



بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و  
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس  
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،  
دانشگاه شهید چمران اهواز،  
خوزستان، ایران.  
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰



## بررسی انتشار گردنورهای چندقطبی در بستر موج تخت

اعظم غلامی<sup>۱</sup>، سیف‌اله رسولی<sup>۲،۱</sup>، علی محمد خزایی<sup>۱</sup>

azamgholami@iasbs.ac.ir, Rasouli@iasbs.ac.ir, am.khazaiy@iasbs.ac.ir

<sup>۱</sup> دانشکده‌ی فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه‌ی زنجان، زنجان  
<sup>۲</sup> مرکز پژوهشی اپتیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه‌ی زنجان، زنجان

چکیده - باریکه‌ی نوری که جبهه‌ی موج آن دارای تکینگی فاز و به صورت مارپیچ‌گون باشد را باریکه‌ی گردابی می‌گویند که کاربردهای بسیاری در زمینه‌های مختلف در اپتیک پیدا کرده‌اند. در مطالعه‌ی پیش‌رو، یک باریکه‌ی نور تخت از میان یک تحریرگر فضایی نور شامل یک تکینگی فاز با بار توپولوژیکی برابر با  $l_1$  واقع شده در مرکز مربع و چهار تکینگی فاز با بارهای توپولوژیکی برابر با  $l_2$  واقع شده روی رئوس مربع، عبور داده می‌شود. مقادیر متفاوتی برای بارهای توپولوژیکی  $l_1$  و  $l_2$  در نظر گرفته می‌شود. نتایج شبیه‌سازی و تجربی نشان می‌دهد در صورتی که بار توپولوژیکی تکینگی فاز مرکزی برابر با مجموع بارهای توپولوژیکی تکینگی‌های فاز واقع شده روی رئوس مربع باشد، دو حالت را می‌توان در نظر گرفت. اگر علامت بار مرکزی با علامت بارهای رئوس مربع یک سان باشد، آن‌گاه بار توپولوژیکی کل برابر با مجموع کل بارهای توپولوژیکی تکینگی‌های فاز است و در نتیجه شعاع باریکه‌ی گردابی در اثر انتشار افزایش می‌یابد. چنانچه علامت بار مرکزی با علامت بارهای رئوس مربع مخالف یکدیگر باشد، بار توپولوژیکی کل برابر با صفر خواهد بود و در نتیجه در اثر انتشار یک باریکه‌ی نور تخت خواهیم داشت.

کلید واژه- باریکه‌ی گردابی، بار توپولوژیکی، تکینگی فاز.

## optical vortices under a plane Investigating propagation of multiple wave bed

Azam Gholami<sup>1</sup>, Saifollah Rasouli<sup>1,2</sup>, Ali Mohammad Khazaei<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, Iran

<sup>2</sup>Optics Research Center, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, Iran

**Abstract-** A light beam whose wave front has a phase singularity and is helical is called a vortex beam. Optical vortices have found many applications in optics. In this work, we consider propagation of a plane wave through a spatial light modulator consisting of one a phase singularity with a topological charge equal to  $l_1$  located at the center of a square and four phase singularities all having similar topological charges equal to  $l_2$  located at the corners of the square. Different values are considered for the topological charges  $l_1$  and  $l_2$ . Experimental and simulation results show that, if signs of the topological charges at the corners and center of the square are the same, the radius of the central singularity increases and it convolves the other singularities. If their signs are opposite, the total topological charge equals to zero and at the far-field, we have a plane wave.

**Keywords:** Vortex beam, Topological charge, Phase singularity.

## مقدمه

باریکه‌ی گردابی، باریکه‌ی نوری است که فاز آن به صورت سمتی تغییر می‌کند. روی محور اپتیکی، جایی که شدت صفر و فاز تعریف نشده است؛ باریکه‌ی گردابی دارای یک تکنیکی فاز (ناپیوستگی در نمایه‌ی فاز جبهه‌ی موج) است. تولید این باریکه‌ها برای اولین بار در سال ۱۹۹۲ توسط آلن و همکاران انجام گرفت [۱]. در این مقاله، تولید باریکه‌ی گردابی با استفاده از تحریرگر فضایی نور به صورت شبیه‌سازی و تجربی بررسی می‌شود. همچنین نشان خواهیم داد بار توپولوژیکی کل باریکه‌ی گردابی تولید شده بستگی به تعداد تکنیکی‌های فاز دارد.

## مبانی نظری و معادلات ریاضی

رابطه‌ی ریاضی میدان یک گردنور در دستگاه مختصات دکارتی به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$E(x, y) = (x \pm iy)^l. \quad (1)$$

$\pm$  بیانگر علامت بار توپولوژیکی است. زمانی مثبت است که فاز با دوران به صورت راستگرد افزایش یابد [۲]. میدان موج تخت حامل گردنورهای چندقطبی با استفاده از انتگرال پراش فرنل به دست می‌آید [۳]:

$$E(x, y, z) = \frac{i}{\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 \int_{-\infty}^{\infty} dy_0 E_0(x_0, y_0) \quad (2)$$

$$e^{-i(\frac{k}{2z})[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]}.$$

$E_0(x_0, y_0)$  را می‌توان به صورت حاصل ضرب موج تخت در موقعیت گردنورها در نظر گرفت که با توجه به رابطه‌ی (۱) به صورت زیر در انتگرال پراش فرنل جاگذاری می‌شود:

$$E(x, y, z) = \frac{i}{\lambda z} \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 \int_{-\infty}^{\infty} dy_0 [(x_0 \pm y_0)^{l_1} \times \quad (3)$$

$$((x_0 - d) \pm (y_0 - d))^{l_2} \times ((x_0 - d) \pm (y_0 + d))^{l_2} \\ ((x_0 + d) \pm (y_0 - d))^{l_2} \times ((x_0 + d) \pm (y_0 + d))^{l_2}].$$

در رابطه‌ی بالا مقدار بارهای توپولوژیکی به ترتیب برابر با  $(l_1 = +4, l_2 = -1)$  و  $(l_1 = +4, l_2 = +1)$  خواهد بود و نصف طول ضلع مربع است. با توجه به نتایج شبیه‌سازی و تجربی انتظار می‌رود میدان موج تخت حامل گردنورهای چندقطبی به ترتیب برای حالت اول و دوم متناسب با عبارت‌های زیر باشد

$$E(x, y, z) \approx (x \pm iy)^8, \quad E(x, y, z) \approx cte. \quad (4)$$

## شبیه‌سازی و کارهای تجربی

شبیه‌سازی عددی انتشار باریکه در فضای آزاد با استفاده از تبدیل فوریه سریع FFT در نرم‌افزار MATLAB انجام شده است. در این روش میدان باریکه‌ی ورودی به تحریرگر به صورت موجی با جبهه‌ی موج تخت و طول موج  $532nm$  و توزیع شدت گاوسی به کار برده شد. با ضرب فاز این موج در عبارت زیر موج عبوری از تحریرگر شکل می‌گیرد

$$T = \exp((il_1\varphi_0) + il_2(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4)), \quad (5)$$

که در آن  $l_1$  بار توپولوژیکی واقع شده روی مرکز و  $l_2$  بار توپولوژیکی واقع شده روی راس‌های مربع است. موقعیت تکنیکی‌های فاز نیز مطابق با رابطه‌ی زیر است

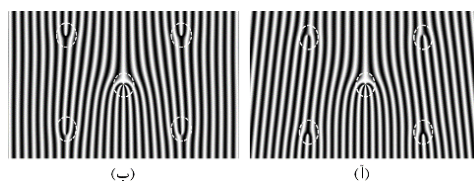
$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \text{atan2}(y, x), \\ \varphi_1 &= \text{atan2}(y - d, x - d), \\ \varphi_2 &= \text{atan2}(y + d, x - d), \\ \varphi_3 &= \text{atan2}(y - d, x + d), \\ \varphi_4 &= \text{atan2}(y + d, x + d), \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن  $d$  فاصله‌ی تکنیکی‌های فاز یا فریزهای چنگالی شکل از یکدیگر است و به ترتیب برابر با  $d = \frac{dx}{4}$ ،  $d = \frac{dx}{2}$  و  $d = \frac{dx}{8}$  در نظر گرفته می‌شود.  $dx$  نیز برابر با  $7.11mm$  است. با تبدیل فوریه گرفتن از این میدان، به حوزه فرکانسی رفته و در این حوزه آن را انتشار می‌دهیم و در نهایت برای بدست آوردن میدان در حوزه‌ی مکانی، از آن تبدیل فوریه عکس می‌گیریم. نتایج شبیه‌سازی برای الگوی

توزیع فاز باریکه‌ها در فاصله‌های  $z = 10m$ ،  $z = 450cm$  و  $z = 20m$  در شکل (۲) آمده‌است. در چیدمان این آزمایش از یک لیزر هلیوم-نئون با طول موج  $532.8nm$  و بیشینه توان خروجی  $1.5mw$ ، یک پالایه‌ی فضایی برای از بین بردن نوسانات تصادفی در نمایه‌ی شدت باریکه‌ی نور لیزر، یک عدسی موازی‌ساز و یک تحریرگر فضایی نور استفاده شد. در این مقاله، به منظور تولید باریکه‌های گردابی از یک صفحه‌ی LCD به ابعاد  $0.7 \times 0.7inch$  با تعداد آرایه‌های  $1024 \times 768$  بهره بردیم. الگوی توری چنگالی با گام کلی  $\Lambda = 0.1mm$  توسط رایانه روی تحریرگر ایجاد می‌شود. این الگو، فازی به شکل زیر روی موج ورودی سوار می‌کند:

$$T = \frac{1}{2} (1 + \cos(2\pi \frac{x}{\Lambda} + l_1 \varphi_0 + l_2 (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4))) \quad (7)$$

$\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$  نیز بیانگر مختصه‌های زوایای سمتی است و مطابق با رابطه‌ی (۶) در نظر گرفته می‌شود. باریکه‌ی نور لیزر هلیوم-نئون پس از پالایش فضایی و پهن‌شدن، وارد این قطعه می‌شود. به خاطر ساختار تناوبی تحریرگر بلور مایع به کاررفته، باریکه‌ی ورودی به آن در دو جهت پراش می‌یابد که در اینجا از مرتبه‌ی غیر صفر پراش از هر دو بعد یعنی مرتبه‌ی  $(-1, -1)$  استفاده شده‌است. شبیه‌سازی عددی توری چنگالی با استفاده از برنامه‌ی MATLAB انجام گرفته‌است. تابع عبور توری چنگالی مطابق با رابطه‌ی (۷) در نظر گرفته می‌شود. الگوی توری چنگالی به ترتیب برای بارهای توپولوژیکی برابر با  $(l_1 = +4, l_2 = +1)$  و  $(l_1 = -1, l_2 = +4)$  در شکل (۱) نشان داده شده‌است.

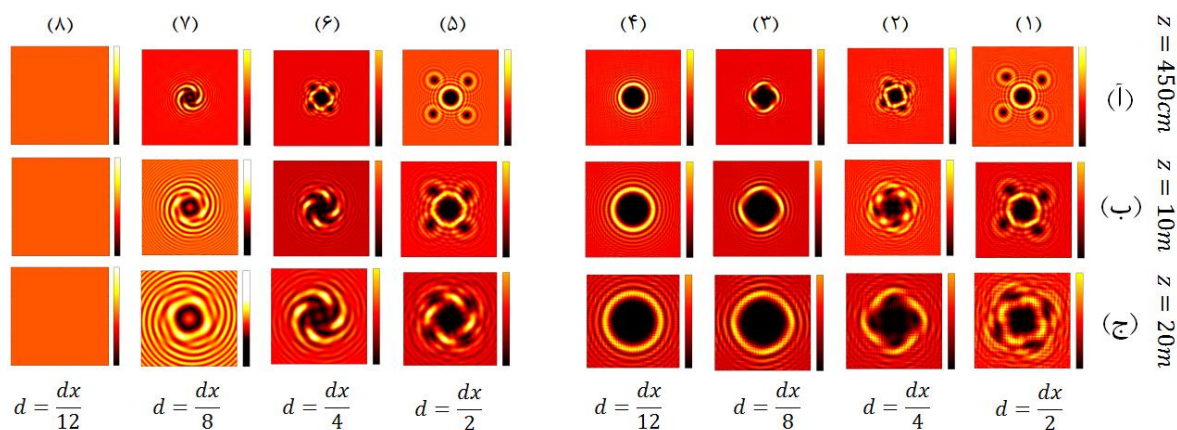


شکل ۱: توری چنگالی که فاصله‌ی تکینگی‌های فاز در آن برابر با  $d = \frac{\Lambda}{2}$  است. (ا)  $l_1 = +4, l_2 = +1$ ، (ب)  $l_1 = +4, l_2 = -1$

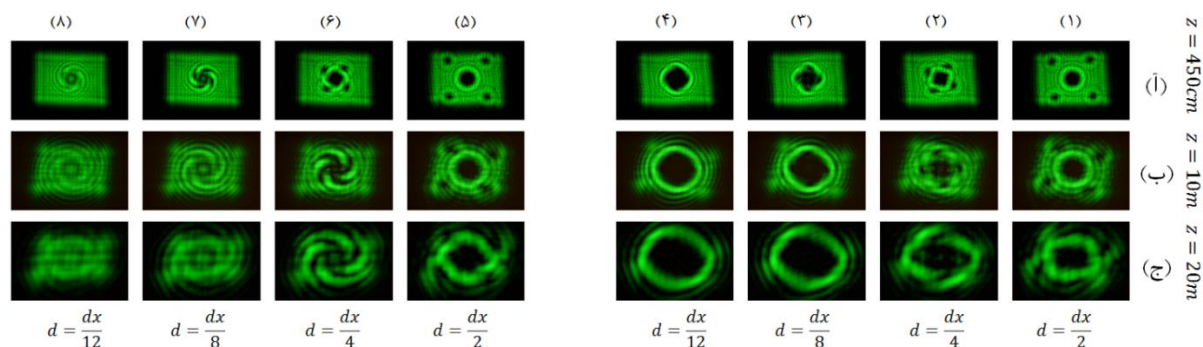
پس از برخورد باریکه‌ی نور لیزر به الگوی توری چنگالی ایجادشده بر روی تحریرگر فضایی نور، نمایه‌ی شدت بر روی پرده‌ی مشاهده ظاهر می‌شود و با استفاده از یک دوربین تصویربرداری ثبت و ذخیره می‌گردد. نتایج تجربی برای الگوی توزیع فاز در فاصله‌های  $z = 10m$ ،  $z = 450cm$  و  $z = 20m$  در شکل (۳) آمده‌است. از تصاویر (۲) و (۳) می‌توان نتیجه گرفت نتایج شبیه‌سازی و تجربی با یکدیگر مطابقت دارند و بیانگر آن است که چنانچه مجموع اندازه‌ی بارهای توپولوژیکی تکینگی‌های فاز روی رئوس مربع برابر با اندازه‌ی بار توپولوژیکی تکینگی فاز مرکزی باشد، دو حالت وجود دارد؛ اگر علامت بارهای توپولوژیکی روی رئوس و مرکز مربع یکسان باشد بار توپولوژیکی کل برابر با مجموع کل بارهای تشکیل‌دهنده است ( $l_T = +8$ )، در نتیجه شعاع باریکه‌ی گردابی افزایش می‌یابد، (شکل (۲-۴) و شکل (۳-۴)). اما اگر علامت آن‌ها مخالف یکدیگر باشد، بار توپولوژیکی کل برابر با صفر خواهد بود ( $l_T = 0$ )، در نتیجه در پراش میدان دور و زمانی که فاصله‌ی تکینگی‌های فاز از همدیگر کاهش می‌یابد، یک باریکه‌ی نور تخت خواهیم داشت، (شکل (۲-۵) و (۳-۵)). هرچه فاصله‌ی تکینگی‌های فاز واقع شده روی رئوس مربع از یکدیگر بیشتر باشد، (برای مثال شکل (۲-آ) و (۳-آ)) این تکینگی‌ها به راحتی از یکدیگر قابل تشخیص هستند. هر چه فاصله‌ی آن‌ها از یکدیگر کمتر باشد، (برای مثال شکل (۲-ج) و (۳-ج)) تکینگی‌ها در یکدیگر ادغام می‌شوند و دیگر قابل تشخیص از یکدیگر نخواهند بود.

### نتیجه‌گیری

در این کار، تولید و انتشار باریکه‌های چندگانه گردابی با استفاده از تحریرگر فضایی نور به صورت شبیه‌سازی و تجربی بررسی شد. نتایج شبیه‌سازی و تجربی نمایانگر آن است که بار توپولوژیکی به تعداد و علامت تکینگی‌های فاز وابسته و یکی از مشخصه‌های نسبتاً پایدار گردنورها است.



شکل ۲: نتایج شبیه‌سازی، نمایه شدت برای تکینگی‌های فاز برابر با بارهای توپولوژیکی: تصویر سمت راست (۴-۱):  $l_1 = +4, l_2 = +1$  و تصویر سمت چپ (۸-۵):  $l_1 = +4, l_2 = -1$ . بازه‌ی نوار رنگ از ۰ تا ۲ و ابعاد پنجره نیز  $(5 \times 5 \text{ mm})$  در نظر گرفته شده‌است.



شکل ۳: نتایج تجربی، نمایه شدت برای تکینگی‌های فاز برابر با بارهای توپولوژیکی: تصویر سمت راست (۴-۱):  $l_1 = +4, l_2 = +1$  و تصویر سمت چپ (۵-۸):  $l_1 = +4, l_2 = -1$ . بازه‌ی نوار رنگ از ۰ تا ۲ و ابعاد پنجره نیز  $(5 \times 5 \text{ mm})$  در نظر گرفته شده‌است.

singularities. *Light: Science & Applications*, **8(1)**:90, October 2019.

[2] Soskin, Marat. Gorshkov, Vyacheslav. Vasnetsov, Mikhail. Malos, John and Heckenberg, Norman. Topological charge and angular momentum of light beams carrying optical vortices. *Phys. Rev. A*, **56**:4064–4075, Nov 1997.

[3] Haus, Hermann. Waves and fields in optoelectronics: PrenticeHall series in solid state physical electronics. **35(8)**:339–339, aug 1984.

## قدردانی

از صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور در خصوص حمایت از طرح پسادکتری شماره ۹۹۰۰۲۴۰۸ تشکر بعمل می‌آید.

## مرجع‌ها

[1] Shen, Yijie. Wang, Xuejiao. Xie, Zhenwei. Min, Changjun. Fu, Xing. Liu, Qiang. Gong, Mali and Yuan, Xiacong. Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple