بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

مدهای غیرخطی لیزر قطبیده ی دایروی منتشر شونده در پلاسمای مغناطیده ی داغ

ناصر سپهری جوان، حسین محمدزاده و سیده حدیث هاشمی

گروه فیزیک، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل

چکیده – برهمکنش غیرخطی یک پالس لیزری قطبیده‌ی دایروی قوی و یک پلاسمای مغناطیده داغ در تقریب شبه خنثی بررسی شده است. معادلات غیرخطی با در نظر گرفتن یک لیزر با نمایه ی شدت گوسی بدست آمده است. پس از حصول رابطه پاشندگی غیر خطی، تغییرات معادله ی پاشندگی، سرعت گروه و نیز فرکانس قطع با پارامترهای فیزیکی مسئله از جمله شدت لیزر، دما و نوع قطبش به صورت عددی مطالعه شده است.

کلید واژه- اندرکنش لیزر-پلاسما، پلاسمای مغناطیده ، قطبش دایروی، معادله ی پاشندگی غیرخطی.

Nonlinear Modes of a Propagating Circularly Polarized Laser through a Hot Magnetized Plasma

Naser Sepehri Javan, Hossein Mohammadzadeh and S. Hadis Hashemi

Department of Physics, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil

Abstract- Non-linear interaction of an intense circularly polarized laser pulse with magnetized hot plasma is investigated in the quasi-neutral approximation. Non-linear equations for a Gaussian profile laser intensity are achieved. After deriving non-linear dispersion relation, variation of dispersion relation, group velocity and cut-off frequency with respect to physical parameters such as laser intensity, temperature and kind of polarization are studied numerically.

Keywords: Circular polarization, Laser-plasma interaction, Magnetized plasma, Non-linear dispersion relation.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-04]

۱-مقدمه

انتشار غیرخطی پالس‌های لیزری پرشدت دارای کاربرد های فراوانی در شتابدهی ذرات باردار پلاسما [۱]، همجوشی لیزری [۲]، هماهنگ‌های مرتبه بالا [۳]، میدان مغناطیسی قوی [۴]، لیزرهای اشعه X [۵] و غیره می باشد. با استفاده از اختلال مرتبه اول، در بسیاری از منابع فیزیک پلاسما مسئله انتشار خطی امواج در پلاسما و همچنین ناپایداری آنها مورد بررسی واقع شده است [۶]. معادله پاشندگی غیرخطی مراتب مختلف با استفاده از روش بسط اختلالی برای یک موج الکترومغناطیسی عادی در پلاسمای مغناطیده سرد توسط N. Wadhwani و همکاران بررسی شده است [۷]. مسئله‌ی انتشار یک موج الکترومغناطیسی گوسی شکل در یک پلاسمای داغ غیر مغناطیده برخوردی توسط V. B. Pathak و همکاران مطالعه شده است [۸]. در این مقاله با استفاده از یک رهیافت جدید، معادله تحولات غیرخطی دامنه موج لیزری در پلاسمای داغ الکترون-یون مغناطیده بدست آمده و معادله پاشندگی و سرعت گروه غیرخطی بررسی شده است.

۲-معادله غیرخطی پاشندگی

معادله تحولات موج لیزر توصیف کننده ی دینامیک برهم کنش غیرخطی موج با پلاسما را با استفاده از پتانسیل های برداری و اسکالر به صورت زیر می نویسیم

$$\left(1/c^2\right)\left(\partial^2\mathbf{A}/\partial t^2\right)-\nabla^2\mathbf{A}=\left(4\pi/c\right)\mathbf{J} \qquad (۱)$$

در این رابطه J چگالی جریان الکترونهای پلاسما و c سرعت نور و $\mathbf{A}$ پتانسیل برداری لیزر است. موج الکترومغناطیسی با قطبش دایروی که در راستای محور z منتشر می شود را به صورت زیر در نظر می گیریم

$$\mathbf{A}(r,t)=\left(A_0(r)/2\right)e^{-i\omega_0 t+ik_0 z}(\hat{x}+i\sigma\hat{y})+c.c. \qquad (۲)$$

در رابطه بالا k_0 و ω_0 عدد موج و فرکانس موج هستند. σ برای قطبش دایروی راستگرد و یا چپگرد به ترتیب برابر $+1$و -1 خواهد بود. با فرض گوسی بودن دامنه لیزر داریم

$$A_0(r)=\tilde{A}_0\exp(-r^2/r_0^2) \qquad (۳)$$

که در رابطه بالا r_0 اندازه ی لکه ی لیزر است.

در تقریب شبه خنثی با استفاده از معادلات سیالی نسبیتی چگالی جریان غیر خطی به شکل زیر حاصل می شود[۹]

$$\frac{4\pi}{c}\mathbf{J}\approx\frac{\omega_p^2}{c^2}\frac{\mathbf{A}}{\left(\gamma_e-\sigma\alpha\right)}\exp\left(-\frac{\kappa}{2}\frac{\left|\overline{\mathbf{A}}\right|^2}{\left(1-\sigma\alpha\right)}\right) \qquad (۴)$$

در رابطه فوق، $\gamma_e\approx\sqrt{1+\left|\overline{\mathbf{A}}\right|^2/\left(1+\sigma\alpha\right)^2}$ فاکتور لورنتس، $\overline{\mathbf{A}}=\mathbf{A}e/m_{0e}c^2$ ، $\kappa=\beta_e/1+\delta^{-1}$ ، $\alpha=\omega_c/\omega_0$ و $\omega_c=eB_0/m_{0e}c$ و $\beta_e=c^2/v_{T_e}^2$ ، $\omega_p=\sqrt{4\pi n_0e^2/m_{0e}}$ و $v_{T_e}=(k_BT_e/m_{0e})^{1/2}$ سرعت گرمایی الکترون می باشد. با جایگذاری رابطه (۴) و (۲) در رابطه (۱) خواهیم داشت

$$\frac{\omega_0^2}{c^2}A_0+\frac{d^2A_0}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dA_0}{dr}-k_0^2A_0=\frac{\omega_p^2}{c^2}\frac{A_0}{\left(\gamma_e-\sigma\alpha\right)}\exp\left(-\frac{\kappa}{2}\frac{\left|\overline{\mathbf{A}}\right|}{\left(1-\sigma\alpha\right)}\right) \qquad (۵)$$

با ضرب دو سمت معادله ی (۵) در $\frac{dA_0}{dr}$ و انتگرال گیری نسبت به r می توان به رابطه زیر رسید

$$\omega_0^2=k_0^2c^2+2\frac{c^2}{r_0^2}+2\frac{\omega_p^2}{\left(\gamma_e-\sigma\alpha\right)}\frac{1-\sigma\alpha}{\kappa a_0^2}\left[1-\exp\left(-\frac{\kappa}{2}\frac{a_0^2}{1-\sigma\alpha}\right)\right] \qquad (۶)$$

که $a_0=\tilde{A}_0e/m_{0e}c^2$ دامنه بهنجار شده است. رابطه (۶) پاشندگی غیر خطی موج الکترومغناطیسی دایروی در پلاسمای مغناطیده می باشد. در تقریب خطی $a_0^2\to0$ برای یک موج با دامنه ی ثابت $r_0\to\infty$ به سادگی می توان به معادله ی آشنای پاشندگی خطی زیر رسید [۶]

$$\omega_0^2=k_0^2c^2+\omega_p^2/\left(1-\sigma\alpha\right) \qquad (۷)$$

از معادله (۶) داریم

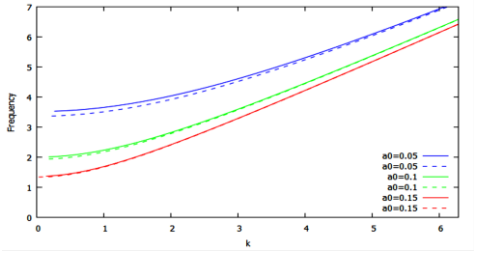
$$\overline{\omega}^2=\bar{k}^2+\frac{2}{\bar{r}_0^2}+\frac{2}{\left(\gamma_e-\sigma\alpha\right)}\frac{1-\sigma\alpha}{\kappa a_0^2}\left[1-\exp\left(-\frac{\kappa}{2}\frac{a_0^2}{1-\sigma\alpha}\right)\right] \qquad (۸)$$

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-04]

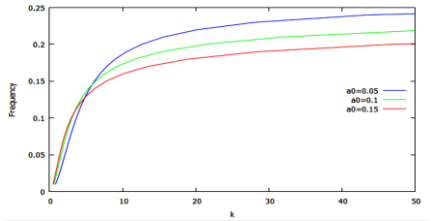
که $\bar{\omega}=\omega_0/\omega_p$ و $\bar{k}=k_0c/\omega_p$ و $\bar{r}_0=r_0\omega_p/c$ می باشند.

۳-حل عددی معادله ی پاشندگی

برای حل عددی معادله غیر خطی پاشندگی (۸) فرض می‌کنیم $\omega_p=3.376\times10^{15}$، $r_0=15\times10^{-6}$ و $\delta=10$. در شکل(۱) معادله ی پاشندگی برای امواج قطبیده ی راستگرد و چپگرد برای a_0های متفاوت به ازای $T_e=10keV$ و $\omega_c=0.3\omega_p$ آورده شده است. برای وضوح بیشتر دو شاخه ی معادله ی پاشندگی به صورت جداگانه در اشکال (۱-آ) و (۱-ب) آورده شده است. در این شکل‌ها نمودارهای خط چین بیانگر قطبش چپگرد می باشند. برای موج با قطبش چپگرد انتشار موج فقط بالای فرکانس سیکلوترونی مجاز است. مشاهده می شود برای شاخه ی بالایی با افزایش شدت موج لیزر فرکانس قطع به سمت پایین منتقل می شود همچنین در شدت های بالا عملاً پاشندگی هر دو نوع قطبش بر هم منطبق می شوند. برای شاخه ی پایینی که فقط برای موج با قطبش راستگرد وجود دارد رفتار منحنی پاشندگی در نواحی مختلف طول موجی کاملا متفاوت است. در kهای کوچک یا طول موج های بزرگ افزایش شدت موج لیزر سبب افزایش شیب منحنی پاشندگی می شود ولی در k های بزرگ یا طول موج های کوچک، برعکس، افزایش شدت منجر به کاهش شیب منحنی می شود. برای درک بهتر مسئله سرعت گروه بی بعد شده با سرعت نور متناظر با این نمودارهای پاشندگی در شکل (۲) آورده شده است. مشاهده می شود که با افزایش شدت، سرعت گروه برای شاخه‌ی بالایی در هر دو نوع قطبش افزایش می یابد. همچنین در شرایط یکسان سرعت گروه برای قطبش چپگرد بیشتر از قطبش راستگرد می باشد. در kهای بزرگ سرعت گروه به سمت سرعت نور میل می کند. برای شاخه ی پایینی در تمامی موارد ابتدا با افزایش عدد موج در نواحی kهای کوچک سرعت گروه افزایش پیدا کرده پس از عبور از یک بیشینه (زیر سرعت $0.1c$) با افزایش عدد موج کاهش می‌یابد. در kهای کوچک همانطور که از نمودارهای پاشندگی شکل قبل نیز دیدیم افزایش شدت منجر به افزایش سرعت گروه می شود ولی در kهای بزرگ افزایش شدت منجر به کاهش سرعت گروه می شود. در حد kهای خیلی بزرگ سرعت گروه برای تمامی موارد به سمت صفر میل می کند.

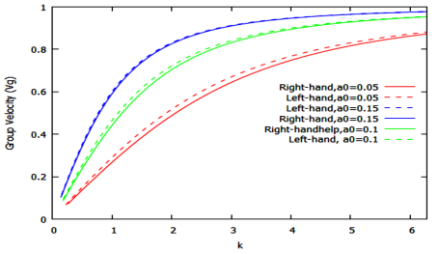


(آ)

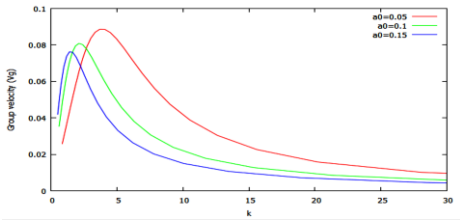


(ب)

شکل(۱). معادله ی پاشندگی (وابستگی ω به k). خطوط مربوط به موج با قطبش دایروی راستگرد و خط چین ها برای موج با قطبش دایروی چپگرد هستند. منحنی های سبز رنگ مربوط به $a_0=0.1$، آبی رنگ $a_0=0.05$ و قرمز رنگ $a_0=0.15$ هستند.



(آ)



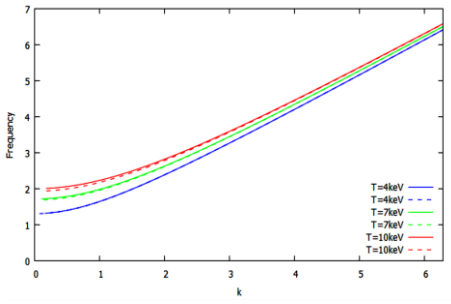
(ب)

شکل (۲). سرعت گروه بر حسب عدد موج (وابستگی V_g به k). خطوط مربوط به موج با قطبش دایروی راستگرد و خط چین ها برای موج با قطبش دایروی چپگرد هستند. منحنی های سبز رنگ مربوط

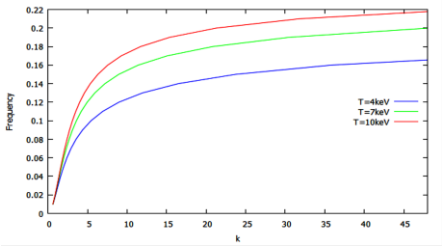
[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-04]

به $a_0 = 0.1$، آبی رنگ $a_0 = 0.15$ و قرمز رنگ $a_0 = 0.05$ هستند.

در شکل (۳) نحوه ی تغییرات معادله ی پاشندگی به ازای دماهای الکترونی متفاوت آورده شده است. مشاهده می شود که در شاخه ی بالایی افزایش دما سبب انتقال فرکانس قطع به سمت بالا می شود. همچنین در شاخه ی پایینی مشاهده می شود که افزایش دما سبب تندتر شدن شیب منحنی پاشندگی می شود. در اشکال (۴-آ) و (۴-ب) سرعت های گروه متناظر با این پاشندگی ها آورده شده است. در شاخه ی بالایی افزایش دما منجر به کاهش سرعت گروه می شود در صورتی که در شاخه ی پایینی به صورت عکس، افزایش دما منجر به افزایش قابل ملاحظه ی سرعت گروه می شود.



(آ)

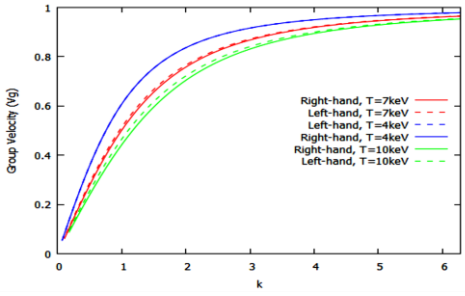


(ب)

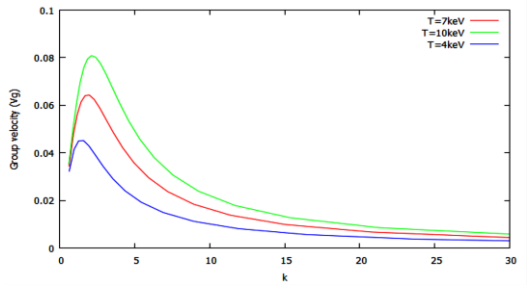
شکل (۳). معادله ی پاشندگی (وابستگی ω به k). خطوط مربوط به موج با قطبش دایروی راستگرد و خط چین ها برای موج با قطبش دایروی چپگرد هستند. منحنی های سبز رنگ مربوط به $T_e = 7keV$، آبی رنگ $T_e = 4keV$ و قرمز رنگ $T_e = 10keV$ هستند.

۴-نتیجه‌گیری

در این مقاله رابطه پاشندگی غیرخطی برای امواج الکترومغناطیسی قطبیده‌ی دایروی در پلاسمای مغناطیده داغ بررسی شده است. افزایش شدت لیزر و نیز کاهش دمای پلاسما سبب پایین آمدن فرکانس قطع در شاخه‌ی بالایی و افزایش سرعت گروه در این شاخه می‌شود. در شاخه‌ی پایینی در طول‌موج‌های متفاوت این رفتار سرعت گروه نسبت به شدت لیزر کاملا متفاوت است. در این شاخه افزایش دما منجر به افزایش سرعت گروه می شود.



(آ)



(ب)

شکل(۴). سرعت گروه بر حسب عدد موج (وابستگی V_g به k). خطوط مربوط به موج با قطبش دایروی راستگرد و خط چین ها برای موج با قطبش دایروی چپگرد هستند. منحنی های قرمز مربوط به $T_e = 7keV$، آبی $T_e = 4keV$ و سبز $T_e = 10keV$ هستند.

مراجع

[1] T. Tajima and J.M. Dawson, *Laser Electron Accelerator*. Phys. Rev. Lett. **43**, 267270 (1979)

[2] G. Pelletier, H. Sol and E. Asseo, *Magnetized Langmuir wave packets excited by a strong beam-plasma interaction*, Phys. Rev. A **38,** 2552 (1988).

[3] J. Ling, W. A. Mahoney, Wm. A. Wheaton, and A. S. Jackobson, *Long-Term Gamma-Ray Spectral Variability of Cygnus X-1*,Astrophys. J. Lett. **321,** L117 (1987).

[4] G. Z. Machabeli, S. V. Vladimirov, and D. B. Melrose, *Nonlinear dynamics of an ordinary electromagnetic mode in a pair plasma*, Phys. Rev. E **59,** 4552 (1999).

[5] D. B. Melrose, *Plasma Astrophysics*, Gordon and Breach, London, 1986.

[6] N. A. Krall and A. W. Triveliece, *Principles of Plasma Physics*, McGraw-Hill, New York, USA, 1973.

[7] N. Wadhwani, P. Kumar, and P. Jha *Nonlinear theory of propagation of intense laser pulses in magnetized plasma*, Phys. Plasmas **9**, 263 (2002).

[8] V. B. Pathak and V. K. Tripathi, *Electromagnetic eigenmodes of collisional and collisionless plasmas and their stability to stimulated Brillouin scattering*, Phys. Plasmas **14**, 022105 (2007).

[9] N. Sepehri Javan, *Competition of circularly polarized laser modes in the modulation instability of hot magnetoplasma*, Phys. Plasmas **20**, 012120 (2013).

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-04]