بیست و هشتمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و چهاردهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شهید چمران اهواز،
خوزستان، ایران.
۱۴-۱۲ بهمن ۱۴۰۰

بررسی دینامیک درهم‌تنیدگی بین دو اتم دوترازی در مجاورت ساختارهای دولایه‌ای دارای تقارن پاریته و وارونی زمان

پروین رحیمی[۱]، احسان عموقربان [۲] و علی مهدی‌فر[۱]

[۱]دانشکده‌ی فیزیک، دانشگاه اصفهان

[۲]گروه فیزیک، دانشکده‌ی علوم، دانشگاه شهرکرد

p.rahimi@sci.ui.ac.ir, ehsan.amooghorban@sku.ac.ir, a.mahdifar@sci.ui.ac.ir

چکیده – در این مقاله با ا ستفاده از نظریه‌ی محیط‌های موثر در اپتیک کوانتومی به برر سی درهم‌تنیدگی دو اتم دوترازی که در نزدیکی یک ساختار دولایه‌ای دارای تقارن پاریته و وارونی زمان(PT) ه ستند، می‌پردازیم. بدین منظور دو ساختار دولایه‌ای در نظرمی‌گیریم که یکی از آن‌ها از لایه‌های بهره و اتلاف کاملا یکسان و دیگری از لایه‌های غیریکسان تشکیل شده‌اند. با الگوسازی ویژگی‌های اتلافی، تقویت‌کنندگی و پاشـــندگی هر لایه با الگوی لورنتس و به‌کار بردن پارامترهای اپتیکی موثر، تانســـور گرین الکترومغناطیـ سی سامانه را به‌د ست می‌آوریم. سپس با محا سبه‌ی آهنگ‌های واپا شی د سته‌جمعی و گ سیل خودبه‌خودی زیر سامانه‌ی اتمی، سنجه‌ی تلاقی را برای و ضعیتی که یکی از اتم‌ها در حالت برانگیخته و دیگری در حالت پایه ا ست، به‌د ست می‌آوریم. مشاهده خواهیم کرد که سامانه‌ی اتمی در بازه‌ی زمانی بزرگتری نسبت به و ضعیتی که ساختارهای متقارن PT حضور ندارند، درهم‌تنیده می‌شود.

کلید واژه: درهم‌تنیدگی، سامانه‌های متقارنPT، نظریه‌ی محیط‌های موثر.

Investigation of the dynamics of entanglement between atoms in the presence of bilayers with parity and time reversal symmetry

Parvin Rahimi[۱], Ehsan Amooghorban[۲] and Ali Mahdifar[۱]

[۱]□□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□, □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□, □□□□□□□□

[۲]□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□, □□□□□□□□□□□ □□ □□□□□□□□, □□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□, □□□□□□□□□□□

p.rahimi@sci.ui.ac.ir, ehsan.amooghorban@sku.ac.ir, a.mahdifar@sci.ui.ac.ir

Abstract- In this paper, we investigate the entanglement between two–level atoms in the presence of a bilayer structure with parity and time reversal symmetry using the effective medium theory in quantum optics. To do this, we consider two bilayer structures, one of them is composed of identical gain and loss layers and the other one of nonidentical layers. We model dissipation, amplification and dispersion properties of layers with Lorentz model and use effective optical parameters to calculate the electromagnetic Green tensor of the system. Then by calculating the collective damping rates and spontaneous emission rate of atomic subsystem, we obtain the concurrence for the situation that only one of the atoms is excited. It is shown that the atomic system is entangled in larger time interval rather than the systems without the PT-symmetric layers.

Keywords: Entanglement, PT-symmetric systems, Effective medium theory.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]

مقدمه

تا حدود ۳۰ سال پیش عقیده‌ی فیزیکدانان بر این بود که شرط لازم و کافی برای تضمین حقیقی بودن طیف انرژی یک سامانه‌ی فیزیکی، هرمیتی بودن هامیلتونی سامانه است. بندر و بوچر در سال ۱۹۸۹ با معرفی مفهوم تقارن PT در قالب فرمول بندی مکانیک کوانتومی نشان دادند که اگر یک هامیلتونی غیرهرمیتی، تحت وارونی فضایی $P(\vec{r}\to-\vec{r},\vec{p}\to-\vec{p})$ و وارونی زمانی $T(\vec{p}\to-\vec{p},\vec{r}\to\vec{r},i\to-i)$ ناوردا باقی بماند، می‌تواند دارای ویژه مقادیر انرژی حقیقی باشد [۱]. به بیان دیگر، شرط لازم برای وجود این دو تقارن در سامانه‌ای با هامیلتونی $H(\vec{r},\vec{p},t)$ برقراری رابطه‌ی $H(\vec{r},\vec{p},t)=H^*(-\vec{r},\vec{p},-t)$ یا $[H,PT]=0$ است. شرط مزبور برای یک هامیلتونی به شکل $H=\frac{\vec{p}^2}{2m}+V(\vec{r})$، به صورت $V(\vec{r})=V^*(-\vec{r})$ بیان می‌شود.

با توجه به عدم وجود پتانسیل‌های مختلط در طبیعت و هم‌چنین به دلیل ماهیت مختلط تابع ضریب شکست، شاخه‌ی اپتیک و فوتونیک زمینه‌ی تحقق تجربی سامانه‌های متقارن PT را فراهم می‌کند. در حقیقت تحقق این سامانه‌ها در اپتیک بر اساس شباهت بین معادله‌ی هلمهولتز پیرامحوری و معادله‌ی شرودینگر است. با توجه به این شباهت، شرط لازم برای تقارن در این سامانه‌ها به صورت $\varepsilon(\vec{r})=\varepsilon^*(-\vec{r})$ در می‌آید که $\varepsilon(\vec{r})$ گذردهی الکتریکی سامانه است.

تاکنون مطالعه‌های اندکی در حوزه‌ی اپتیک کوانتومی این ساختارها شده است. اخیرا پیله‌ور و همکارانش نشان داده‌اند که تعدادی از ویژگی‌های غیرعادی کلاسیکی این سامانه‌ها از قبیل ناپدیدسازی تک راستایی در چارچوب کوانتش دوم برقرار نیست [۲]. از این رو، در این مقاله قصد داریم به بررسی کاملا کوانتومی برهم‌کنش این سامانه‌ها با کیوبیت‌های کوانتومی که توسط اتم‌های دوترازی الگوسازی می‌شوند، بپردازیم. مطالعه‌ی دینامیک درهم‌تنیدگی سامانه‌ی اتمی مزبور یک پدیده‌ی صرفا کوانتومی است و کاربرد بسیاری در حوزه‌ی اطلاعات کوانتومی خواهد داشت. انتظار داریم بازه‌ی زمانی‌ای که دو اتم در حضور ساختارهای PT با یکدیگر به طور موثر درهم‌تنیده هستند، با تغییر فاز تقارن قابل کنترل باشد.

برای رسیدن به این هدف از نظریه‌ی محیط‌های موثر در اپتیک کوانتومی استفاده می‌کنیم و ساختار مزبور را با یک ساختار همگن با پارامترهای اپتیکی و نوفه‌ای موثر جایگزین می‌کنیم [۳]. پس با محاسبه‌ی تانسور گرین الکترومغناطیسی برای ساختارهای تخت، آهنگ‌های واپاشی دسته‌جمعی، گسیل خودبه‌خودی و جابه‌جایی لمب را برای دو اتم دوترازی که در فاصله‌ی نزدیکی از ساختار دولایه‌ای متقارن PT هستند، به‌دست می‌آوریم. در نهایت با تجزیه و تحلیل سنجه‌ی تلاقی، دینامیک درهم‌تنیدگی سامانه‌ی اتمی را بررسی می‌کنیم.

روابط پایه و الگوسازی سامانه

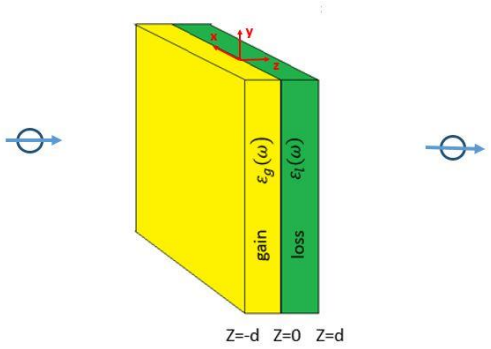
یک ساختار دولایه‌ای متقارن PT متشکل از لایه‌های بهره و اتلاف با ضخامت $d=10nm$ درنظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم ابعاد ساختار مزبور در صفحه‌ی xy نامتناهی بوده و دو اتم دوترازی یکسان که یکی در حالت پایه و دیگری در حالت برانگیخته مهیا شده‌اند در فاصله‌ی نزدیکی از دولایه‌ای باشند (شکل۱). گذردهی الکتریکی هر لایه را با الگوی لورنتس زیر مدل‌سازی می‌کنیم.

$$\varepsilon_{g(l)}(\omega)=\varepsilon_{bg(l)}-\frac{\alpha_{g(l)}\omega_{0g(l)}\gamma_{g(l)}}{\omega^2-\omega_{0g(l)}^2+i\omega\gamma_{g(l)}}\ . \qquad (۱)$$

در این‌جا، $\varepsilon_{bg(l)}$ گذردهی الکتریکی زمینه‌ی محیط بهره (اتلاف)، ω بیان‌کننده‌ی بسامد نور فرودی و $\omega_{0g(l)}$، $\gamma_{g(l)}$ و $\alpha_{g(l)}$ به ترتیب نشان‌گر بسامد جذب(گسیل)، پهنای خط و ضریب بهره(اتلاف) هستند.

در ادامه دو نمونه ساختار متقارن PT که از لایه‌های بهره و اتلاف با پارامترهای مادی یکسان و غیریکسان تشکیل شده‌اند، درنظر می‌گیریم:

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]



شکل۱:طرح‌واره ای از ساختار دولایه‌ی متقارن PT متشکل از لایه‌های بهره و اتلاف. در این‌جا اتم‌ها یکسان و در فاصله‌ی یکسان از دولایه‌ای هستند.

(الف) $\varepsilon_{bg}=\varepsilon_{bl}=2$، $\omega_{0g}=\omega_{0l}=1PHz$ و $\gamma_g=\gamma_l=0.067PHz$.

(ب) $\varepsilon_{bl}=3.22$ $\varepsilon_{bg}=2$ $|\alpha_g|=20.86$، $\omega_{0g}=1PHz$، $\omega_{0l}=1.2PHz$، $\gamma_g=0.067PHz$ و $\gamma_l=0.14PHz$.

در نمونه‌ی نخست، با توجه به یکسان بودن پارامترهای مادی، شرط لازم برای برقراری تقارن PT در بسامد $\omega_{PT}=1PHz$ اتفاق می‌افتد و ساختار به ازای $\alpha_l<890$ در فاز دقیق تقارن است. در نمونه‌ی دوم شرط لازم برای برقراری تقارن PT در بسامد $\omega_{PT}=1.58PHz$ فراهم می‌شود و سامانه تنها به ازای $\alpha_l=2$ در فاز دقیق تقارن است.

با توجه به این‌که ضخامت لایه‌ها نسبت به طول موج‌های مورد مطالعه بسیار کوچک‌تر است، می‌توانیم برای ساده‌تر شدن محاسبات از نظریه‌ی محیط‌های موثر برای توصیف پارامترهای مادی ساختارهای دولایه‌ای استفاده کنیم. بنابراین ساختارهای دولایه‌ای بالا را با ساختار تک‌لایه‌ی موثر همگن با پارامتر موثر زیر مدل‌سازی می‌کنیم:

$$\cos(\beta_{effb,\sigma}d)=\cos(\beta_a d_a)\ \cos(\beta_b d_b) - \frac{1}{2}\left(\frac{\beta_{a,\sigma}}{\beta_{b,\sigma}}+\frac{\beta_{b,\sigma}}{\beta_{a,\sigma}}\right)\sin(\beta_a d_a)\ \sin(\beta_b d_b), \quad (۲)$$

که در آن d_a، d_b و d به ترتیب ضخامت محیط‌های بهره، اتلاف و محیط موثر هستند. β_a، β_b و β_{eff} نیز به ترتیب بیان‌گر مولفه‌ی عمودی بردارموج فرودی در محیط‌های بهره، اتلاف و محیط موثر هستند. اندیس σ در رابطه‌ی بالا مشخص‌کننده‌ی قطبش نور فرودی است که برای قطبش‌های s و p به صورت $\beta_{j,p}=\beta_j/\varepsilon_j$ و $\beta_{j,s}=\beta_j$ است.

با توجه به ارتباط بین آهنگ‌های واپاشی دسته‌جمعی، آهنگ گسیل خودبه‌خودی اتم‌ها و جابه‌جایی لمب با تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه، در گام بعدی تانسور گرین سامانه را به ترتیب برای وضعیت‌هایی که نقطه‌های چشمه و میدان در مکان اتم اول و اتم دوم و یا فقط در مکان اتم اول هستند، محاسبه می‌کنیم. بنابراین داریم [۴]:

$$\vec{\vec{G}}(\vec{r}_2,\vec{r}_1)=\frac{i}{8\pi^2}\sum_\sigma\int d\vec{k}\ \times\frac{k}{\beta_1}\ e^{2i\beta_1(|z|-d)}e^{i\vec{k}.(\vec{r}_2-\vec{r}_1)}t_{13}^{\sigma}\hat{e}_{\sigma 3}^{+}\hat{e}_{\sigma 1}^{+} \quad (۳)$$

$$\vec{\vec{G}}(\vec{r}_1,\vec{r}_1)=\frac{i}{8\pi^2}\sum_\sigma\int d\vec{k}\ \times\frac{k}{\beta_1}\ e^{2i\beta_1(|z|-d)}r_{13}^{\sigma}\hat{e}_{\sigma 1}^{-}\hat{e}_{\sigma 1}^{+}.$$

در این‌جا، k و β_j به‌ترتیب بیان‌گر مولفه موازی و عمودی نور فرودی $(\vec{k}_j=\beta_j\hat{e}_z+k\hat{e}_\parallel)$، t_{13}^{σ} و r_{13}^{σ} ضرایب عبور و بازتاب از تیغه‌ی موثر و $\hat{e}_{\sigma j}$ برای $\sigma=s,\ p$ بیان‌گر بردارهای قطبش نورTE و TM در لایه‌ی j ام هستند.

از آن‌جا که سنجه‌ی تلاقی مناسب‌ترین سنجه برای بررسی دینامیک درهم‌تنیدگی سامانه‌های آمیخته با فضای هیلبرت 2×2 است، برای بررسی میزان درهم تنیدگی بین اتم‌ها در سامانه‌ی مزبور، از سنجه‌ی تلاقی استفاده می‌کنیم. برای وضعیتی که یکی از اتم‌ها در حالت برانگیخته و دیگری در حالت پایه باشد این سنجه به صورت زیر تعریف می‌شود [۵]:

$$c(t)=\frac{1}{2}\sqrt{(e^{-(\Gamma+\Gamma_{12})t}-e^{-(\Gamma-\Gamma_{12})t})^2+4e^{-2\Gamma t}\ \sin^2(2\Omega_{12}t)}, \quad (۴)$$

که در آن Γ، Γ_{12} و Ω_{12} به‌ترتیب آهنگ گسیل خودبه‌خود، آهنگ واهلش دسته‌جمعی و ضریب برهم‌کنش دوقطبی دوقطبی بین اتم‌ها هستند و برحسب تانسور گرین الکترومغناطیسی سامانه، به صورت زیر نوشته می‌شوند:

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]

$$\Gamma = \frac{2}{\hbar\varepsilon_0}\frac{\omega_0^2}{c^2}\,\vec{P}\cdot \mathrm{Im}\,\vec{\vec{G}}(\vec{r}_1,\vec{r}_1,\omega_0)\cdot\vec{P},$$

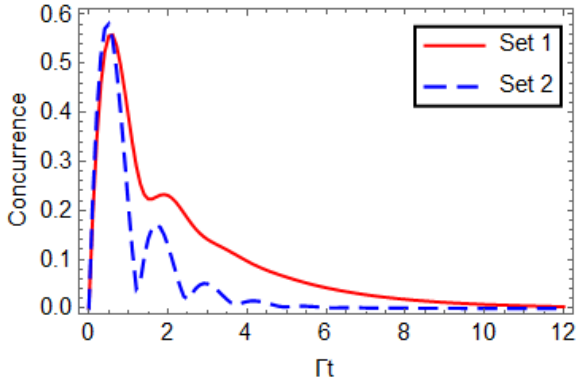
$$\Gamma_{12} = \frac{2}{\hbar\varepsilon_0}\frac{\omega_0^2}{c^2}\,\vec{P}\cdot \mathrm{Im}\,\vec{\vec{G}}(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\omega_0)\cdot\vec{P}, \qquad (۵)$$

$$\Omega_{12} = \frac{1}{\hbar\varepsilon_0}\frac{\omega_0^2}{c^2}\,\vec{P}\cdot \mathrm{Re}\,\vec{\vec{G}}(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\omega_0)\cdot\vec{P},$$

که در آن $\vec{P}$ گشتاور دوقطبی القایی اتم‌ها است. در این‌جا فرض می‌کنیم که گشتاور دوقطبی اتم‌ها در راستای محور z است.

نتایج

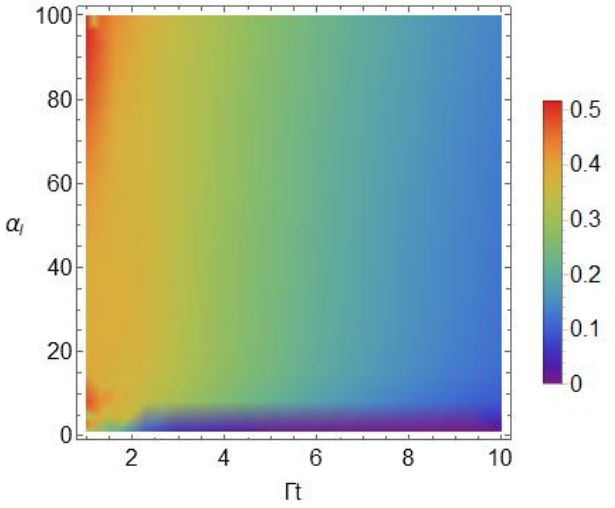
در شکل۲ وابستگی زمانی سنجه‌ی تلاقی برای دو ساختار یکسان (Set۱) و غیریکسان (Set۲) مقایسه شده است. سامانه‌ی اتمی در ساختار یکسان در بازه‌های زمانی بزرگتری نسبت به ساختار غیریکسان درهم‌تنیده است. ولی هر دو در بازه‌های زمانی کوچک شبیه به هم رفتار می‌کنند و به بیشینه درهم‌تنیدگی ۰٫۶ می‌رسند.



شکل۲: وابستگی زمانی سنجه‌ی تلاقی نسبت به زمان بدون بعد Γt برای نمونه‌های با لایه‌های بهره و اتلاف یکسان (نمودار قرمز) و غیریکسان (نمودار آبی). در این‌جا، $\alpha_l = 2$ و $\omega/\omega_{0g} = 1.58$ است.

البته این میزان درهم‌تنیدگی اندکی کمتر از وضعیتی است که ساختارهای متقارن PT حضور ندارند (در شکل نشان داده نشده‌اند [۵])، ولی بازه‌ی زمانی درهم‌تنیدگی در حضور ساختارهای متقارن PT به شدت افزایش می‌یابد.

در شکل ۳ نمودار چگالی سنجه‌ی تلاقی بر حسب زمان بدون بعد Γt و ضریب اتلاف α_l برای ساختار یکسان رسم شده است. با توجه به این‌که ساختار یکسان در بازه‌ی $\alpha_l < 890$ در فاز متقارن است ولی به ازای $\alpha_l < 116$ در رژیم خطی است [۳]، بنابراین در شکل ۳ تغییرات تلاقی را برای α_lهای گسترده‌تر ($\alpha_l < 100$) بررسی کرده‌ایم. در این‌جا مشاهده می‌شود که میزان درهم‌تنیدگی سامانه اتمی در زمان های کوچک، به ازای α_lهای بزرگ بیش‌تر از α_lهای کوچک است ولی با گذر زمان افزایش α_lها تاثیری بر میزان درهم تنیدگی ندارد. در نهایت در زمان های طولانی، میزان درهم تنیدگی به سمت صفر میل می‌کند.



شکل۳: نمودار چگالی سنجه‌ی تلاقی برحسب زمان بدون بعد Γt و ضریب اتلاف α_l برای ساختار با لایه‌های یکسان.

مراجع

[۱] C. M. Bender, S. Boettcher and P. N. Meisinger, *Journal of Mathematical Physics*, vol. ٤٠(٥), pp. ٢٢٠١-٢٢٢٩, ١٩٩٩.

[۲] E. Pilehvar, E. Amooghorban & M. K. Moravvej-Farshi, *J. Opt.*, vol. ٢٤, ٢٠٢٢.

[۳] E. Amooghorban, N. A. Mortensen and M. Wubs, *Physical review letters*, vol. ١١٠(١٥), ▯. ١٥٣٦٠٢, ٢٠١٣.

[۴] M. S. Tomas, "Green function for multilayers: Light scattering in planar cavities," *PHYSICAL REVIEW A*, vol. ٥١(٣), ▯. ٢٥٤٥, ١٩٩٥.

[۵] R. Tanaś and Z. Ficek, *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, vol. ٦(٣), ▯. ▯٩٠, ٢٠٠٤.

[Downloaded from opsi.ir on 2026-11-06]