بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰

سطح مقطع جذب دوفوتونی در تصویربرداری کوانتومی

فاطمه بهمرد، علیرضا کشاورز و صائب صمیمی

۱.دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شیراز، ایران

۲. دانشکده علوم بخش فیزیک، دانشگاه شیراز، ایران

F.behmard@sutech.ac.ir, Keshavarz@sutech.ac.ir, S.Samimy@sutech.ac.ir

چکیده - از جذب دو فوتون به عنوان یکی از این شیوه‌ها برای تصویر برداری کوانتومی استفاده می‌شود. محاسبه سطح مقطع جذب به عنوان یک پارامتر موثر در تصویر برداری استفاده می‌شود چرا که با بالا بردن سطح مقطع جذب با فوتون‌های کمتری می‌توان عمل تصـویر برداری را انجام داد. به این منظور در این تحقیق پس از بررسـی هامیلتونی جذب دو فوتونی اتم دو ترازه و تحول زمانی تابع حالت با در نظر گرفتن حالت فوتونی با قطبش درهم‌تنیده محاسبه می‌گردد و به دنبال آن سطح مقطع جذب دو فوتونی از تابع حالت بد ست می‌آید. از آنجا که از جذب دوفوتونی در ت صویربرداری کوانتومی ا ستفاده می شود زمانی که سطح مقطع گذار بی شتر شود فرآیند جذب دو فوتونی با احتمال بیشتری گذار انجام می‌دهد. در این صورت با تعداد فوتون‌های کمتری تصویربرداری انجام می‌شود.

کلید واژه- تصویربرداری کوانتومی،جذب دوفوتونی،سطح مقطع جذب

Two photon absorbtion cross section in quantum imaging

Fatemeh Behmard, Ailreza Keshavarz, Saeb Samimy

1. Department of Physics, Shiraz University of Technology, Iran
2. Department of Physics Building, Shiraz University, Iran

F.behmard@sutech.ac.i, Keshavarz@sutech.ac.ir, S.Samimy@sutech.ac.ir

Two-photon capture is used as one of these methods for quantum imaging. Calculation of the absorption cross section is used as an effective parameter in imaging because by increasing the absorption cross section with less photons, the imaging operation can be performed. For this purpose, in this study after Hamiltonian study, the absorption of two photons of two-level atoms and the temporal evolution of the state function are calculated by considering the photon state with entangled polarization, followed by the cross-sectional area of the two-photon absorption of the state function. Because two-photon absorption is used in quantum imaging, the process of two-photon absorption is more likely to be transient when the cross-sectional area increases. In this case, imaging is done with fewer photons.

Keywords: Quantum imaging, Two Photon absorption, Two Photon absorption cross section.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]

مقدمه

تصویربرداری کوانتومی یکی از سامانه‌های سنجش کوانتومی است که وظیفه کشف و شناسایی اهداف پنهان و نامشخص در مقابل امواج را برعهده دارد. [۱]. تصویربرداری کوانتومی سبب بهبود وضوح تصویر یا سایر خصوصیات یک سیستم تصویربرداری استفاده می‌شود. این روش در بسیاری از تصویربرداری‌های نور مرئی استفاده شده است. هدف تصویربرداری کوانتومی تولید تصاویر بهتر با استفاده از روش‌های کوانتومی است. تصویر برداری با فوتون‌های کمتر، دستیابی بهتر به وضوح مکانی و دستیابی بهتر به نسبت سیگنال به نوفه است.

اولین آزمایش تصویربرداری کوانتومی توسط پیتمن و همکاران در سال ۱۹۹۵بر پایه آزمایش کلیشکو انجام شد. بلافاصله " شبح نگاری" نامگذاری شد[۲،۳].

جذب دوفوتون به عنوان جذب غیر خطی که با جذب همزمان دو فوتون با فرکانس‌های مشابه یا متفاوت به منظور تحریک یک اتم یا مولکول از حالت (معمولاً حالت پایه) به یک حالت برانگیخته همراه است. جذب دو فوتون یک فرآیند مرتبه سوم غیرخطی است، که مقطع جذب به طور معمول چندین مرتبه کوچکتر از اندازه سطح مقطع جذب

فوتون است. در ابتدا توسط ماریا گوپرت مایر در رساله‌ی دکتری در سال ۱۹۳۱ این پدیده پیش‌بینی شد[۴].

در این تحقیق به محاسبه‌ی سطح مقطع جذب دو فوتونی به منظور استفاده در تصویربرداری کوانتومی پرداخته می‌شود.

تصویربرداری کوانتومی

شناسایی خصوصیات کوانتومی مشخصه پرتوهای نور منجر به طرح‌های جدیدی برای تصویربرداری همبسته شده است. تصویربرداری همبسته کلاسیک توسط نمایش‌های تجربی همبستگی فضایی کوانتومی ایجاد شده است. تصویربرداری کوانتومی یک زیر مجموعه جدید از اپتیک کوانتومی است که از همبستگی‌های کوانتومی مانند درهم‌تنیدگی کوانتومی میدان الکترومغناطیسی برای تصویربرداری از اشیا با وضوح یا سایر معیارهای تصویربرداری خارج از حد امکان در اپتیک کلاسیک بهره می‌برد. نمونه‌هایی از تصویربرداری کوانتومی، شبح‌نگاری کوانتومی، لیتوگرافی کوانتومی و حسگر کوانتومی است. تصویربرداری کوانتومی ممکن است روزی برای ذخیره الگوهای داده در رایانه‌های کوانتومی و انتقال مقادیر زیادی از اطلاعات رمزگذاری شده ایمن بسیار مفید باشد. مکانیک کوانتومی نشان داده است که نور در خود دو ویژگی دارد ۱. عدم قطعیت ذاتی که به صورت نوسانات لحظه به لحظه در خصوصیات آن آشکار می‌شود. ۲.کنترل این نوسانات که نوعی نوفه را نشان می‌دهد می‌تواند تشخیص اشیا کمرنگ را بهبود بخشد، تصاویر تقویت شده بهتری تولید کند[۵].

محاسبه سطح مقطع جذب دو فوتونی

با استفاده از فوتون‌های درهم‌تنیده و پدیده غیرخطی نظیر جذب دو فوتونی سطح مقطع جذب محاسبه می‌شود. برای بررسی تاثیر میزان درهمتنیدگی در تصویربرداری به محاسبه رابطه همبستگی دو فوتون درهمتنیده نیاز است که مبتنی بر تبدیل پارامتری به عنوان یک اثر غیرخطی است و با محاسبه حالت کوانتومی سیستم با در نظر گرفتن تاثیر جذب دو فوتونی و تحلیل نتایج امکان‌پذیر است.

در برهم کنش اتم-فوتون، دو فوتون با فرکانس‌های برابر و قطبش عمود برهم توسط اتم جذب می‌شود و اتم از حالت پایه به حالت برانگیخته گذار می‌دهد، هامیلتونی کل سامانه در تقریب موج چرخان بصورت زیر خواهد بود[۶]:

$$H= \hbar\omega\left(a_V^{\dagger}a_V + a_H^{\dagger}a_H\right) + \frac{\Omega}{2}\sigma_z + g\left(a_V^{\dagger}a_H^{\dagger}\sigma_- + a_V a_V \sigma_+\right) \quad (۱)$$

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]

که در رابطه بالا $\hbar$ ثابت پلانک، ω فرکانس، $a_V^{\dagger}a_V$ به ترتیب عملگر ویرانگر و سازنده اند، g قدرت برهم‌کنش اتم و فوتون است. مفهوم جمله آخر به این صورت می‌باشد اتم می‌تواند دو فوتون تولید کند و از حالت برانگیخته به پایه گذار انجام دهد به منظور محاسبه سطح مقطع جذب دو فوتونی در ابتدا باید ویژه حالت یا ویژه توابع هامیلتونی بدست آورده شود. برای این منظور در این تحقیق به محاسبه تحلیلی ویژه حالت هامیلتونی پرداخته می‌شود در این راستا یک عملگر جابه جاپذیر با هامیلتونی، به صورت زیر به عنوان ثابت حرکت معرفی می‌شود. عملگر c به صورت زیر است.

$$C= a_V^{\dagger}a_V + a_H^{\dagger}a_H + \sigma_z \qquad (۲)$$

در ادامه می‌توان هامیلتونی را به صورت زیر نوشت:

$$H=N_V\omega_V + N_H\omega_H + \frac{\Delta}{2}\sigma_z + g(a_V^{\dagger}a_H^{\dagger}\sigma_- + a_V a_V \sigma_+) \qquad (۳)$$

$$\Delta= \Omega - \omega_n - \omega_H \qquad (۴)$$

در صورتی به راحتی می‌توان نشان داد که جابه جایی زیر برقرار است.

$$[N_V\omega_V + N_H\omega_H, H]=0 \qquad (۵)$$

$$H' = \frac{\Delta}{2}\sigma_z + g(a_V^{\dagger}a_H^{\dagger}\sigma_- + a_V a_V \sigma_+) \qquad (۶)$$

بدین ترتیب با تعریف $\hat{H}$ به محاسبه‌ی ویژه حالت‌های آن پرداخته می‌شود با در نظر گرفتن پایه‌های $|n_v, n_H, -\rangle$ و $|n_v - 1, n_H - 1, +\rangle$ و نمایش تابع حالت شکل زیر داریم:

$$\alpha_{n_V,n_H} = \frac{g\sqrt{n_V n_H}}{\sqrt{(\Omega_{n_V n_H} - \frac{\Delta}{2})^2 + g n_V n_H}} \qquad (۷)$$

$$\beta_{n_V,n_H} = \frac{(\Omega_{n_V n_H} - \frac{\Delta}{2})}{\sqrt{(\Omega_{n_V n_H} - \frac{\Delta}{2})^2 + g n_V n_H}} \qquad (۸)$$

$$H|\psi_{n_V,n_H}\rangle = E_{n_V,n_H}|\psi_{n_V,n_H}\rangle \qquad (۹)$$

بعد از محاسبه‌ی α و β سپس ویژه حالت‌ها به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$|\psi_{n_V,n_H}{}^{+}\rangle = \alpha_{n_V,n_H}|n_V, n_H, -\rangle + \beta_{n_V,n_H}|n_V - 1, n_H - 1, +\rangle \qquad (۱۰)$$

$$|\psi_{n_V,n_H}{}^{-}\rangle = \beta_{n_V,n_H}|n_V, n_H, -\rangle - |n_V - 1, n - 1, +\rangle\ \alpha_{n_V,n_H} \qquad (۱۱)$$

حالت اولیه بر حسب ویژه حالت‌های $|\psi_{n_V,n_H}{}^{+}\rangle$ بسط داده می‌شود با توجه به حالت تعامد ضرایب بسط محاسبه می‌شود:

$$|\psi(0)\rangle = \sum_{n_V,n_{H=0}}^{\infty} C_{n_V n_H}{}^{+}\,|\psi_{n_V,n_H}{}^{+}\rangle + C_{n_V n_H}{}^{-}\,|\psi_{n_V,n_H}{}^{-}\rangle \qquad (۱۲)$$

$$C_{n_V n_H}{}^{+} = \alpha_{n_V n_H} C_{n_V n_H} \qquad (۱۳)$$

$$C_{n_V n_H}{}^{-} = \beta_{n_V n_H} C_{n_V n_H} \qquad (۱۴)$$

در نهایت عملگر تحول زمانی را روی کت حالت اولیه اثر داده می‌شود:

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iHt}|\psi(0)\rangle = \sum_{n_V,n_{H=0}}^{\infty} C_{n_V n_H}{}^{+}\, e^{-iHt}\,|\psi_{n_V,n_H}{}^{+}\rangle + C_{n_V n_H}{}^{-}\, e^{-iHt}\,|\psi_{n_V,n_H}{}^{-}\rangle$$
$$= \sum_{n_V,n_{H=0}}^{\infty} C_{n_V n_H}{}^{+}\, e^{i\Omega^{+}_{n_V n_H} t}\,|\psi_{n_V,n_H}{}^{+}\rangle + C_{n_V n_H}{}^{-}\, e^{-i\Omega^{-}_{n_V n_H} t}\,|\psi_{n_V,n_H}{}^{-}\rangle$$

با توجه به دلتای کرونکر و جای گذاری ضرایب بسط و ضرایب β_{n_V,n_H} و α_{n_V,n_H} مقدار نهایی محاسبه می‌شود ضرایب بسط را به صورت مجموع مثبت و منفی در نظر گرفته شده است.

$$|\psi(t)\rangle = C_{n_V n_H}[(g^2 n_V n_H/(\Omega_{n_V n_H} - \frac{\Delta}{2})^2 + g n_V n_H]\,[(\Omega_{n_V n_H} - \frac{\Delta}{2})^2/(\Omega_{n_V n_H} - \frac{\Delta}{2})^2 + g n_V n_H]) \qquad (۱۶)$$

در ادامه احتمال اینکه سامانه پس از گذشت زمان t یافت می‌شود با توجه به موج چرخان از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]

$$p(t)= \ |\langle\psi(t)\rangle|^2 = \frac{16C_{n_V n_H}{}^2}{(\Omega_{n_V n_H})^2 \Omega_{n_V n_H}} \qquad (۱۷)$$

$$\frac{g^2 n_V n_H (\Omega_{n_V n_H} - \frac{\Delta}{2})^2}{\left(g^2 n_V n_H + \left((\Omega_{n_V n_H} - \frac{\Delta}{2})^2\right)^2\right.} sin^2\left(\frac{(\Omega_{n_V n_H}.t)}{2\hbar}\right)$$

$$= \sqrt{g^2 n_V n_H + \frac{\Delta^2}{4}} \ , \quad \Delta = \Omega - \omega_n - \omega_H$$

$$\Omega_{n_V n_H} = \sqrt{g^2 n_V n_H + \frac{\Delta^2}{4}}$$

با توجه به احتمال بدست آمده سطح مقطع محاسبه می‌شود.

$$\sigma_e = \int_{-\infty}^{\infty} dtp(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt C_{n_V n_H}{}^2 \qquad (۱۸)$$

$$\frac{g^2 n_V n_H (\Omega_{n_V n_H} - \frac{\Delta}{2})^2}{\left(g^2 n_V n_H + \left((\Omega_{n_V n_H} - \frac{\Delta}{2})^2\right)^2\right.} sin^2\left(\frac{\Omega_{n_V n_H}.t}{2\hbar}\right) \times \frac{1}{(\Omega_{n_V n_H})^2}$$

$$= 16 \frac{g^2 n_V n_H (\Omega_{n_V n_H} - \frac{\Delta}{2})^2}{\left(g^2 n_V n_H + \left((\Omega_{n_V n_H} - \frac{\Delta}{2})^2\right)^2\right.} C_{n_V n_H}{}^2 \frac{\pi t}{2\hbar} \delta\left(\Omega_{n_V n_H}\right)$$

$$lim_{t\to\infty} \frac{1}{(\Omega_{n_V n_H})^2} sin^2\left(\frac{\left(\Omega_{n_V n_H}.t\right)}{2\hbar}\right) = \frac{\pi t}{2\hbar} \delta\left(\Omega_{n_V n_H}\right)$$

منظور از دلتا $\Delta = \Omega - \omega_n - \omega_H$ این عبارت می‌باشد سطح مقطع جذب دو فوتونی فوق در تصویربرداری کوانتومی از اهمیت ویژه ای برخوردار است چرا که در این فرآیند دو فوتون با طول موج بیشتر تبدیل به دوفوتون با طول موج کمتر می‌شود. با بالا رفتن سطح مقطع گذار فرآیند جذب دوفوتونی با احتمال بیشتری گذار انجام می‌دهددر این صورت طول موج‌های بالای حد پراش خواهیم داشت. پس با سطح مقطع جذب با تعداد کمتری فوتون عمل تصویربرداری انجام می‌شود.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق به محاسبه ویژه حالات هامیلتونی پرداخته شده است و به دنبال آن سطح مقطع جذب دوفوتونی محاسبه گردید. از آنجا که بنا به دلایل مختلف از جمله نوفه پرتو نورانی لازم ممکن است به آشکارساز نرسد می‌توان با استفاده از فوتون‌های درهم‌تنیده نور با طول موج بیشتر(قرمز) که به هدف تابیده می‌شود و با طول موج موج کمتر(سبز) بازتاب می‌شود استفاده کرد در این حالت از حد پراش می‌توان فراتر رفت چرا که فرکانس نصف می‌شود و این منجر به وضوح تصویر بالاتر می‌شود. از آنجا که جذب دوفوتونی در تصویربرداری کوانتومی استفاده می‌شود زمانی که سطح مقطع گذار بیشتر شود فرآیند جذب دو فوتونی با احتمال بیشتری گذار انجام می‌دهد. در این صورت با تعداد فوتون‌های کمتری تصویربرداری انجام می‌شود.بنابراین می‌توان محدودیت‌های کلاسیک برای وضوح همزمان و فرکانس همزمان را از بین برد.

مرجع‌ها

[1] Y. Shih, “Quantum Imaging”, IEEE Xplore., Vol. 1, 2007.

[2] T. B. Pittman, Y. H. Shih, D. V. Strekalov, A.V Sergienko, “Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement”, ", Phys. Rev. A., Vol. 52, pp. 3429, 1995.

[3] D. N. Klyshko, “Combine EPR and two-slit experiments: Interference of advanced waves”, Physics Letters A., Vol. 132, pp. 6, 1988.

[4] I. P. Arjona, G.J. Valc´arcel, E. Rold´an, “Two–photon absorption”, Revista Mexicana de Fisica., Vol.1, No. 1, pp. 91–100, 2003.

[5] O.S. Magaña Loaiza1, R.W. Boyd, “Quantum imaging and information”, Rep. Prog. Phys., Vol. 82, 2019.

[6] D. F. Walls, “" Quantum theory of nonlinear optical phenomena”, J. Phys. A: Gen. Phys., Vol. 4, 1971.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]