



لیزر  
پلاسمای  
مغناطیده

بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۸ تا ۱۰ بهمن ماه ۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز



## مدهای غیرخطی لیزر قطبیده‌ی دایروی منتشر شونده در پلاسمای مغناطیده‌ی داغ

ناصر سپهری جوان، حسین محمدزاده و سیده حدیث هاشمی

گروه فیزیک، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل

چکیده – برهمکنش غیرخطی یک پالس لیزری قطبیده‌ی دایروی قوی و یک پلاسمای مغناطیده‌ی داغ در تقریب شبه خنثی بررسی شده است. معادلات غیرخطی با در نظر گرفتن یک لیزر با نمایه‌ی شدت گوسی بدست آمده است. پس از حصول رابطه پاشندگی غیر خطی، تغییرات معادله‌ی پاشندگی، سرعت گروه و نیز فرکانس قطع با پارامترهای فیزیکی مسئله از جمله شدت لیزر، دما و نوع قطبش به صورت عددی مطالعه شده است.

کلید واژه- اندرکنش لیزر-پلاسما، پلاسمای مغناطیده، قطبش دایروی، معادله‌ی پاشندگی غیرخطی.

## Nonlinear Modes of a Propagating Circularly Polarized Laser through a Hot Magnetized Plasma

Naser Sepehri Javan, Hossein Mohammadzadeh and S. Hadis Hashemi

Department of Physics, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil

Abstract- Non-linear interaction of an intense circularly polarized laser pulse with magnetized hot plasma is investigated in the quasi-neutral approximation. Non-linear equations for a Gaussian profile laser intensity are achieved. After deriving non-linear dispersion relation, variation of dispersion relation, group velocity and cut-off frequency with respect to physical parameters such as laser intensity, temperature and kind of polarization are studied numerically.

Keywords: Circular polarization, Laser-plasma interaction, Magnetized plasma, Non-linear dispersion relation.

در تقریب شبیه خنثی با استفاده از معادلات سیالی نسبیتی چگالی جریان غیر خطی به شکل زیر حاصل می شود [۹]

$$\frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \approx \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\mathbf{A}}{(\gamma_e - \sigma\alpha)} \exp\left(-\frac{\kappa}{2} \frac{|\mathbf{A}|^2}{(1-\sigma\alpha)}\right) \quad (4)$$

در رابطه فوق،  $\gamma_e \approx \sqrt{1 + |\mathbf{A}|^2 / (1 + \sigma\alpha)^2}$  فاکتور لورنتس،  $\kappa = \beta_e / (1 + \delta^{-1})$ ،  $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A}e / m_{0e}c^2$  و  $\beta_e = c^2 / v_{T_e}^2$  و  $\omega_c = eB_0 / m_{0e}c$  و  $\alpha = \omega_c / \omega_0$  سرعت گرمایی الکترون می باشد. با جایگذاری رابطه (۴) و (۲) در رابطه (۱) خواهیم داشت

$$\frac{\omega_0^2}{c^2} A_0 + \frac{d^2 A_0}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA_0}{dr} - k_0^2 A_0 = \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{A_0}{(\gamma_e - \sigma\alpha)} \exp\left(-\frac{\kappa}{2} \frac{|\mathbf{A}|^2}{(1-\sigma\alpha)}\right) \quad (5)$$

با ضرب دو سمت معادله (۵) در  $\frac{dA_0}{dr}$  و انتگرال گیری نسبت به  $r$  می توان به رابطه زیر رسید

$$\omega_0^2 = k_0^2 c^2 + 2 \frac{c^2}{r_0^2} + 2 \frac{\omega_p^2}{(\gamma_e - \sigma\alpha)} \frac{1 - \sigma\alpha}{\kappa a_0^2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\kappa}{2} \frac{a_0^2}{1 - \sigma\alpha}\right) \right] \quad (6)$$

که  $a_0 = \tilde{A}_0 e / m_{0e}c^2$  دامنه بهنجار شده است. رابطه (۶) پاشندگی غیر خطی موج الکترومغناطیسی دایروی در پلاسمای مغناطیسی می باشد. در تقریب خطی  $a_0^2 \rightarrow 0$  برای یک موج با دامنه می ثابت  $\rightarrow \infty$  به سادگی می توان به معادله (۶) آشنای پاشندگی خطی زیر رسید [۶]

$$\omega_0^2 = k_0^2 c^2 + \omega_p^2 / (1 - \sigma\alpha) \quad (7)$$

از معادله (۶) داریم

$$\bar{\omega}^2 = \bar{k}^2 + \frac{2}{\bar{r}_0^2} + \frac{2}{(\gamma_e - \sigma\alpha)} \frac{1 - \sigma\alpha}{\kappa a_0^2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\kappa}{2} \frac{a_0^2}{1 - \sigma\alpha}\right) \right] \quad (8)$$

## ۱- مقدمه

انتشار غیرخطی پلاسماهای لیزری پرشدت دارای کاربردهای فراوانی در شتابدهی ذرات باردار پلاسما [۱]، همچو شی لیزری [۲]، هماهنگهای مرتبه بالا [۳]، میدان مغناطیسی قوی [۴]، لیزرهای اشعه X [۵] و غیره می باشد. با استفاده از اختلال مرتبه اول، در بسیاری از منابع فیزیک پلاسما مسئله انتشار خطی امواج در پلاسما و همچنین نایابیداری آنها مورد بررسی واقع شده است [۶]. معادله پاشندگی غیرخطی مراتب مختلف با استفاده از روش بسط اختلالی برای یک موج الکترومغناطیسی عادی در پلاسمای مغناطیسیده سرد توسط N. Wadhwani و همکاران بررسی شده است [۷]. مسئله انتشار یک موج الکترومغناطیسی گوسی شکل در یک پلاسمای داغ غیر مغناطیسیده برخوردي توسط V. B. Pathak مطالعه شده است [۸]. در این مقاله با استفاده از یک رهیافت جدید، معادله تحولات غیرخطی دامنه موج لیزری در پلاسمای داغ الکترون-یون مغناطیسیده بدست آمده و معادله پاشندگی و سرعت گروه غیرخطی بررسی شده است.

## ۲- معادله غیرخطی پاشندگی

معادله تحولات موج لیزر توصیف کننده می دینامیک برهمنش غیرخطی موج با پلاسما را با استفاده از پتانسیل های برداری و اسکالار به صورت زیر می نویسیم

$$(1/c^2) \left( \partial^2 \mathbf{A} / \partial t^2 \right) - \nabla^2 \mathbf{A} = (4\pi/c) \mathbf{J}$$

در این رابطه  $J$  چگالی جریان الکترونهای پلاسما و  $c$  سرعت نور و  $A$  پتانسیل برداری لیزر است. موج الکترومغناطیسی با قطبش دایروی که در راستای محور  $z$  منتشر می شود را به صورت زیر در نظر می گیریم

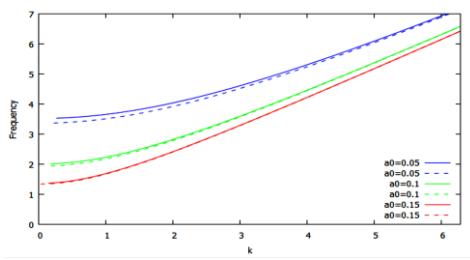
$$(2) \quad \mathbf{A}(r, t) = (A_0(r)/2) e^{-i\omega_0 t + ik_0 z} (\hat{x} + i\sigma \hat{y}) + c.c.$$

در رابطه بالا  $k_0$  و  $\omega_0$  عدد موج و فرکانس موج هستند.  $\sigma$  برای قطبش دایروی راستگرد و یا چپگرد به ترتیب برابر ۱ و -۱ خواهد بود. با فرض گوسی بودن دامنه لیزر داریم

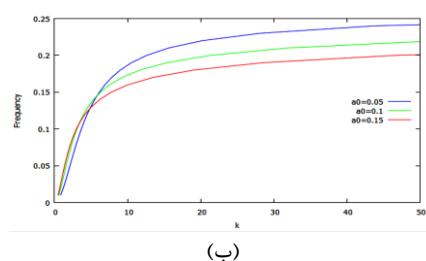
$$(3) \quad A_0(r) = \tilde{A}_0 \exp(-r^2/r_0^2)$$

که در رابطه بالا  $r_0$  اندازه ای لکه می لیزر است.

گروه می شود. در حد  $k$  های خیلی بزرگ سرعت گروه برای تمامی موارد به سمت صفر میل می کند.

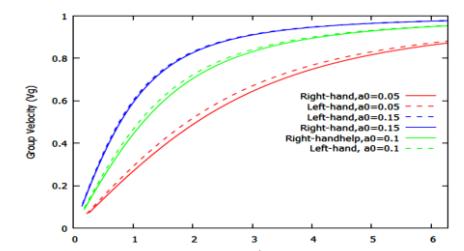


(آ)

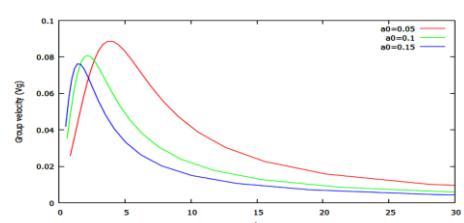


(ب)

شکل(۱). معادله‌ی پاشندگی (وابستگی  $\omega$  به  $k$ ). خطوط مربوط به موج با قطبش دایروی راستگرد و خط چین‌ها برای موج با قطبش دایروی چپگرد هستند. منحنی‌های سبز رنگ مربوط به  $a_0 = 0.1$  آبی رنگ  $a_0 = 0.05$  و قرمز رنگ  $a_0 = 0.15$  هستند.



(آ)



(ب)

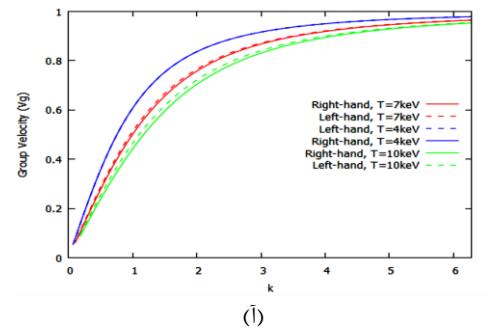
شکل(۲). سرعت گروه بر حسب عدد موج (وابستگی  $V_g$  به  $k$ ). خطوط مربوط به موج با قطبش دایروی راستگرد و خط چین‌ها برای موج با قطبش دایروی چپگرد هستند. منحنی‌های سبز رنگ مربوط

که  $\bar{r}_0 = r_0 \omega_p / c$  و  $\bar{k} = k_0 c / \omega_p$  و  $\bar{\omega} = \omega_0 / \omega_p$  می باشند.

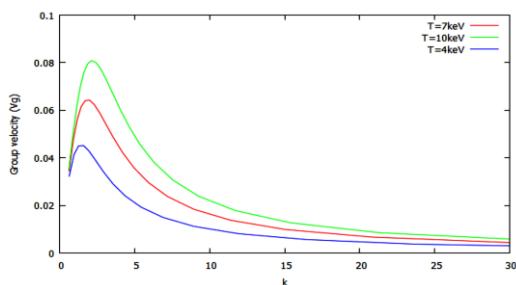
### ۳- حل عددی معادله‌ی پاشندگی

برای حل عددی معادله‌ی غیر خطی پاشندگی (۸) فرض می‌کنیم  $\delta = 10^{-6}$ ,  $\omega_p = 3.376 \times 10^{15}$ ,  $r_0 = 15 \times 10^{-6}$  و  $T_e = 10 keV$ . در شکل(۱) معادله‌ی پاشندگی برای امواج قطبیده‌ی راستگرد و چپگرد برای  $a_0$  های متفاوت به ازای  $\omega_c = 0.3 \omega_p$  آورده شده است. برای وضوح بیشتر دو شاخه‌ی معادله‌ی پاشندگی به صورت جداگانه در اشکال (۱-آ) و (۱-ب) آورده شده است. در این شکل‌ها نمودارهای خط چین بیانگر قطبش چپگرد می‌باشند. برای موج با قطبش چپگرد انتشار موج فقط بالای فرکانس سیکلوترونی مجاز است. مشاهده می‌شود برای شاخه‌ی بالای با افزایش شدت موج لیزر فرکانس قطع به سمت پایین منتقل می‌شود همچنین در شدت های بالا عملاً پاشندگی هر دو نوع قطبش بر هم منطبق می‌شوند. برای شاخه‌ی پایینی که فقط برای موج با قطبش راستگرد وجود دارد رفتار منحنی پاشندگی در نواحی مختلف طول موجی کاملاً متفاوت است. در  $k$  های کوچک یا طول موج‌های بزرگ افزایش شدت موج لیزر سبب افزایش شب منحنی پاشندگی می‌شود ولی در  $k$  های بزرگ یا طول موج‌های کوچک، بر عکس، افزایش شدت منجر به کاهش شب منحنی می‌شود. برای درک بهتر مسئله سرعت گروه بی بعد شده با سرعت نور متناظر با این نمودارهای پاشندگی در شکل (۲) آورده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش شدت، سرعت گروه برای شاخه‌ی بالای در هر دو نوع قطبش افزایش می‌یابد. همچنین در شرایط یکسان سرعت گروه برای قطبش چپگرد بیشتر از قطبش راستگرد می‌باشد. در  $k$  های بزرگ سرعت گروه به سمت سرعت نور میل می‌کند. برای شاخه‌ی پایینی در تمامی موارد ابتدا با افزایش عدد موج در نواحی  $k$  های کوچک سرعت گروه افزایش پیدا کرده پس از عبور از یک بیشینه (زیر سرعت  $0.1c$ ) با افزایش عدد موج کاهش می‌یابد. در  $k$  های کوچک همانطور که از نمودارهای پاشندگی شکل قبل نیز دیدیم افزایش شدت منجر به افزایش سرعت گروه می‌شود ولی در  $k$  های بزرگ افزایش شدت منجر به کاهش سرعت

بالایی و افزایش سرعت گروه در این شاخه می‌شود. در شاخه‌ی پایینی در طول موج‌های متفاوت این رفتار سرعت گروه نسبت به شدت لیزر کاملاً متفاوت است. در این شاخه افزایش دما منجر به افزایش سرعت گروه می‌شود.



(ا)



(ب)

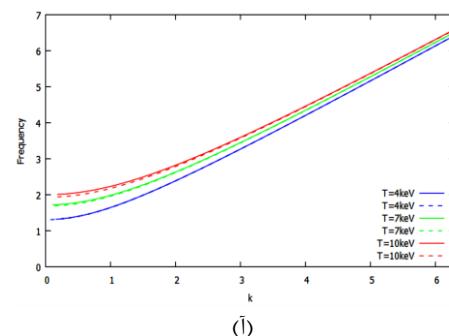
شکل (۴). سرعت گروه بر حسب عدد موج (وابستگی  $V_g$  به  $k$ ). خطوط مربوط به موج با قطبش دایروی راستگرد و خط چین‌ها برای موج با قطبش دایروی چپگرد هستند. منحنی‌های قرمز مربوط به سبز رنگ  $T_e = 10\text{keV}$ , آبی  $T_e = 7\text{keV}$  و سبز  $T_e = 4\text{keV}$  هستند.

## مراجع

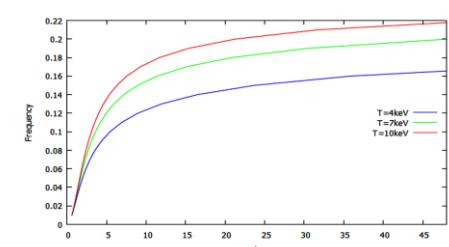
- [1] T. Tajima and J.M. Dawson, *Laser Electron Accelerator*. Phys. Rev. Lett. **43**, 267270 (1979).
- [2] G. Pelletier, H. Sol and E. Asseo, *Magnetized Langmuir wave packets excited by a strong beam-plasma interaction*, Phys. Rev. A **38**, 2552 (1988).
- [3] J. Ling, W. A. Mahoney, Wm. A. Wheaton, and A. S. Jackobson, *Long-Term Gamma-Ray Spectral Variability of Cygnus X-1*, Astrophys. J. Lett. **321**, L117 (1987).
- [4] G. Z. Machabeli, S. V. Vladimirov, and D. B. Melrose, *Nonlinear dynamics of an ordinary electromagnetic mode in a pair plasma*, Phys. Rev. E **59**, 4552 (1999).
- [5] D. B. Melrose, *Plasma Astrophysics*, Gordon and Breach, London, 1986.
- [6] N. A. Krall and A. W. Trivelpiece, *Principles of Plasma Physics*, McGraw-Hill, New York, USA, 1973.
- [7] N. Wadhwaní, P. Kumar, and P. Jha *Nonlinear theory of propagation of intense laser pulses in magnetized plasma*, Phys. Plasmas **9**, 263 (2002).
- [8] V. B. Pathak and V. K. Tripathi, *Electromagnetic eigenmodes of collisional and collisionless plasmas and their stability to stimulated Brillouin scattering*, Phys. Plasmas **14**, 022105 (2007).
- [9] N. Sepehri Javan, *Competition of circularly polarized laser modes in the modulation instability of hot magnetoplasma*, Phys. Plasmas **20**, 012120 (2013).

به آبی رنگ  $a_0 = 0.15$  و قرمز رنگ  $a_0 = 0.05$  هستند.

در شکل (۳) نحوه‌ی تغییرات معادله‌ی پاشندگی به ازای دماهای الکترونی متفاوت آورده شده است. مشاهده می‌شود که در شاخه‌ی بالایی افزایش دما سبب انتقال فرکانس قطع به سمت بالا می‌شود. همچنین در شاخه‌ی پایینی مشاهده می‌شود که افزایش دما سبب تندتر شدن شیب منحنی پاشندگی می‌شود. در اشکال (۴-آ) و (۴-ب) سرعت‌های گروه متناظر با این پاشندگی‌ها آورده شده است. در شاخه‌ی بالایی افزایش دما منجر به کاهش سرعت گروه می‌شود در صورتی که در شاخه‌ی پایینی به صورت عکس، افزایش دما منجر به افزایش قابل ملاحظه‌ی سرعت گروه می‌شود.



(ا)



(ب)

شکل (۳). معادله‌ی پاشندگی (وابستگی  $\omega$  به  $k$ ). خطوط مربوط به موج با قطبش دایروی راستگرد و خط چین‌ها برای موج با قطبش دایروی چپگرد هستند. منحنی‌های سبز رنگ مربوط به سبز رنگ  $T_e = 10\text{keV}$ , آبی رنگ  $T_e = 7\text{keV}$  و قرمز رنگ  $T_e = 4\text{keV}$  هستند.

## ۴-نتیجه‌گیری

در این مقاله رابطه پاشندگی غیرخطی برای امواج الکترومغناطیسی قطبیده‌ی دایروی در پلاسمای مغناطیسی داغ بررسی شده است. افزایش شدت لیزر و نیز کاهش دمای پلاسما سبب پایین آمدن فرکانس قطع در شاخه‌ی