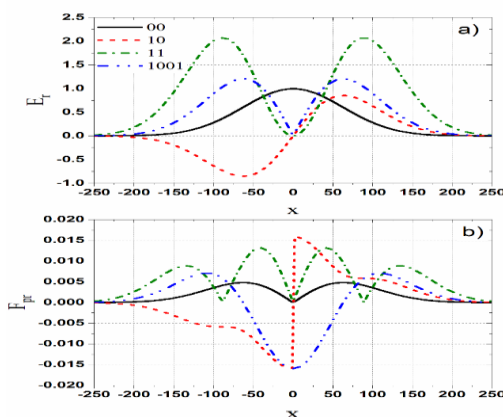
$$\Phi_{m,n}(x,y,z) = kz - (1+m+n) \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_R}\right) + \frac{kr^2}{2R(z)}$$

فاز میدان است. با جایگذاری مقادیر صحیح  $m$  و  $n$  در معادله (۱)، میدان الکتریکی مدهای مختلف باریکه

هرمیت-گوسی تعیین خواهد شد. همانطور که پیش از این گفته شد، غیر از بهره انرژی بالا، عدم واگرایی عرضی بیش از حد الکترون‌های شتاب گرفته بسیار حائز اهمیت است. برای این مورد اخیر، چگونگی توزیع میدان عرضی (شعاعی) و به تبع آن نیروی پاندماطیو عرضی به عنوان عامل اصلی مطرح بوده که می‌تواند باعث تمرکز ذرات در ناحیه محدودی از فضا در صفحه عرضی باشد و جلوی پراکندگی و واگرایی آنها را بگیرد [۳]. با توجه به تفاوت اساسی توزیع میدان الکتریکی در مدهای مختلف هرمیت-گوسی، یافتن مدی که بتواند این شرایط را فراهم آورد در بهبود شرایط شتابدهی ذرات می‌تواند کارآمد باشد. میدان الکتریکی شعاعی با رابطه  $E_r = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$  و نیروی پاندماطیو با رابطه  $F_p = -\nabla V_p$  بدست می‌آید [۴] که

$$V_p(r,z,t) = \left( \sqrt{1 + \frac{|A(r,z,t)|^2}{2}} - 1 \right) m_0 c^2 \quad (2)$$

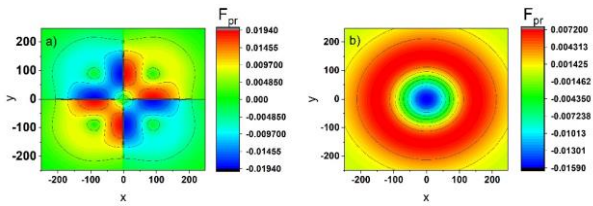
است. در این رابطه،  $V_p$  پتانسیل پاندماطیو،  $|A(r,z,t)|^2/2$  میانگین زمانی شدت بدون بعد لیزر است. بدین ترتیب و با استفاده از معادلات بیان شده، در شکل (۱)  $E_r$  و  $F_{pr}$  برای مدهای (0,0)، (1,0)، (1,1) و (0,1)+(1,0) نشان داده شده است.



شکل ۱ الیلبیلبی

از این شکل کاملاً مشخص است که دو مد (1,1) و (1,0)+(0,1)، با توجه به دره‌ای که حول  $r=0$  تشکیل می‌دهند، در اعمال نیروی همگراکننده به الکترون‌ها بسیار موثرتر از دو مد دیگر عمل خواهند کرد. بنابراین در ادامه

جهت تمرکز ذرات را دارد. نیروی  $F_{pr}$  در شکل ۳ (a و b) برای این دو مد نشان داده شده است.



شکل ۳ الفبایی

از این شکل کاملاً مشخص است که برای مد  $TEM(1,1)$ ،  $F_{pr}$  به ازای  $x > 0$  و  $y > 0$  منفی است که طبیعتاً برای اعمال نیرو به سمت محور بر الکترون‌ها مناسب نیست و درواقع آنها را از محور دور می‌کند. درحالی‌که برای مد دیگر  $F_{pr}$  در ناحیه عرضی مورد نظر کاملاً مناسب برای متمرکز کردن الکترون‌ها می‌باشد.

### شتاب لیزری باریکه الکترونی

با یافتن مد هرمیت-گوسی مناسب جهت شتابدهی الکترون‌ها، اکنون در موقعیتی هستیم که شتاب الکترون توسط باریکه لیزری در خلاء را مورد بررسی بیشتری قرار دهیم. وقتی الکترونی در میدان الکتریکی و مغناطیسی موج لیزر قرار می‌گیرد، نیروی وارد بر آن با رابطه نسبیتی نیوتن-لورنتس بصورت زیر داده می‌شود

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = -e \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} \right) \quad (5)$$

که  $\mathbf{P}$  تکانه نسبیتی الکترون،  $\mathbf{v}$  سرعت آن،  $e$  بار الکترون،  $c$  سرعت نور در خلاء و  $\mathbf{E}$  و  $\mathbf{B}$  میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موج لیزر هستند که با توجه به مد مورد نظر در بخش قبل بیان شده‌اند. معادله بالا به همراه رابطه آهنگ انرژی  $d\gamma/dt = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} / m_0 c^2$ ، دینامیک الکترون در این برهمکنش را کاملاً مشخص خواهند کرد. با توجه به اینکه در این مقاله، علاوه بر بهره انرژی، به دنبال تحقیق در مورد اثر نوع مد بر میزان پراکندگی ذرات نیز می‌باشیم، یک دسته الکترونی حاوی ۵۰۰۰ ذره را در برهمکنش با دو مد  $(1,1)$  و  $(1,0+0,1)$  قرار می‌دهیم. در شکل ۴، توزیع انرژی باریکه الکترونی بعد از برهمکنش نمایش داده شده است. کاملاً مشخص است که مد  $(1,0+0,1)$  در انتقال انرژی به ذرات

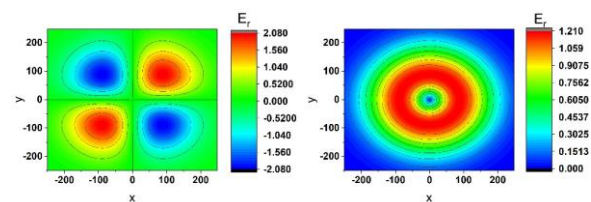
این مقاله، نتایج را برای این دو مد مورد بررسی و مقایسه قرار می‌دهیم تا بهترین انتخاب برای هدف مورد نظر ارائه گردد. با استفاده از معادله (۱)، مولفه‌های عرضی میدان الکتریکی مد  $TEM(1,1)$  با رابطه زیر داده می‌شود.

$$E_x^{1,1} = \frac{8E_0 x y w_0}{w^3(z)} \exp\left[\frac{-r^2}{w^2(z)}\right] \exp[i\Phi_{1,1}] \quad (3)$$

و  $E_y^{1,1} = E_x^{1,1}$  همینطور برای میدان الکتریکی مد  $TEM(1,0)+TEM(0,1)$  داریم

$$E_x^{10+01} = \frac{2\sqrt{2}E_0 w_0 x}{w(z)} \exp\left[\frac{-r^2}{w^2(z)}\right] \exp[i\Phi_{10+01}] \quad (4)$$

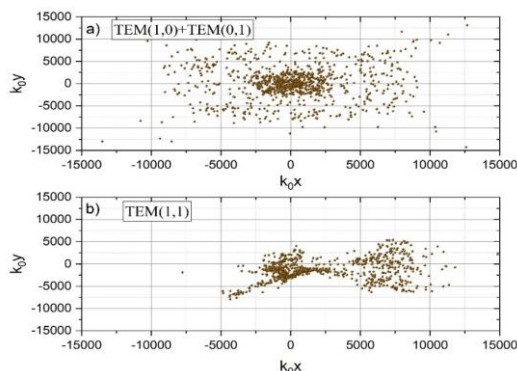
و  $E_y^{10+01} = E_x^{10+01} y/x$  به معادلات بالا، جمله پالسی‌کننده  $f(z,t) = \exp\left[-\frac{(z/c-t)^2}{\tau_p^2}\right]$  نیز ضرب می‌شود که  $\tau_p$  دوام زمانی پالس است. میدان الکتریکی باریکه‌های گوسی به دلیل وابستگی عرضی پروفایل فضایی آن، علاوه بر مولفه‌های عرضی یک مولفه طولی نیز خواهد داشت که با رابطه  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$  بدست می‌آید [۵] و میدان مغناطیسی این باریکه‌ها با  $\mathbf{B} = -(i/\omega) \nabla \times \mathbf{E}$  ارائه خواهد شد. مولفه طولی  $E_z$  مسئول شتابدهی ذرات در راستای انتشار لیزر است و مولفه شعاعی میدان باید بتواند الکترون‌ها را حول محور متمرکز نگه داشته و مانع پراکندگی آنان شود. در شکل (۲)، توزیع  $E_r$  در صفحه عرضی برای دو مد مذکور نشان داده شده است.



شکل ۴ الفبایی

با مقایسه دو شکل (a) و (b) مشاهده می‌شود، درحالی‌که برای مد  $TEM(1,1)$ ، میدان شعاعی در صفحه عرضی بصورت متقارن دره و قله را در بر می‌گیرد، برای مد  $TEM(1,0)+TEM(0,1)$ ،  $E_r$  در تمام نقاط صفحه عرضی در اطراف محور مرکزی قله ایجاد می‌کند، بنابراین، این مد قابلیت بهتری در اعمال نیروی پاندرماتیو شعاعی مناسب

عرضی ذرات، شکل ۷ رسم شده است. با توجه به این شکل، در مد  $(1,0+0,1)$ ، بیشتر الکترون‌های شتاب‌گرفته در محدوده محور انتشار موج لیزر توزیع شده اند، درحالی‌که برای مد دیگر پراکندگی ذرات بیشتر است.



شکل ۴ بیشینه مقد

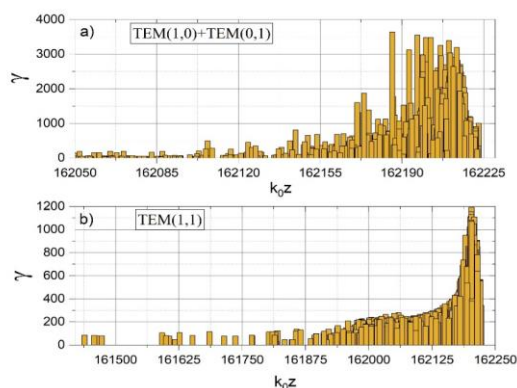
### نتیجه‌گیری

در فرایند شتاب ذرات باردار و تولید دسته الکترون با کیفیت، علاوه بر میانگین انرژی بالا، فاکتور دیگری نیز بسیار حائز اهمیت است و آن پراکندگی پایین ذرات در یک دسته است. در این مقاله، نشان داده شده است که در از بین مدهای هرمیت-گوسی، مد  $TEM(1,0)+TEM(0,1)$  قابلیت بسیار بالایی در متمرکز کردن الکترون‌ها در اطراف محور دارد و در مقایسه با سایر مدها از جمله مد  $TEM(1,1)$  کیفیت بهتری در خروجی دسته الکترون ارائه می‌کند. دلیل این مطلب نیز نیروی پاندرماتیو عرضی در این مد است که الکترون‌ها را به سمت محور هل داده و مانع پراکندگی آنها می‌شود.

### مرجع‌ها

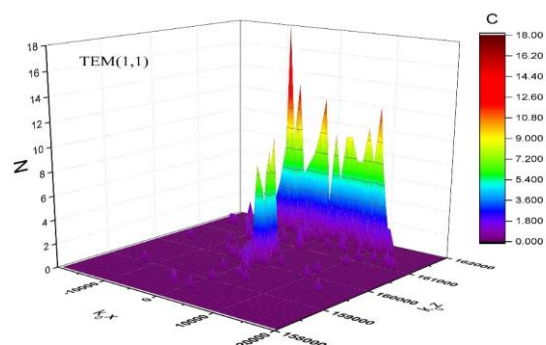
- [1] Y. I. Salamin, Z. Harman and Ch. H. Keitel, Phys. Rev. Lett. 100, 155004, 2008.
- [2] A. Yariv, Optical Electronics, 3<sup>rd</sup> edn (New York: CBS College Publishing) p 35.
- [3] Sh. Miyazaki *et al.*, J. Phys. D: Appl. Phys. 38, 1665 (2005).
- [4] P. X. Wang *et al.*, J. Appl. Phys, 91, 856, (2002).
- [5] M. Lax, W. H. Louisell, W. B. McKnight, Phys. Rev. A, 11, 1365 (1975).

بسیار موثرتر عمل کرده و الکترون‌هایی تا انرژی حدود GeV را نیز شاهد هستیم.

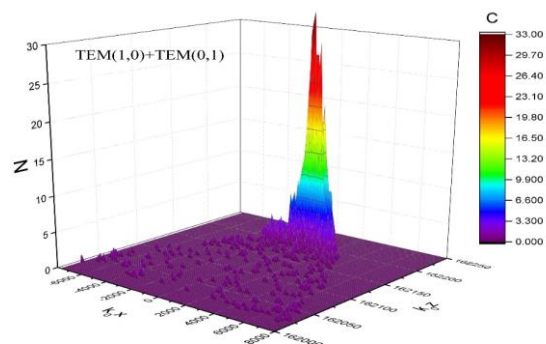


شکل ۵ تغییرات بیشینه مقدار

در شکل‌های ۵ و ۶ توزیع الکترون‌های شتاب‌گرفته در صفحه xy برای دو مد  $(1,1)$  و  $(1,0+0,1)$  نمایش داده شده است.



شکل ۶ دامنه میدان دنباله د



شکل ۷ تغییرات بیشینه مقدار

با توجه به این دو شکل، مشاهده می‌شود الکترون‌هایی که در برهمکنش با مد  $(1,0+0,1)$  قرار می‌گیرند، در نهایت در فضای عرضی و طولی کوچکتری توزیع خواهند شد و پراکندگی‌شان به طور قابل ملاحظه‌ای کمتر از حالتی است که از مد  $(1,1)$  استفاده شده است. برای مقایسه بهتر توزیع