



بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شهید چمران اهواز،  
خوزستان، ایران.  
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰



## تأثیر میدان مغناطیسی بر گرادیان شتاب الکترون درون موجبر پر از پلاسما با استفاده از پالس موج الکترومغناطیس تویست

بهرام برزگر، علی حسن بیگی، حسن مهدیان

فیزیک پلاسما دانشگاه خوارزمی تهران

[b\\_barzegar@yahoo.com](mailto:b_barzegar@yahoo.com) , [hbeigi@khu.ac.ir](mailto:hbeigi@khu.ac.ir) , [mehdian@khu.ac.ir](mailto:mehdian@khu.ac.ir)

چکیده- ما در این مقاله یک مدل تک ذره‌ای را در نظر گرفته‌ایم، در این مدل گرادیان شتاب الکترون در یک موجبر پر از پلاسما با استفاده از برهمکنش امواج الکترومغناطیس تویست با پلاسمای مغناطیسی محاسبه می‌شود. در این شبیه سازی گرادیان شتاب الکترون با استفاده از محاسبات عددی انجام می‌شود. نتایج عددی نشان می‌دهد که در درحین عبور الکترون در طول موجبر امواج الکترومغناطیس تویست و میدان مغناطیسی استاتیکی بر گرادیان شتاب الکترون تأثیر گذار است.

کلید واژه « امواج تویست، گرادیان شتاب الکترون، موجبر استوانه‌ای پلاسما، مدهای TM »

## Effect of magnetic field on electron acceleration gradient in a plasma-filled waveguide by twisted electromagnetic waves

B.Barzegar, A. Hasanbeigi , H. Mehdian

Department of Physics and Institute for Plasma Research, Kharazmi University, Tehran

[b\\_barzegar@yahoo.com](mailto:b_barzegar@yahoo.com) , [hbeigi@khu.ac.ir](mailto:hbeigi@khu.ac.ir) , [mehdian@khu.ac.ir](mailto:mehdian@khu.ac.ir)

**Abstract-**In this paper, we consider a single-particle model, in this model, the electron acceleration gradient in a plasma-filled waveguide is calculated using the interaction of twist electromagnetic waves with magnetic plasma. In this simulation, the electron acceleration gradient is performed using numerical calculations. Numerical results show that during the passage of electrons along the waveguide, twist electromagnetic waves and static magnetic field affect on the electron acceleration gradient.

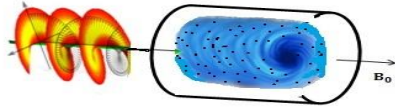
**Keywords** – electron acceleration gradient, magnetized plasma , plasma waveguide, TM mode ,twisted electromagnetic waves.

در این راستا، مکانیزم شتاب الکترون در اثر برهمکنش امواج الکترومغناطیسی تویست با پلاسما و ارتباط آن با کاربردهای فراوان عملی مرزهای جدیدی از تحقیقات را برای بشر گشوده است [۷الی ۱۰].

### مقدمه

تاکنون، مکانیزم‌های مختلف شتاب الکترون توسط دانشمندان فیزیک مورد بررسی قرار گرفته است [۱-۱۲].

شکل ۱ برهمکنش امواج الکترومغناطیسی توپست با موجبر استوانه‌ای دایره‌ای پر از پلاسما را نشان می‌دهد.



شکل ۱. برهمکنش امواج الکترومغناطیسی توپست با موجبر استوانه‌ای دایره‌ای پر از پلاسما.

مولفه میدان الکتریکی مد TM به صورت زیر است:

$$\nabla^2 E_z + \frac{\omega^2}{c^2} [\vec{\epsilon} \cdot \vec{E}]_z - [\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E})]_z = 0 \quad (3)$$

با بسط این رابطه در مختصات استوانه‌ای داریم:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \theta^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{33} E_z + \frac{i}{r} \frac{\epsilon_{12}}{\epsilon_{11}} \frac{\partial E_\theta}{\partial z} + \frac{i \epsilon_{12}}{\epsilon_{11}} \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial E_\theta}{\partial z} - \frac{i \epsilon_{12}}{\epsilon_{11}} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial E_r}{\partial \theta} + \frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_{11}} \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

شکل مد TM به صورت  $E_z \sim A(z) J(\mu r) e^{i z_1}$  ،  $z_1 = -\omega t + n\theta + k_z z + \phi(z)$  و  $\phi(z)$  مورد نظر است. با استفاده از رابطه (۴) برای مد توپست TM داریم:

$$E_r(r, \theta, z) = \sum_n \mu f'_n(z) J'_n(\mu r) e^{i(-\omega t + n\theta)} \quad (5)$$

$$E_\theta(r, \theta, z) = \sum_n \frac{f'_n(z)}{r} J_n(\mu r) e^{i(-\omega t + n\theta)} \quad (6)$$

$$E_z(r, \theta, z) = \sum_n \mu^2 f_n(z) J_n(\mu r) e^{i(-\omega t + n\theta)} \quad (7)$$

در اینجا  $J_n(\mu r)$  nمین تابع بسل است و  $f(z) = A(z) e^{i k_z z + i \phi(z)}$  ،  $2J'_n(\mu r) = J_{n-1}(\mu r) - J_{n+1}(\mu r)$  و  $J_n / \partial(\mu r) = J'_n(\mu r)$  ،  $J_n(\mu r) / (\mu r) = J_{n-1}(\mu r) + J_{n+1}(\mu r)$  ، و  $J_n(\mu r) / (\mu r) = J_{n-1}(\mu r) + J_{n+1}(\mu r)$  . لذا میدانهای مغناطیسی به شکل زیر به دست می‌آید،

$$B_z = 0 \quad (8)$$

$$B_\theta(r, \theta, z) = \sum_n \frac{i c \mu J'_n(x)}{\omega} A(z) \left( \mu^2 + k_z^2 + \frac{b}{c} \right) e^{i z_1} \quad (9)$$

برای اولین بار در دهه ۱۹۹۰ آلن و همکارانش گزارش دادند [۷] که پرتوهای نوری با جبهه فاز هلیکالی حامل تکانه زاویه‌ای مداری (OAM) هستند (پرتوها توپست). از جمله کاربرد امواج توپست می‌توان از سیستم‌های میکروسکوپ نوری [۱۸، ۱۹]، دستگاههای نوری [۱۳، ۱۴]، پلاسمای نامحدود ایده‌آل [۱۵، ۱۶] و امواج پالس لیزری پلاریزه خطی [۱۵، ۱۶] نام برد.

ما در این مقاله، شتاب الکترونی نسبیتی را در برهمکنش امواج الکترومغناطیسی توپست با یک موجبر پر از پلاسمای مغناطیده سرد و با استفاده از روش محاسبات عددی مورد بحث قرار داده‌ایم. در این روش دامنه و فاز متغیر امواج الکترومغناطیسی توپست موجب می‌شود که الکترون با انرژی اولیه 100 KeV در طول حدودا 3 cm انرژی بالی بر 2 GeV را دریافت کند.

## مدل فیزیکی و آنالیزهای نظری

یک موجبر استوانه‌ای پر از پلاسمای یکنواخت با مقطع دایره‌ای که در احاطه میدان مغناطیسی محوری ثابت  $\vec{B}_{ext} = B_0 \hat{z}$  می‌باشد مورد نظر ماست ، برای این سیستم داریم:

$$\vec{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & i\epsilon_{12} & 0 \\ -i\epsilon_{12} & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (1)$$

عناصر ماتریس دی الکتریک عبارتند از [۲۰]:

$$\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega_{ce}^2 - \omega^2)}, \epsilon_{12} = \frac{(\omega_{ce})(\omega_{pe}^2)}{[\omega(\omega_{ce}^2 - \omega^2)]}, \epsilon_{33} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \quad (2)$$

در این رابطه  $\omega_{ce} = e B_0 / m_e c$  فرکانس سیکلوترونی و  $\omega_p = \sqrt{4\pi n_e e^2 / m_e}$  فرکانس پلاسما است.

## مولفه های مد TM

$p_{nm}$  در اینجا ریشه  $m$  مین تابع بسل مرتبه  $n$  می باشد.

## انرژی دریافتی و گرادیان شتاب الکترون

برای گرادیان شتاب و انرژی داریم:

$$\frac{d}{dt}(m_e \gamma_e \vec{v}_e) = -e[\vec{E} + \vec{v}_e \times (\vec{B} + \vec{B}_{ext})/c] \quad (20)$$

$$\frac{dU}{dt} = -e \vec{v}_e \cdot \vec{E} \quad (21)$$

در اینجا  $(m_e \gamma_e \vec{v}_e)$  تکانه نسبیتی الکترون،  
 $U = (\gamma_e - 1)m_e c^2$  انرژی و  $\vec{v}_e$  سرعت الکترون است پس:

$$\frac{dv_r}{dt} = \frac{v_\theta^2}{r} - \frac{v_r}{\gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} - \frac{eE_r}{\gamma_e m_e} - \frac{e}{c\gamma_e m_e} [v_\theta(B_z + B_0) - v_z B_\theta] \quad (22)$$

$$\frac{dv_\theta}{dt} = -\frac{v_\theta v_r}{r} - \frac{v_\theta}{\gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} - \frac{eE_\theta}{\gamma_e m_e} + \frac{e}{c\gamma_e m_e} [v_r(B_z + B_0) - v_z B_r] \quad (23)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -\frac{v_z}{\gamma_e} \frac{d\gamma_e}{dt} - \frac{eE_z}{\gamma_e m_e} - \frac{e}{c\gamma_e m_e} [v_r B_\theta - v_\theta B_r] \quad (24)$$

اینجا  $v_z = \dot{z}$ ،  $v_\theta = r\dot{\theta}$  و  $v_r = dr/dt = \dot{r}$  می باشد. و لذا:

$$\frac{dU}{dz} = -e \left[ \frac{dr}{dz} E_r + r \frac{d\theta}{dz} E_\theta + E_z \right] \quad (25)$$

## نتایج عددی

در این بخش بر اساس مدل فیزیکی شبیه سازی شده در بخش ۳ نتایج به دست آمده از محاسبات عددی را با استفاده از روش Runge-Kutta مرتبه چهار و به زبان فرترن توصیف می کنیم. در شبیه سازی مورد مطالعه ما، چگالی پلاسما  $n_0 = 1.08 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ، فرکانس پلاسما  $\omega_p = 18.53 \text{ GHz}$ ، توان فرودی  $\bar{p} = 14 \times 10^{13} \text{ (erg/sec)}$ ، شعاع موجبر استوانه ای  $R = 2.1 \text{ cm}$  و انرژی اولیه الکترون  $100 \text{ (keV)}$  است. الکترونی تزریق شده در موجبر در نقطه ای با مشخصات  $\theta_0 = \pi/6$ ،  $r_0 = R/2 = 1.05 \text{ cm}$ ،  $v_{0z} = 0.55 c$ ،  $\theta_0 = \pi/6$ ،  $z_0 = 0$ ،  $v_{0r} = 0$ ،  $v_{0\theta} = 0$  و فاز اولیه  $\phi_0 = 0$  وارد موجبر می شود. در این برهمکنش فرکانس

$$B_r(r, \theta, z) = \sum_n \frac{nc J_n(x)}{r\omega} A(z) \left( \mu^2 + k_z^2 + \frac{b}{c} \right) e^{iz_1} \quad (10)$$

در اینجا  $x = \mu r$ ،  $k_r = \mu$  و  $J'_n(x) = dJ_n(x)/dx$  است توجه داریم که در اینجا میدان های الکتریکی طولی  $E_z$  نقش غالب را ایفا می کنند [۲۱] لذا داریم:

$$A'' = \frac{d^2 A}{dz^2} = \left[ -b_1 A(z)/c_1 + 2k_z A\phi' + A\phi'^2 \right] \quad (11)$$

$$\phi'' = \frac{-[2k_z A' + 2A\phi']}{A(z)} \quad (12)$$

اینجا  $A' = dA/dz$ ،  $b_1 = -\mu^4 - [\frac{k_z^2 \mu^2 \epsilon_{33}}{\epsilon_{11}}] + [(\omega^2 \epsilon_{33} \mu^2)/c^2]$ ،  $c_1 = (\mu^2 \epsilon_{33})/\epsilon_{11}$  می باشد.

## توان انتقالی درون موجبر

برای محاسبه دامنه اولیه  $A(z=0)$  می توانیم از میانگین توان و بردار پوینتیک در نقطه فرودی استفاده کنیم:

$$\bar{p} = \left[ \frac{c}{8\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R (E_r B_\theta^* - E_\theta B_r^*) r dr \right] \quad (13)$$

$$\bar{p} = \frac{c^2 A_0^2}{8\omega} \left[ \left( k_z^2 + \mu^2 + \frac{b}{c} \right) (k_z + \phi') R^2 \mu^2 J_n'^2(\mu R) \right] \quad (14)$$

$$(k_z + \phi') A^2 = (k_z + \phi'_0) A_0^2 \quad (15)$$

در این جا  $A_0 = A(z=0)$  و  $\phi'_0 = [d\phi/dz]_{z=0}$  است. و لذا:

$$\bar{p} = \frac{c^2 A_0^2}{8\omega} \left[ \left( k_z^2 + \mu^2 + \frac{b}{c} \right) (k_z + \phi'_0) R^2 \mu^2 J_n'^2(\mu R) \right] \quad (16)$$

$$A_0^2 = \frac{(8\omega \bar{p})}{\left[ c^2 \left( k_z^2 + \mu^2 + \frac{b}{c} \right) (k_z + \phi'_0) R^2 \mu^2 J_n'^2(\mu R) \right]} \quad (17)$$

## شرایط مرزی

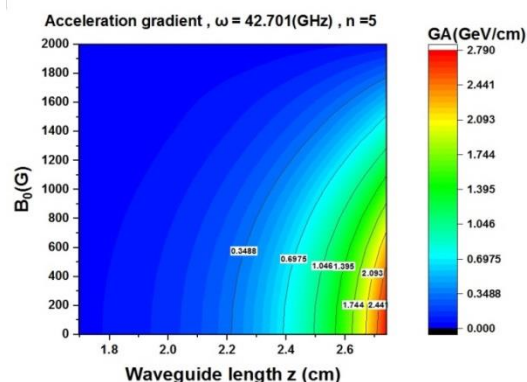
میدان الکتریکی روی دیواره موجبر صفر است لذا:

$$E_z(r=R) = 0 \quad (18)$$

$$J_n(\mu R) = 0, \mu R = p_{nm} \quad (19)$$

- [1] C. Rubbia, Nucl. Phys. A, 553, 375 (1993).
- [2] Y. F. Ivanov, Surf. Coat. Technol, 125, 251 (2000).
- [3] S. Hao, Methods Phys. Res. B, 240, 3, 646 (2005).
- [4] L. R. Grisham, and J. W. Kwan, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A, 606, 1, 83 (2009).
- [5] T. Kase, H. Harada, and T. Takahashi, Nucl. Energy, 29, 335 (1995).
- [6] Z. Sun, and R. Karppi, J. Mater. Process. Technol, 59, 3, 257 (1996).
- [7] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, Phys. Rev. A, 45, 8185 (1992).
- [8] H. Hora, Nature 333, 337 (1988).
- [9] M. A. Gashti, and S. Jafari, The European Physical Journal Plus, 131, 210 (2016).
- [10] S. P. D. Mangles, B. R. Walton, Z. Najmudin, A. E. Dangor, K. Krushelnick, V. Malka, M. Manclossi, N. Lopes, C. Carias, G. Mendes, and F. Dorchies, Laser Part Beams 24, 185 (2006).
- [11] Z. Gong, F. Mackenroth, T. Wang, X. Q. Yan, T. Toncian, and A. V. Arefiev, Phys. Rev. E, 102, 013206 (2020).
- [12] N. Iwata, Y. Sentoku, T. Sano and K. Mima, Nuclear Fusion, 59, 086035 (2019).
- [13] H. He, M. Frieze, N. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, Phys. Rev. Lett. 75, 826 (1995).
- [14] D. G. Grier, Nature 424, 810 (2003).
- [15] T. W. Huang, C. T. Zhou, A. P. L. Robinson, B. Qiao, A. V. Arefiev, P. A. Norreys, X. T. He, and S. C. Ruan, Physics of Plasmas 24, 043105 (2017).
- [16] M. Vaziri, M. Golshani, S. Sohaily, and A. Bahrapour, Physics of Plasmas 22, 033118 (2015).
- [17] D. Nobahar, K. Hajisharifi, and H. Mehdian, Laser and Particle Beams, 35, 543 (2017).
- [18] A. Jesacher, S. Furfapter, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte, Phys. Rev. Lett. 94, 233902 (2005).
- [19] C. Maurer, A. Jesacher, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte, Laser Photonics Rev. 5(1), 81 (2011).
- [20] N. A. Krall, and A. W. Trivelpiece, Principles of Plasma Physics, p. 178 (McGraw-Hill, New York, 1973).
- [21] Yin Shi, David Blackman, Dan Stutman, and Alexey Arefiev, Phys. Rev. Lett. 126, 234801 – Published 11 June (2021).

امواج الکترومغناطیسی ورودی به موجبر  $f=6\text{GHz}$  و بنابراین فرکانس زاویه‌ای  $\omega=2\pi f=37.68\text{GHz}$  می‌باشد، با این تفصیل  $\omega > \omega_p$  شده و لذا موج می‌تواند در موجبر انتشار یابد



شکل ۲. گرادیان شتاب الکترون در طول موجبر برای تغییرات میدان مغناطیسی استاتیکی  $B_0$ ،  $\omega=42.701(\text{GHz})$  و  $n=5$  را نشان می‌دهد.

شکل ۲. نتایج عددی گرادیان شتاب الکترون را در طول موجبر برای تغییرات میدان مغناطیسی استاتیکی  $B_0$  و  $\omega=42.701(\text{GHz})$  و  $n=5$  نشان می‌دهد. افزایش میدان مغناطیسی استاتیکی اعمال شده به موجبر پر از پلاسما موجب کاهش گرادیان شتاب الکترون می‌شود. علت این این است که الکترون یک نیروی الکتریکی عرضی را تجربه می‌کند و برهمکنش بین میدان مغناطیسی عرضی موج توپیست نیرویی  $\vec{B} \times \vec{v}_p$  را در جهت محوری ایجاد می‌کند که موجب شتاب گرادیان بالایی خواهد شد.

### نتیجه گیری

نتایج نشان می‌دهد که گرادیان شتاب الکترون به طور قابل توجهی در هنگام عبور الکترون در موجبر در اثر برهمکنش با امواج توپیست مخصوصاً برای  $n \geq 4$  بالا می‌رود.

مراجع